文章编号:1671-4598(2026)05-0187-10 DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2026.05.023 中图分类号:TP241 文献标识码:A

基于广义比例积分观测器的机械臂末端力/位置控制

蒋一鸣，王军晓
（浙江工业大学 信息工程学院，杭州 310023）

摘要：对柔性机械臂末端力/位置控制中受到模型不确定因素以及外部时变干扰等问题进行研究，提出了一种基于广义比例积分观测器的间接力/位置控制方法；通过将柔性机械臂系统中参数不确定以及外界扰动视为总干扰，采用广义比例积分观测器对未知扰动进行估计补偿，并利用滑模控制技术设计非奇异快速终端滑模控制器，结合广义比例积分观测器使控制器在面对时变扰动时有更好的稳定性和鲁棒性；经柔性机械臂的轨迹跟踪仿真实验，验证了所提方法的有效性。

关键词：机械臂，轨迹跟踪，广义比例积分观测器，力/位置混合控制

Force/Position Control of Robotic Arm End-effector Based on GPIO

JIANG Yiming, WANG Junxiao
(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: To address the issues of model uncertainties, external time-varying disturbances in the end-effector force/position control of flexible manipulators, this paper proposes an indirect force/position control method based on a generalized proportional integral observer (GPIO). By taking parameter uncertainties and external disturbances in a flexible manipulator system as a lumped disturbance, the GPIO is employed to estimate and compensate for unknown disturbances. Meanwhile, a sliding mode control (SMC) technique is utilized to design a non singular fast terminal sliding mode controller (NFTSMC). Combining with the GPIO, the NFTSMC has a strong stability and robustness with a time-varying disturbance. Through trajectory tracking simulation experiments on a flexible manipulator, the results verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: manipulator, trajectory tracking, GPIO, force/position hybrid control

0 引言

近年来，人工智能的发展迅速，人们对人机交互，智能机器人等高科技产品的标准与需求逐步提高[1]。有关提高机器人控制精度等问题备受关注，其中最大的难点是怎样克服扰动所带来的影响。机器人的扰动主要分为内扰动与外扰动，其中内扰动源于模型不确定或模型参数变化造成的，外扰动则主要由于机械臂在运动过程中受到外部的力或关节之间的摩擦力等引起的[2-3]。这类扰动会显著影响系统性能与末端执行器的执行精度，因此国内外学者已提出相应算法以削弱或消除其影响。

特别是机械臂在复杂任务场景中，由于机械臂末端的微小位置偏差会导致相当大的接触力，这不仅会损害任务目标，也会损坏机器人本身[4]。在材料运输，协作处理，磨削和抛光，桌面清理等任务中，需要考虑机器人手臂在动态变化的环境中对自身的影响，这些任务都需要机械臂的高精度控制能力。但受其自身柔性特性（易产生振动、形变）、外部环境扰动（如负载突变、接触力波动）及模型参数不确定性等多重因素耦合影响，传统控制方法往往难以满足高精度控制需求。

滑模控制（SMC，sliding mode control）属于一种非线性控制策略[5]。经典滑模控制存在固有抖振问题，文献［6］将系统分为两个子系统，针对这两个差异化的时间尺度，分别设计了滑模控制策略，最终有效提升了并联机器人运动控制的综合性能，但也难以完全消除抖振且收敛速度较慢。文献［7］提出了一种连续终端滑模控制，其核心思路是在滑模面的构建过程中

收稿日期:2025-11-06； **修回日期**:2025-11-25。
基金项目:国家自然科学基金(62273306)。
作者简介:蒋一鸣(2000-),男,硕士。
王军晓(1986-),男,博士,副教授。
引用格式:蒋一鸣,王军晓.基于广义比例积分观测器的机械臂末端力/位置控制[J].计算机测量与控制,2026,34(5):187-196.

融入非线性函数，该设计可促使系统在有限时间内收敛至期望状态，进而有效提升系统的收敛速率。文献[8]在此基础上引入高阶滑模观测器，并将扰动估计值与新的终端滑模面结合，最终得到一个兼具连续性与鲁棒性的有限时间控制策略。力/位混合控制是一种结合力控制和位置控制的先进技术，主要用于需要同时精确控制力和位置的场景，如机器人操作、精密装配和医疗设备[9]。其核心思想是通过选择矩阵或阻抗控制策略，在特定方向上分别实现力控制或位置控制，从而灵活应对复杂任务需求。例如，在机器人装配中，可以在一个方向上控制位置以确保零件对准，同时在另一个方向上控制力以避免损坏零件[10]。这样的控制模式能够让机器人在装配过程中变得更加灵活机动。它能够根据任务需求动态调整控制策略，既能在需要时精确控制力，又能在其他方向上精确控制位置。此外，力/位混合控制还表现出较强的环境适应性，能够在动态和不确定的环境中保持稳定性和精确性。文献[11]将滤波器和力/位混合控制相结合，使用 FO 滤波器进行力控制，PD 进行位置控制，完成了多自由度机械臂打磨木材的任务。文献[12]利用力矩补偿的方式来获取机械臂末端执行器的具体位置信息，接着采用力/位混合控制方法对微型机械系统进行控制，完成了简单手术所需的功能要求。

上述控制方法均属单自由度反馈控制范畴，是一种被动抑制干扰的策略。与之相反，结合干扰估计前馈补偿与反馈控制的二自由度复合控制，属于主动抗扰控制的范畴，可以更好地兼顾跟踪性能与抗扰性能。在二自由度控制框架内，干扰估计技术扮演了极为重要的角色。扰动观测器（DOB，disturbance observer）最初由日本学者 Ohnishi 以频域形式提出[13]，通过估计负载转矩来提高直流电机的控制性能。在文献[14]中，Chen 将频域 DOB 扩展为时域形式，并进行改进，提出了非线性扰动观测器（NDOB，nonlinear disturbance observer）并应用于非线性工业机械臂系统。扩张状态观测器（ESO，extended state observer）由韩京清研究员在 1995 年针对一类不确定系统设计，后成为非线性自抗扰控制（ADRC，active disturbance rejection control)[15]的核心部分。ESO 巧妙地将参数不确定、未建模动态、外部扰动等异于标准型的部分统一视为总扰动，并将其扩张成一个新的状态量加以估计。不论是 DOB 或是 ESO，它们只能对常值扰动进行有效估计，在时变扰动下，其估计精度会下降。文献[16]在原始 ADRC 的基础上进一步简化，提出了基于线性 ESO（LESO，linear ESO）的线性 ADRC（LADRC，linear ADRC）算法，并且给出了 ESO 著名的带宽参数整定方法，极大地促进了 ADRC 算法的推广，但对非匹配扰动的适应性不足。文献[17]对 LESO 进行改进，提出一种时变的 ESO（TESO，Time-varying ESO），有效地平衡了测量噪声对干扰估计带来的影响，却未充分利用扰动的积分链特性，时变扰动估计误差仍较大。基于等价输入干扰（EID，equivalent input disturbance）的估计方法由 She 等人首先提出[18-19]，它利用状态观测器和一个估计器对控制输入信号进行估计，该控制输入信号与外部干扰对系统产生相同的效果。该干扰估计方法不需要被控系统的逆动力学模型、扰动的先验信息以及精确的系统模型，但对高频时变扰动的跟踪能力较弱。对于时变扰动能够更加有效的估计，广义比例积分观测器（GPIO，generalized proportional integral observer)[20]作为 ESO 的增广形式被提出。GPIO 实现更高精度时变扰动估计的基本原理在于其观测器设计中利用了更多的扰动先验信息（积分链特性）。这表明扰动的内部模型已经嵌入到用于扰动重建的观测器设计中。单一的控制方法在应对柔性机械臂的复杂工况时，均存在各自局限，因此，设计一类兼具高性能动态响应与强鲁棒性的控制器，不仅是实现柔性机械臂精准作业的核心前提，更是推动其在复杂工业与服务场景中可靠应用的关键保障，具有突出的理论研究价值与工程实践意义。

综上所述，诸多成熟算法已被广泛应用于柔性机械臂控制器设计中，且各类方法均存在自身的优势与局限性，不同控制策略从各自的维度提升了系统控制性能。结合控制算法的应用现状与发展趋势不难发现，控制性能优异的方案往往通过与其他先进算法的融合构建而成。本文首先利用机械臂建模，得到运动学特性及动力学特性，通过雅可比矩阵逆的数值迭代方法求运动学逆解。然后，将模型不确定和外部扰动视为机械臂的总扰动，采用广义比例积分观测器对总扰动进行动态估计和补偿，利用滑模控制技术设计非奇异快速终端滑模控制器，结合广义比例积分观测器以及力/位置混合控制策略，减小或消除系统摩擦、动力学参数不确定性和时变扰动对系统影响，实现机械臂的有效跟踪控制，并通过与传统 PD 结合 ESO 控制下末端关节的轨迹曲线进行对比，证明所提方法下机械臂跟踪效果得到提升。

1 问题描述

1.1 机械臂运动学模型构建分析

基于 Denavit-Hartenberg（D-H）坐标系建模方法构建机械臂运动学模型，通过对各关节角度的正运动学解算，获得末端夹钳的笛卡尔坐标（位姿）信息。建立的机械臂 D-H 坐标系模型如图 1 所示[21]，其中机械臂的 D-H 模型参数如表 1 所示。

驱动轴坐标系的齐次变换矩阵为：

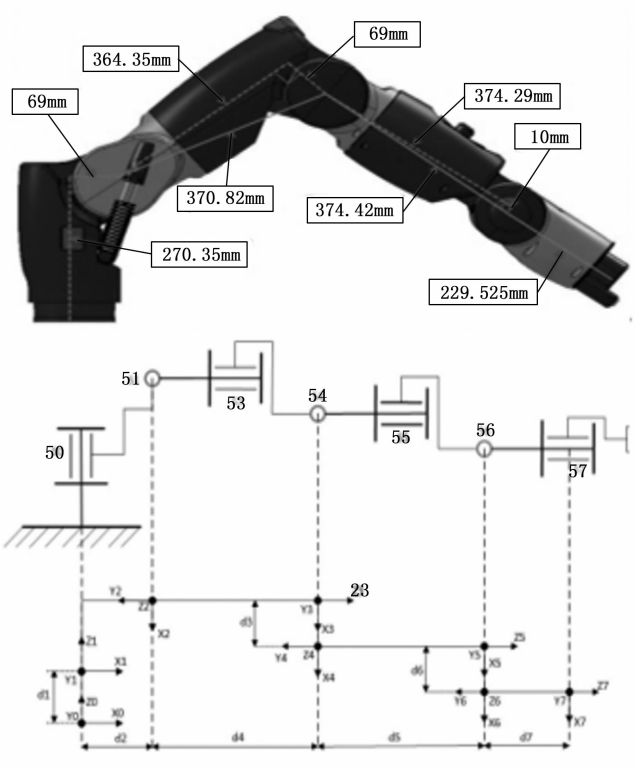

图 1　机械臂 D-H 坐标系模型建立

表 1　机械臂 D-H 坐标系参数

Link	连杆长度 a_i/m	连杆转角 a_i/(°)	连杆偏距 di/m	关节角 θ_i/(°)
1	0	0	0.270 3	θ_1
2	0.069	−90	0	θ_2
3	0	90	0.364 4	θ_3
4	0.069	−90	0	θ_4
5	0	90	0.374 2	θ_5
6	0.270 3	−90	0	θ_6
7	0	90	0.387 2	θ_7

$$
\begin{aligned}
{}_{i}^{i-1}\boldsymbol{T}_i &= Trans_x(a_{i-1})Rot_{\ x}(\alpha_{i-1})Trans_{\ z}(d_i)Rot_{\ z}(\theta_i) \\
&= \begin{bmatrix}
\cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\
\cos\alpha_{i-1}\sin\theta_i & \cos\alpha_{i-1}\cos\theta_i & -\sin\alpha_{i-1} & -d_i\sin\alpha_{i-1} \\
\sin\alpha_{i-1}\sin\theta_i & \sin\alpha_{i-1}\cos\theta_i & \cos\alpha_{i-1} & d_i\cos\alpha_{i-1} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{1}
$$

末端执行器的位姿矩阵可通过机械臂的运动学方程求解得到，该方程建立了关节变量与末端位姿之间的数学映射关系：

$$
{}^{0}\boldsymbol{T}_7 = {}^{0}\boldsymbol{T}_1{}^{1}\boldsymbol{T}_2{}^{2}\boldsymbol{T}_3{}^{3}\boldsymbol{T}_4{}^{4}\boldsymbol{T}_5{}^{5}\boldsymbol{T}_6{}^{6}\boldsymbol{T}_7 = \begin{bmatrix}
h_x & o_x & a_x & p_x \\
n_y & o_y & a_y & p_y \\
n_z & o_z & a_z & p_z \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \tag{2}
$$

利用雅可比矩阵逆的数值迭代方法求运动学逆解，即通过末端执行器的坐标计算得到机械臂各个关节需要达到的角度。根据微分运动方程可得：

$$
\dot{x} = J \cdot \dot{q} \tag{3}
$$

将雅可比矩阵求逆可以进一步得到：

$$
\dot{q} = J^{-1}\dot{x} \tag{4}
$$

若机械臂的初始关节角度已知，且运动过程中各关节的角速度曲线可预先获取或实时测量，则目标关节位置可通过角速度对时间的积分得到，积分结果为关节角度的总变化量，与初始关节角度叠加后即得目标位置：

$$
q(t) = \int_0^t \dot{q}(\zeta)\mathrm{d}\zeta + q(0) \tag{5}
$$

该积分的计算可以通过对时间的离散来实现。给定积分间隔 Δt，如果 t_k 时刻的关节位置和速度是已知的，那么 $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ 时刻的关节位置可表示为：

$$
q(t_{k+1}) = q(t_k) + \dot{q}(t_k)\Delta t \tag{6}
$$

因此我们只需要求解 $\Delta\theta$，即 $\bar{q}(t_k)\Delta t$。基于微分运动学的思想，由关节的运动 Δq 叠加可以近似得到机械臂的末端的运动 Δx，由此我们可以得到：

$$
\Delta\theta = J^{-1}\Delta x \tag{7}
$$

对于 Baxter 机械臂的每一个关节，都有如下关系：

$$
\boldsymbol{J}_i = \begin{bmatrix} z_i \times p_7^{\text{base}} \\ z_i \end{bmatrix} \tag{8}
$$

则有 ${}^{i}\boldsymbol{p}_7{}^{\text{base}} = {}^{\text{base}}\boldsymbol{R}_i{}^{i}\boldsymbol{p}_7$，其中 ${}^{i}\boldsymbol{p}_7{}^{\text{base}}$ 代表机器人基坐标系下，末端执行器坐标原点相对于关节坐标系 i 的位置矢量。${}^{\text{base}}\boldsymbol{R}_i{}^{i}$ 表示从基坐标系到第 i 个关节坐标系的旋转矩阵。

结合式（7）与式（8）可以得到：

$$
\boldsymbol{J}_i = \begin{bmatrix} z_i \times {}^{\text{base}}\boldsymbol{R}_i^i p_7 \\ z_i \end{bmatrix} i = 1,2,\cdots 7 \tag{9}
$$

1.2　机械臂动力学分析

在对机械臂运动学的分析基础之上，进一步对机械臂进行动力学建模，采取牛顿－欧拉迭代法来建立动力学模型：

$$
F = \frac{d}{\mathrm{d}t}(mvc) = m\dot{v}c \tag{10}
$$

$$
N = \frac{d}{\mathrm{d}t}(I\omega) \tag{11}
$$

式（10）所表示的牛顿方程，描述了平移刚体在运动过程中，所受合外力、刚体质量与质心加速度三者之间的内在动力学关联；式（11）对应的欧拉方程，则精准描述了旋转刚体的动力学特性，明确了外力矩、角加速度、角速度及惯性张量之间的定量关系

结合 Baxter 机器人机械臂的结构特征，其连杆均配置转动关节，该类关节的角速度具有矢量叠加属性，第 i 个关节的角速度矢量，可由第 $i-1$ 个关节的角速度与自身转动角速度叠加得到。基于这一运动学特性及结

构约束，采用外推迭代策略开展各连杆运动状态解算以连杆 1 为初始连杆，向连杆 n 方向逐级递推，结合前文所述的牛顿方程与欧拉方程，逐步解算出每个连杆的速度及加速度参数。相邻关节间的角速度传递规律与线速度耦合关系，可据此进一步推导得到如下表达式：

$$\begin{cases} {}^{i}\omega_i = {}^{i-1}\omega_{i-1} + \dot{\theta}_i {}^{i-1}R^i Z_i \\ {}^{i}V_i = {}^{i-1}V_{i-1} + {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}P_i \end{cases} \tag{12}$$

其中：${}^{i}\omega_i$ 为连杆坐标系 i 的角速度，Z_i，${}^{i}V_i$ 为连杆坐标系 i 的线速度。加速度的传递方程：

$$\begin{cases} {}^{i}\dot{\omega}_i = {}^{i}_{i-1}R^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} + {}^{i}_{i-1}R^{i-1}\omega_{i-1} \times ({}^{i}Z_i\dot{\theta}_i) + {}^{i}Z_i\ddot{\theta}_i, {}^{0}\dot{\omega}_0 = 0 \\ {}^{i}\dot{V}_i = {}^{i}_{i-1}R[{}^{i-1}\dot{V}_{i-1}\} + {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}P_i + \\ \qquad {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}P_i] \end{cases} \tag{13}$$

令 ${}^{0}\dot{V}_0 = [0, 0, g]^T$，$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，当机器人沿竖直向上方向以 1 g 加速度做加速运动时，由此解算的力矩可精准抵消重力对各连杆的作用效应，进而无需单独对重力矩进行额外求解。综合上述动力学分析逻辑，牛顿－欧拉动力学的外推迭代方程可统一表示为式：

$$\begin{cases} {}^{i+1}\omega i+1 = {}_{i}{}^{i+1}R^i\omega i + \dot{\theta}i + 1^{i+1}Zi + 1 \\ {}^{i+1}\dot{\omega}i+1 = {}_{i}{}^{i+1}R^i\dot{\omega}i + {}_{i}{}^{i+1}R^i\omega i \times \dot{\theta}i + 1^{i+1}Zi + \\ \qquad 1 + \dot{\theta}i + 1^{i+1}Zi + 1 \\ {}^{i+1}\dot{V}i+1 = {}_{i}{}^{i+1}R({}^{i}\dot{V}i + {}^{i}\dot{\omega}i \times {}^{i}Pi + 1 + \\ \qquad {}^{i}\omega i \times ({}^{i}\omega i \times {}^{i}Pi + 1)) \\ {}^{i+1}\dot{V}_{Ci+1} = {}^{i+1}\dot{\omega}i + 1 \times {}^{i+1}P_{Ci+1} + {}^{i+1}\omega i + \\ \qquad 1 \times ({}^{i+1}\omega i + 1 \times {}^{i+1}P_{Ci+1}) + {}^{i+1}\dot{V}i + 1 \\ {}^{i+1}Fi + 1 = m_{i+1}{}^{i+1}\dot{v}_{Ci+1} \\ {}^{i+1}Ni + 1 = {}^{Ci+1}I_{i+1}\dot{\omega}i + 1 + {}^{i+1}\omega i + \\ \qquad 1 \times {}^{Ci+1}I_{i+1}{}^{i+1}\omega i + 1 \end{cases} \tag{14}$$

内推迭代，具体以连杆 n 为起始端向连杆 1 方向反向递推，求解各相邻连杆间的关节力矩。针对连杆 i，其质心处的合力表达式为：

$$F_{C_i} = m_i\bar{v}_{C_i} \tag{15}$$

连杆 i 质心处的合力矩为：

$${}^{i}N_{C_i} = {}^{i}I_{C_i}{}^{i}\dot{\omega}_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}I_{C_i}{}^{i}\omega_i \tag{16}$$

针对转动关节的结构特性，机械臂关节的实际驱动力仅需提取 Z 轴方向分量，关节驱动力矩可表述为：

$$\tau_i = {}^{i}Z_i{}^{T}{}^{i}n_i \tag{17}$$

综上所述，对于关节是转动类型的机械臂，牛顿－欧拉动力学内推迭代方程可写为：

$$\begin{cases} {}^{i}f_i = {}_{i+1}{}^{i}R_i{}^{i+1}f_{i+1} + {}^{i}F_{C_i}, ({}^{n+1}f_{n+1} = -f_e) \\ {}^{i}n_i = {}^{i}N_{C_i} + {}^{i}r_{C_i} \times {}^{i}F_{C_i} + {}_{i+1}{}^{i}R^{i+1}n_{i+1} + \\ {}^{i}P_{i+1} \times ({}_{i+1}{}^{i}R^{i+1}f_{i+1}), ({}^{n+1}n_{n+1} = -n_e) \\ \tau_i = {}^{i}Z_i{}^{T}{}^{i}n_i \end{cases} \tag{18}$$

机械臂七关节角度由关节内置角度传感器获取。当机械臂维持给定姿态且关节角度无显著变动时，此时关节读取的力矩，即为抵消重力效应的力矩。选定一条运行轨迹，进行机械臂仿真实验，当机械臂末端从低重力势能位置缓慢移动至高重力势能位置时，高位关节惯量对低位关节的影响呈逐级传递特征且逐步增强。分别选取低、高重力势能下的特征点位开展观测，记录机械臂稳定状态下的关节力矩数据，以此分析重力力矩与真实力矩的关联特性。其中，真实力矩与通过牛顿－欧拉迭代方程求解的重力补偿力矩对比，结果如图 2 所示。

静态力矩与解算重力矩的变化趋势具有一致性，同一关节的二者差值始终保持恒定。这一现象的核心原因是，测量过程中机械臂本体并未完全静止，仍存在微弱振动，因此该恒定差值本质是科氏力、离心力、摩擦力等附加力矩。相较于重力力矩，此类附加力矩幅值极小，可被界定为外界干扰，通过合理设计控制器即可对其进行抑制，进而实现预设控制目标。本实验验证了在机械臂低速运动场景下，重力力矩在关节驱动力矩中占据主导地位。

当关节角速度 $\bar{\theta} \leqslant 0.5$ rad/s 时，科氏力离心力的幅值仅为重力项的 10% 以内，对动力学特性影响较小。当关节角速度 $\bar{\theta} \geqslant 1$ rad/s 时，科氏力和耦合力矩的幅值会超过重力项的 20%，导致简化模型与实际动力学的偏差增大至 15% 以上。故在缓慢运动场景下，简化模型的精度损失可接受，但高速运动时，模型偏差会显著影响控制性能。

2 力/位置混合控制器设计

控制器有力和位置控制器两部分，位置控制为非奇异快速终端滑模（NFTSMC，nonsingular fast terminal sliding mode control）控制器，力控制为基于广义比例积分观测器的控制器，控制系统框图如图 3 所示。

2.1 位置控制器设计

考虑机械臂系统中存在内部参数不确定以及外部关节摩擦等扰动的情况下，控制目标是要让机械臂跟踪期望轨迹。定义误差函数：

$$\sigma = x_d - x \tag{19}$$

其中：x_d 为参考值，设计非奇异快速终端滑模面函数：

$$s = \sigma + \frac{1}{\alpha}\sigma^{g/h} + \frac{1}{\beta}\bar{\sigma}^{p/q} \tag{20}$$

式中，$\alpha \in R^+$，$\beta \in R^+$，$p, q, g, h \in N$ 为奇数，且满足 $1 < p/q < 2$，$p/q < g/h$。选择 $p, q, g, h \in N$ 为奇数是保证滑模面全局非奇异的必要条件。若 p, q 为偶数或奇偶混合，当误差 $\sigma < 0$ 时，分数幂次项 $\sigma^{g/h}$，$\bar{\sigma}^{p/q}$ 可能出现非实数解，或其导数在 $\sigma = 0$ 附近出现分母为零的奇异点，导致控制律失效。而奇数取值可确保对任意实数

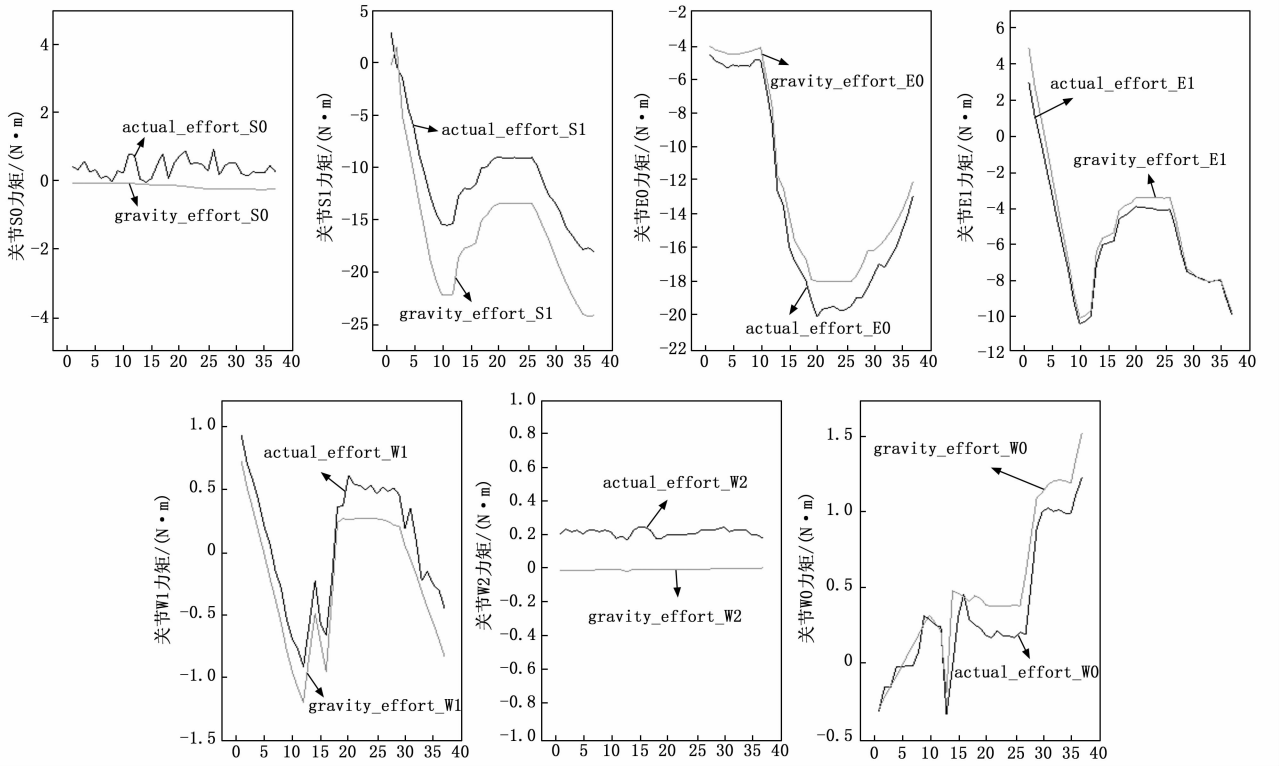

图 2　各关节力矩

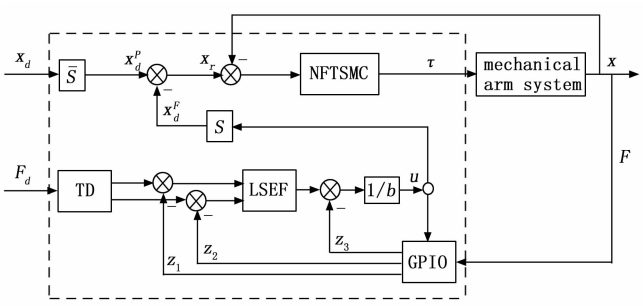

图 3　基于 NFTSMC-GF 的力/位置混合控制框图

σ，$\sigma^{g/h}$，$\bar{\sigma}^{p/q}$ 始终为实数，无奇异点，实现全局连续控制。

等效控制律为：

$$T_{eq}=\hat{M}(q)\left[\ddot{x}_d+\beta\frac{q}{p}\bar{\sigma}^{2-p/q}\left(1+\frac{g}{\alpha h}\sigma^{g/h-1}\right)\right]+\hat{C}(q,\dot{q})+\hat{G}(q) \tag{21}$$

设计滑模趋近律为：

$$\dot{\bar{s}}=-\,\mathrm{ksign}(s) \tag{22}$$

式中，$k>I_0^{-1}\tilde{l}_g$，$\tilde{l}_g$ 是总扰动倒数估计误差的上界，sign() 为符号函数。k 的取值需兼顾抗扰能力与执行器输出限制。k 过小会导致扰动无法被有效抵消，系统难以到达滑模面。k 过大会使控制量超出执行器额定范围（如关节电机额定力矩），引发饱和失真，同时加剧抖振。通过系统辨识 $k>I_0^{-1}\tilde{l}_g$，可实现快速收敛与低抖振的最优匹配。

结合式（21），得滑模控制律：

$$T_m=\hat{M}(q)\left[\ddot{x}_d+\beta\frac{q}{p}\bar{\sigma}^{2-p/q}\left(1+\frac{g}{\alpha h}\sigma^{g/h-1}\right)+\mathrm{ksign}(s)\right]+\hat{C}(q,\dot{q})+\hat{G}(q) \tag{23}$$

对控制器进行稳定性分析，选取 Lyapunov 函数为 $V_{s1}=\frac{1}{2}s^2$，求其一阶导数：

$$\dot{\bar{V}}_{s1}=\bar{s}\dot{\bar{s}}=s\left[\bar{\sigma}+\frac{g}{\alpha h}\sigma^{g/h-1}\bar{\sigma}+\frac{p}{\beta q}\bar{\sigma}^{p/q-1}(\dot{\bar{x}}_r-\dot{\bar{x}})\right]=s[\rho(\bar{\sigma})(-k\,sign(s)-\Delta F)]\leqslant|s|[\rho(\bar{\sigma})(-k+I_0^{-1}\tilde{l}_g)] \tag{24}$$

式中，$\rho(\bar{\sigma})=\frac{p}{\beta q}\bar{\sigma}^{p/q-1}$，同时满足 $\rho(\bar{\sigma})\geqslant 0$，$\Delta F=F-\hat{F}$ 为扰动的估计误差，$\hat{F}$ 为扰动 F 的估计值。

选择合适的增益 k，同时满足 $k>I_0^{-1}\tilde{l}_g$，就能够确保系统的稳定。当 $\dot{\bar{V}}_{s1}=0(\bar{\sigma}=0)$，$\dot{\bar{\sigma}}=-\,\mathrm{ksign}(s)-\Delta F$，有 $\bar{\sigma}\dot{\bar{\sigma}}<0$，系统仍满足趋近条件，其到达滑模面的时间：

$$T_1\leqslant\frac{s(0)}{\rho(\bar{\sigma})(-k+I_0^{-1}\tilde{l}_g)} \tag{25}$$

此时系统运动状态：

$$\sigma+\frac{1}{\alpha}\sigma^{g/h}+\frac{1}{\beta}\bar{\sigma}^{p/q}=0 \tag{26}$$

则系统状态在滑模面上运动的时间为：

$$T_2<\frac{p}{\beta^{q/p}(p-q)}\,|\,\sigma(0)\,|^{1-q/p} \tag{27}$$

综上所述，系统的收敛时间为 $T = T_1 + T_2$，系统状态能在有限时间内趋近滑模面，并沿该滑模面在有限时间内收敛至期望值，即系统具有有限时间收敛性。

2.2 基于 GPIO 的力控制器设计

外部环境可以用弹簧系统的简化模型表述，表达式为：

$$\triangle x = f/k_t \tag{28}$$

式中，k_t 为环境刚度；$\triangle x$ 为机械臂末端受力时所产生的位移。系统稳态时的二阶线性微分方程：

$$\overline{f} = [k_t f_d - b\overline{f} - (k + k_t) f - kk_t x_t + kk_t x_d]/m \tag{29}$$

根据式（29），选取状态变量 $x_1 = f, x_2 = \overline{f}, x_3 = F$，其中 F 为力/位置控制系统的总扰动，其表达式为：

$$F = [k_t f_d - b\overline{f} - (k + k_t) f - kk_t x_t + kk_t x_d]/m \tag{30}$$

取 $a = kk_t/m, u = x_d, y = x_1$ 得到式（30）所对应的二阶对象的状态方程为：

$$\begin{cases} \overline{x_1} = x_2 \\ \overline{x_2} = x_3 + au \\ \overline{x_3} = x_4 \\ \overline{x_4} = h \\ y = x_1 \end{cases} \tag{31}$$

x_3 为扩张的状态变量，包含未知扰动 F，可以通过对 x_3 的实时观测，最后进行估计补偿达到抑制扰动的效果。GPIO 的设计需要将扰动及其一阶导数视为扩张状态，即 x_4 的观测值为 z_4，定义观测器状态向量 $\boldsymbol{z} = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4]^T$，具体表达式为：

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \overline{z_1} = z_2 + \beta_1 e \\ \overline{z_2} = z_3 + \beta_2 e + au \\ \overline{z_3} = z_4 + \beta_3 e \\ \overline{z_4} = \beta_4 e \end{cases} \tag{32}$$

式中，$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 用于调节观测器的收敛速度与估计精度。e 为输出误差。取 y 为系统输出，u 为系统输入，定义估计误差向量 $\overline{\boldsymbol{e}}_z = z - x = [e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4]^T$，将原系统状态方程与观测器方程作差，推导误差系统的矩阵形式：

$$\overline{\boldsymbol{e}}_z = \boldsymbol{A}_e \boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{H}h \tag{33}$$

其中：$\boldsymbol{A}_e = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta_3 & 0 & 0 & 1 \\ -\beta_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

为确保误差系统渐近稳定，采用极点配置法求解增益 β_1，β_2，β_3，β_4。根据极点配置策略，s 平面的左半平面极点配置分布可确保系统具备渐进稳定性，具体而言，将所有极点严格配置于 s 平面的左半平面，避免出现发散或震荡现象。在此配置原则下，观测器系统的特征多项式可表示为：

$$|sI - \overline{A}| = (s + \omega)^4 = s^4 + \beta_1 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_3 s + \beta_4 \tag{34}$$

将所有极点都配置到 $-\omega_0$ 处，ω_0 为系统带宽，可得：

$$|sI - \overline{A}| = (s + \omega)^4 = s^4 + 4s^3\omega + 6s^2\omega^2 + 4s\omega^3 + \omega^4 \tag{35}$$

因此，由式（29）和式（30）联立可得 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 分别为 $4\omega_0$ $6{\omega_0}^2$ $4{\omega_0}^3$ ${\omega_0}^4$。系统带宽 ω_0 的选取依据：ω_0 需大于系统扰动的最高频率（扰动带宽），以保证对时变扰动的跟踪能力；同时需小于控制回路带宽的 1/3，避免与控制器动态耦合引发振荡。

跟踪微分器的设计核心是为信号规划的过渡过程，以解决传统力/位置控制策略的固有问题，解决力外环无法产生跳变值的问题，如果只是输出连续值，和实践中期望力的跳变值则存在差异，可能会导致控制过程中对于快速响应和无超调的需求无法满足。所以安排过渡过程能够有效解决这一问题，本章采用的跟踪微分器形式为设计线性状态误差反馈控制律的表达式如下：

$$\begin{cases} \overline{v_1} = v_2 \\ \overline{v_2} = -\sigma \mathrm{sign}\left(v_1 - F_d + v_2 \dfrac{|v_2|}{2r}\right) \end{cases} \tag{36}$$

其中：F_d 代表跟踪微分器的输入量；σ 为速度系数因子，作用是调控过渡过程的速率；v_1、v_2 分别为跟踪微分器的输出量，其中 v_1 对应 F_d 的跟踪信号；v_2 对应 $\overline{F}_d$ 的跟踪信号。

系统输入信号中存在的跳变特性，易导致控制环节出现响应滞后、超调量过大甚至震荡等问题，影响整体控制性能。为此，借助所设计的跟踪微分器，可对这类含跳变的输入信号进行预处理：通过规划合理的过渡过程，将突变信号平滑转换为连续且动态特性良好的信号，有效避免因信号突变引发的控制量剧烈波动。经处理后的连续信号被传入线性状态误差反馈控制环节，能够与该环节的控制逻辑更好地适配，显著改善系统的动态响应速度、稳定性及抗干扰能力，进而优化整体控制性能。基于上述设计思路，所构建的控制律表达式如下：

$$u_0 = k_p(v_1 - z_1) + k_d(v_2 - z_2) \tag{37}$$

将系统总扰动 ω 代入系统状态方程，可得：

$$\overline{f} = \omega + au \tag{38}$$

取系统输入的表达式为：

$$u = (u_0 - z_3)/a \tag{39}$$

当观测器能够准确观测扰动时，有 $\omega = z_3$，结合式

(38)，(39)，化简得：

$$\bar{f} = k_p(v_1 - z_1) + k_d(v_2 - z_2) \tag{40}$$

在实际工程应用中为了便于调节参数，可以取系统带宽为 $-\omega_1$，此时由系统特征方程 $s^2 + k_d s + k_p = (s+\omega_1)^2$，可得 $k_p = \omega_1^2$，$k_d = 2\omega_1$。此时系统所有闭环极点均在 s 平面左半平面，系统闭环稳定。

3　仿真结果

综上所述，基于 Matlab/Simulink 仿真软件以及 Coppeliasim 仿真软件联合进行，对所设计的控制器进行验证。为了验证所提出的基于广义比例积分观测器的柔性机械臂力/位置混合控制（NFTSMC-GF）方法的性能，通过仿真和实验与传统 PD 结合扩张状态观测器控制下控制器效果进行对比。轨迹跟踪实验仿真中的给定曲线为：

$$\begin{cases} x = 3.5 + 3\cos t \\ y = 3 + 2\sin t \end{cases} \tag{41}$$

扩张状态观测器参数设计为 3，3，1，PD 的调节参数为 2，0.1。控制方案中的广义比例积分观测器参数 β_1，β_2，β_3，β_4 设计为 4，6，4，1，其他控制器的参数选取参见表 2。

表 2　控制器 NFTSMC-GF 参数(仿真)

控制器	控制器参数							
	α	g	h	β	p	q	k	ω
NFTSMC-GF	3	9	5	3	9	7	0.7	12

基于 NFTSMC-GF 和 FP-ESO 控制下的轨迹跟踪及力跟踪曲线对比图如下，横坐标为仿真时间，纵坐标为力的大小。验证控制器对外界扰动的抑制能力，通过对在仿真系统上添加 sin(2t) 的时变扰动情况下，比较机械臂轨迹跟踪的效果。图 4 和图 5 分别为关节 1 和 2 的轨迹跟踪对比图，与 FP-ESO 进行对比，可以看出所提出的 NFTSMC-GF 的各关节跟踪更加贴近参考轨迹。

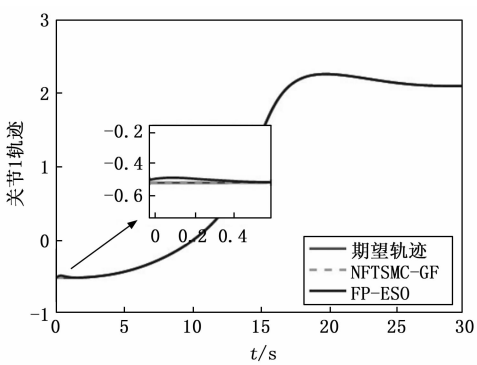

图 4　关节 1 位置跟踪

为了进一步验证分析 NFTSMC-GF 在系统带宽 ω_0 取值不同对应观测器参数 β_1，β_2，β_3，β_4 取值不同的情况下，系统对不同类型扰动（如常值扰动和时变扰动）的估计精度和动态响应特性。设计分别输入常值扰动与时变扰动的对比实验，如图 6 所示。

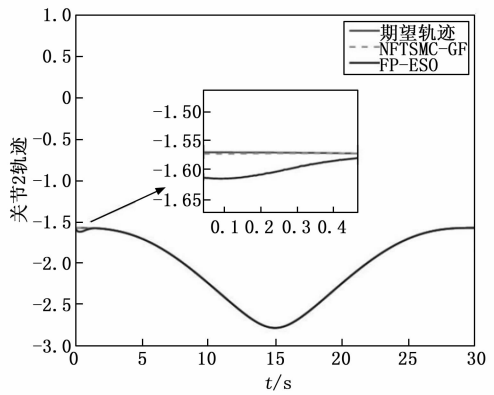

图 5　关节 2 位置跟踪

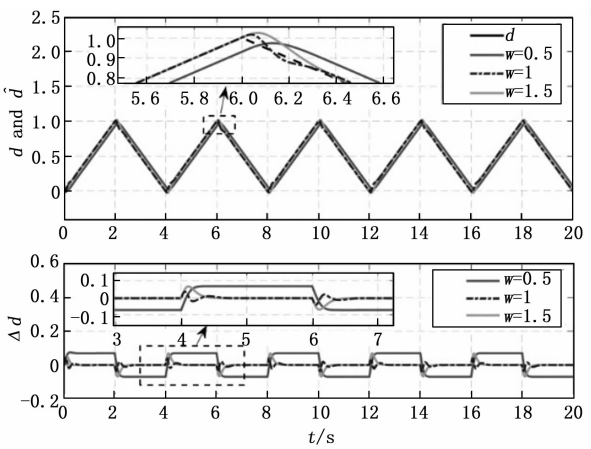

图 6　常值扰动下估计性能对比

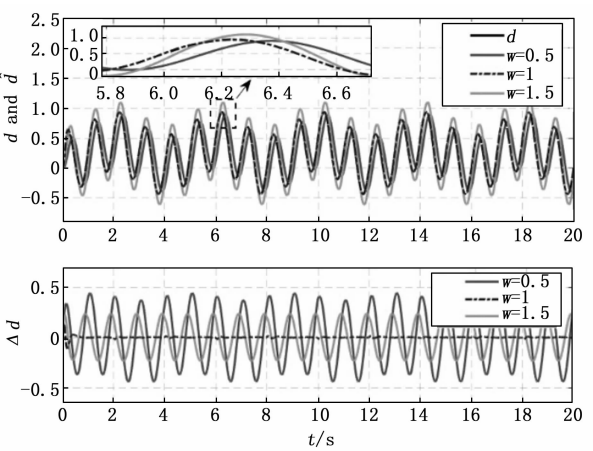

图 7　时变扰动下估计性能对比

通过表 3 中数据可得 $\omega_0 = 1$ rad/s 时估计精度与动态响应最优，由式 (30) 可得 β_1，β_2，β_3，β_4 分别为 4，6，4，1。

表 3 不同带宽下观测器估计精度与动态响应

ω_0 /(rad/s)	常值扰动误差/%	时变扰动误差/%
0.5	2.1	8.5
1	0.6	3.2
1.5	0.8	4.1

在力跟踪实验仿真中，在对比实验中尽量选择相同的控制参数，其中，x 为机械臂在 x 坐标方向上的位置；y 为机械臂在 y 坐标方向上的位置。t 为 Simulink 仿真步长，取值为 0.01 s。选取 y 坐标方向作为机械臂的力控制方向，因此在 y 方向上的位置会存在制约，x 方向则不受位置约束。设定机械臂末端在 y 方向上的期望接触力大小为 10 N。环境模型参考式（21）给出，起始的环境刚度 $k_t=200\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$，起始的环境位置 $x_t=2$ m。机械臂末端在 y 轴方向上力与位置的约束关系由式（22）给出，其他参数见表 4。

当机械臂末端力传感器对接触力的测量受到 $\sin(2t)$ 信号干扰时，基于 NFTSMC-GF 的期望力跟踪曲线和 FP-ESO 的期望力跟踪曲线对比图如图 8 所示。NFTSMC-GF 的力输出紧密跟随期望力，波动小，鲁棒性强；观测误差初始较大但迅速减小并稳定，波动范围小。选取 5%误差带，NFTSMC-GF 在面对干扰时，动态跌落幅度为 9.35%，FP-ESO 则波动更大，动态降落为 32%。NFTSMC-GF 在受到时变扰动时接触力的波动更小，可见所设计的控制器抗干扰效果更好。

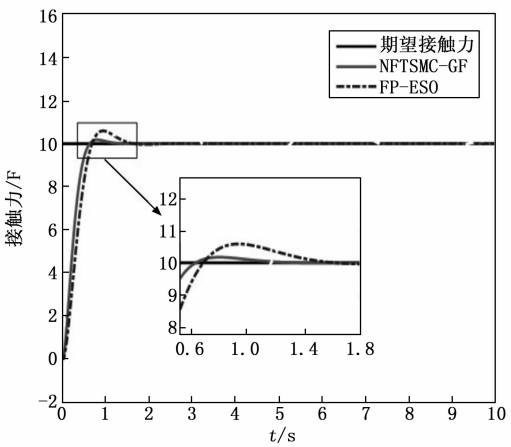

图 8 NFTSMC-GF 和 FP-ESO 控制下机械臂末端力跟踪曲线

为了进一步全面评估所提方法的适用性和鲁棒性，进一步增加在不同仿真场景下的实验。选择不同环境刚度进行仿真实验，即 $k_1=100$，$k_2=150$，$k_3=200$ 情况下，仿真结果如图 9 所示。可以看出面对不同的环境刚度，NFTSMC-GF 能够快速的跟踪期望力，并且跟踪误差在±1 N 内，同时环境刚度越大，跟踪的效果更好，误差更小。

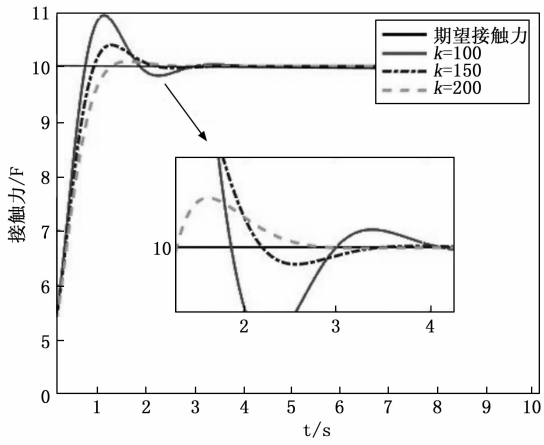

图 9 不同环境刚度下 NFTSMC-GF 力跟踪曲线

4 实验结果

在本节中，通过 Baxter 机器人实验平台对 NFTSMC-GF 控制方法进行实验验证。Baxter 机器人为典型的柔性关节双臂机器人，常用于各高校教学使用，本体结构由双机械臂、可旋转头部及可移动躯干三部分组成，机械臂各关节所搭载的串联弹性致动器，其内置的磁性弹簧偏转电路能依据弹簧偏转角度完成关节力矩的计算，搭配输出轴编码器采集的关节实时转角数据，通过相关运算便能求得关节的速度及加速度参数。在硬件控制系统架构方面，Baxter 平台以局域网通信为核心纽带，外部控制计算机需与机器人接入同一局域网以确保数据交互稳定，且需搭载 Ubuntu 操作系统，部署机器人操作系统（ROS）与 Baxter SDK 开发环境以构建完整的控制指令链路。故可在该平台上开展柔性关节机械臂控制研究。其实验相关的物理参数如表 4 所示。

表 4 柔性机械臂系统物理参数

参数	符号/单位	参考值
连杆惯量	$I/(\mathrm{kg\cdot m^2})$	0.17
连杆质量	m/kg	2.15
连杆长度	L/m	0.23
弹性刚度系数	K_p/(Nm/rad)	250
重力加速度	$g/(\mathrm{m/s^2})$	9.80

实验数据采用平均误差（AE，average error）、时间加权绝对误差积分（ITAE，integral of time-multiplied absolute value）和均方根误差（RMSE，root mean square error）[22]三项性能指标进行处理。其中 $ITAE$ 和 $RMSE$ 性能指标计算公式如下：

$$\begin{cases} ITAE=\int_0^t t\mid x_r-y\mid \mathrm{d}\tau \\ RMSE=\sqrt{\int_0^t \frac{1}{t}(x_r-y)^2\mathrm{d}\tau} \end{cases} \tag{42}$$

式中，x_r 为给定参考轨迹，y 为系统实际输出。其次，

对比复合控制器的性能指标提升的百分比，计算公式如下：

$$Improment = \frac{P_1 - P_2}{P_2} \times 100\% \tag{43}$$

设计椭圆轨迹跟踪实验，参考轨迹：

$$\begin{cases} X = 0.4 + 0.1 \cdot \cos\left[\left(2 \cdot \dfrac{\pi}{5}\right) \cdot t + \dfrac{\pi}{2}\right] \\ Y = 0.1 + 0.1 \cdot \cos\left[\left(2 \cdot \dfrac{\pi}{5}\right) \cdot t + \dfrac{\pi}{2}\right] \\ Z = -0.05 \end{cases} \tag{44}$$

实验中尽量选取相同的控制参数，能够有效对比实验结果，控制方案中的广义比例积分观测器参数 β_1，β_2，β_3，β_4 设计为 4，6，4，1，其他控制器参数选取参见表 5。将实验结果的数据均采用 *RMSE* 和 *AE* 两项性能指标进行处理。基于式（43）计算系统性能提升幅度。

表 5　控制器 NFTSMC-GF 参数(实验)

控制器	控制器参数							
	α	g	h	β	p	q	k	ω
NFTSMC-GF	10	9	5	10	9	7	2.8	40

通过图 10 以及图 11 可以看出本章设计的 NFTSMC-GF 控制方法下的跟踪曲线相比 FP-ESO 更贴近参考轨迹，局部放大可以看出跟踪误差更小，且响应速度更快，能更迅速地跟随轨迹动态变化。如表 6 所示，从定量性能指标来看，本章节所提控制方案的性能参数 *AE*、*RMSE* 和 *ITAE* 分别提升 34.46%，10.46% 和 42.46%。通过图 12 力传感器反馈曲线可以看出，面对

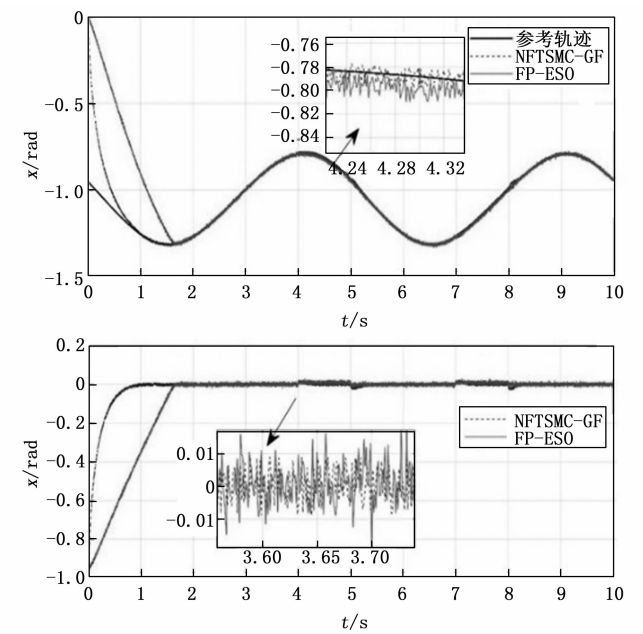

图 10　NFTSMC-GF 和 FP-ESO 不同控制下关节 S1 跟踪曲线

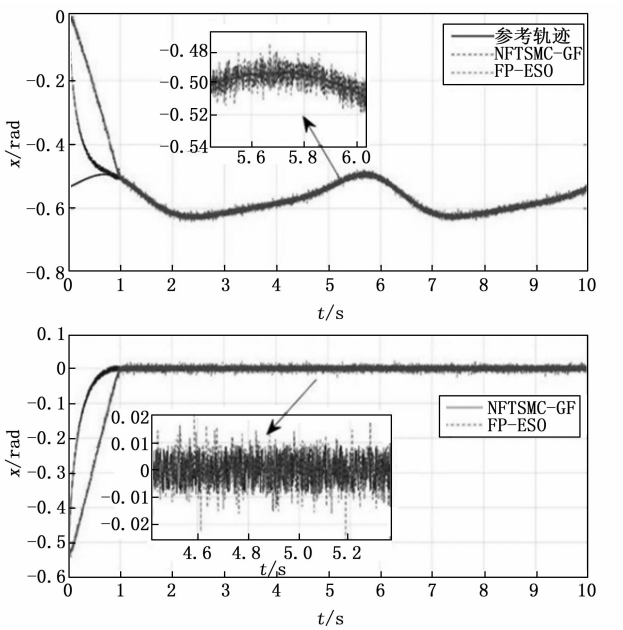

图 11　NFTSMC-GF 和 FP-ESO 不同控制下关节 S2 跟踪曲线

环境刚度突变时，基于 NFTSMC-GF 控制方法下的接触力波动更小，能够更快的恢复到期望力跟踪上。从对比实验结果可以看出，所设计 NFTSMC-GF 控制器在轨迹跟踪精度、稳态误差抑制及动态误差累积控制方面均展现出显著优势。通过对实验结果的定性与定量分析，充分印证了本章提出方案的有效性。

表 6　NFTSMC-GF,FP-ESO 轨迹跟踪性能表（实验）

控制器	*AE*	*RMSE*	*ITAE*
FP-ESO	0.026	0.258	2.871
NFTSMC-GF	0.017	0.231	1.652
Improvement	34.46%	10.46%	42.46%

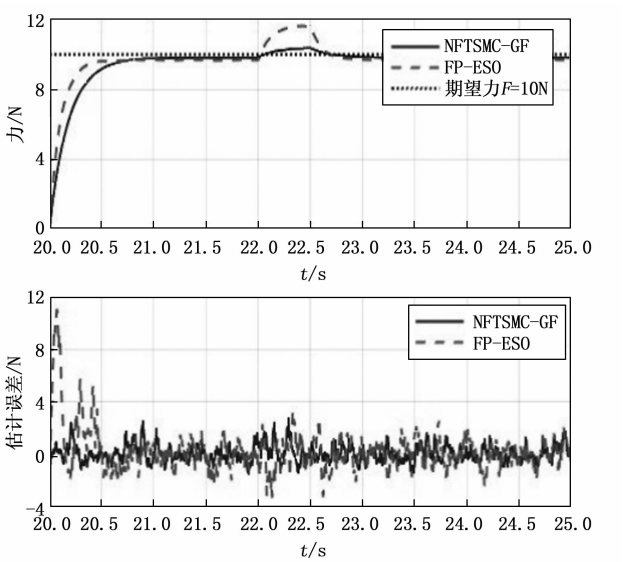

图 12　NFTSMC-GF 和 FP-ESO 控制下机械臂末端力跟踪曲线与误差曲线

5 结束语

本文针对柔性机械臂在实际运行中存在强非线性特性及时变扰动（如负载突变、环境刚度动态变化）等因素，PD 控制的线性本质在应对此类复杂工况时，易出现动态响应滞后、鲁棒性不足的问题，尤其在人机交互等对力控稳定性与轨迹跟踪快速性要求极高的场景中，难以满足精准控制需求，提出了一种基于广义比例积分观测器的非奇异快速终端滑模控制。NFTSMC 作为非线性控制方法，兼具有限时间收敛特性与抖振抑制能力，可在时变扰动下快速实现轨迹跟踪。结合 GPIO 对系统总扰动（含阻抗参数不确定性、外界时变干扰等）以及时变扰动的实时估计与补偿，能够有效克服 PD 控制在强非线性场景下的不足，最终实现未知环境下机械臂力/位置控制的高精度、快响应。结果表明所提算法在轨迹跟踪，力跟踪效果，抗干扰能力有明显提升，实现了柔性机械臂在时变扰动复杂场景下的有效控制。

参考文献：

[1] 国务院. 中国制造 2025 [M]. 北京：人民出版社，2015.

[2] CHANG W，LI Y，TONG S，et al. Adaptive fuzzy backstepping tracking control for flexible robotic manipulator [J]. Journal of Automatica Sinica，2021，9 (10)：1923－1930.

[3] CASTELLS D，NGO V，BORREGO J，et al. A survey of FPGA-based vision systems for autonomous cars [J]. Access，2022，10：132525－132563.

[4] SUN T，LIANG D，SONG Y. Singular-perturbation-based nonlinear hybrid control of redundant parallel robot [J]. Transactions on Industrial Electronics，2018：3326－3336.

[5] VAN M，GE S，REN H. Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control [J]. Transactions on Cybernetics，2017，32 (2)：1681－1693.

[6] PAN Y，LI X，WANG H，et al. Continuous sliding mode control of compliant robot arms：a singularly perturbed approach [J]. Mechatronics，2018，52 (1)：127－134.

[7] WANG H，PENG W，TAN X，et al. Robust output feedback tracking control for flexible joint robots based on CTSMC technique [J]. Transactions on Circuits and Systems II：Express Briefs，2020，68 (6)：1982－1986.

[8] WANG H，ZHANG Q，SUN Z，et al. Continuous terminal sliding mode control for FJR subject to matched/mismatched disturbances [J]. IEEE Transactions on Cybernetics，2021，52 (10)：10479－10489.

[9] JU M，LIN C，LIN D，WANG S and CHEN S. A rehabilitation robot with force-position hybrid fuzzy controller：hybrid fuzzy control of rehabilitation robot [J]. Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering，2005：349－358.

[10] LEE D，CHOI M，PARK H，et al. Peg-in-hole assembly with dual-arm robot and dexterous robot hands [J]. Robotics and Automation Letters，2022：8566－8573.

[11] SUDHAGAR S，SURGENOR B W，HASHTRUDI K. Robotic sanding of wooden bowls with hybrid force/position impedance control [C] //Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering，London，ON，Canada，2020：1－6.

[12] RIVAS B，BAUZANO E. Force-position control for a miniature camera robotic system for single-site surgery [C] //International Conference on Intelligent Robots and Systems，Piscataway，2013：3065－3070.

[13] OHISHI K，NAKAO M，OHNISHI K，et al. Microprocessor-controlled DC motor for load-insensitive position servo system [J]. Transactions on Industrial Electronics，1987 (1)：44－49.

[14] CHEN W，BALLANCE D，GAWTHROP P J，et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [J]. Transactions on Industrial Electronics，2000，47 (4)：932－938.

[15] 韩京清. 自抗扰控制技术－估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京：国防工业出版社. 2013.

[16] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] //2003：4989－4996.

[17] WEI W，XUE W，LI D. On disturbance rejection in magnetic levitation [J]. Control Engineering Practice，2019，82：24－35.

[18] SHE J H，FANG M，OHYAMA Y，et al. Improving disturbance-rejection performance based on an equivalent-input-disturbance approach [J]. Transactions on Industrial Electronics，2008，55 (1)：380－389.

[19] SHE J H，XIN X，PAN Y. Equivalent-input-disturbance approach—Analysis and application to disturbance rejection in dual-stage feed drive control system [J]. Transactions on Mechatronics，2010，16 (2)：330－340.

[20] SIR H，OLIVER M A. On the robust control of buck-converter DC-motor combinations [J]. Transactions on Power Electronics，2012，28 (8)：3912－3922.

[21] SMITHA YANG C，LI C，MA H，et al. Development of a dynamics model for the baxter robot [C] //International Conference on Mechatronics and Automation，Harbin，China，2016，10 (2)：1244－1249.

[22] WANG J，ZHAO L，YU L. Adaptive terminal sliding mode control for magnetic levitation systems with enhanced disturbance compensation [J]. Transactions on Industrial Electronics，2020，68 (1)：756－766.