

基于自适应动态逆的编队位置控制方法研究

刘颖珂¹, 朱传军², 陈通文¹, 陈改改¹, 刘小雄¹

(1. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710072; 2. 国防大学 联合作战学院, 石家庄 050000)

摘要: 对无人机编队飞行中队形重构和位置变化问题进行研究, 提出基于自适应动态逆的编队位置控制方法; 设计指令跟踪自适应动态逆航迹控制回路, 补偿队形变换产生的控制误差和外部扰动; 基于一致性协议, 设计协同编队控制律, 并采用基于无人机方位和距离的动态位置匹配算法, 减少位置变换过程中的航路交叉并缩短飞行航路; 以六架无人机紧密编队为例, 进行队形重构和位置变化仿真分析, 模拟飞行任务过程中环境变换的编队队形重构场景; 仿真结果表明, 该方案可提高无人机控制的鲁棒性, 增强编队位置变换过程中的安全性, 同时降低编队能量损耗。

关键词: 自适应动态逆; 位置匹配; 队形变换; 协同编队

A Formation Position Control Method Based on Adaptive Dynamic Inversion

LIU Yingke¹, ZHU Chuanjun², CHEN Tongwen¹, CHEN Gaigai¹, LIU Xiaoxiong¹

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. College of Joint Operations, National Defense University, Shijiazhuang 050000, China)

Abstract: This paper studies the problems of formation reconfiguration and position change in unmanned aerial vehicle (UAV) formation flight, and proposes a formation position control method based on adaptive dynamic inversion. An adaptive dynamic inversion trajectory control loop with command tracking is designed to compensate for the control errors and external disturbances caused by formation changes. Based on consensus protocol, a cooperative formation control law is developed, and a dynamic position matching algorithm based on UAV azimuth and distance is adopted to reduce route intersections and shorten flight paths during the process of position changes. Taking a close formation of six UAVs as an example, simulation analysis on formation reconfiguration and position changes are conducted to simulate the formation reconfiguration scenarios of environmental changes during flight mission. Simulation results show that the proposed scheme can enhance the robustness of UAV control, improve the safety of the formation during position changes, and reduce the energy consumption of the formation.

Keywords: adaptive dynamic inversion; position matching; formation transformation; cooperative formation

0 引言

随着飞机飞行任务需求的日益多样化和复杂环境的不断变化, 无人机编队需要在飞行过程中灵活地改变队形结构, 以实现诸如避障、协作侦察、目标跟踪等多种任务目标。而在变队形过程中, 位置匹配成为了确保编队整体性能与稳定性的核心要素。精确且高效的位置匹配能够保证编队在不同队形下的协同一致性, 避免因队形转换而引发的碰撞风险或任务执行偏差。文献[1]应用粒子群优化算法搜索无人机最短时间队形切换的最优路径, 实现三机的队形变换, 同时保持变换前后飞机

航向一致。文献[2]基于分层策略将复杂的多无人机队形变换问题转换为对多个单机的航迹寻优问题, 并利用K均值和遗传算法进行航迹规划。文献[3]提出了一种基于匈牙利算法的多无人机编队航迹规划, 通过无人机初始位置与目标点的距离组成距离矩阵, 寻找最短距离匹配, 减少了队形变换的能量损耗。文献[4]利用匈牙利算法对编队变队形问题进行改进, 并对比了无匈牙利算法的编队变队形航迹。文献[5]将人工势场法引入深度强化学习, 基于多智能体注意力评论家算法构建编队路径规划框架, 设计编队切换奖励函数, 使三机编队在进入威胁区域时自主切换为链式结构、通过后

收稿日期: 2025-04-22; 修回日期: 2025-06-11。

基金项目: 国家自然科学基金(62073266)。

作者简介: 刘颖珂(2001-), 女, 硕士研究生。

引用格式: 刘颖珂, 朱传军, 陈通文, 等. 基于自适应动态逆的编队位置控制方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(9): 152-160.

恢复预设队形。智能算法需要的计算资源较大,离线算法难以适应多变的任务场景,而在线算法难以保证实时性。文献[6]提出了一种三维距离空间映射的位置分配策略,从无人机编队的几何空间特点出发简化编队变形算法,根据无人机的方位构建评价体系,在平面队形中可以保证无人机无航线交叉地完成由梯形队形到八字形队形的队形变换。文献[7]提出一种基于诱饵捕食者系统的分布式控制方法,模拟自然界生物觅食行为中的信息素扩散、状态竞争及避障机制,实现机器人与目标位置的自主匹配及队形动态切换。综合上述研究可以看出,对编队队形变换的设计极大地提高了无人机编队协同的应用范围,但对于多机紧密编队场景,任务过程需要多次实时的队形变换,对算法实时性和准确性有较高要求,因此本文设计了一种基于无人机方位和距离的位置匹配算法。

在位置变换过程中,需要无人机具有精确的轨迹控制能力以防止和抑制对象变换对飞机飞行控制产生的扰动和不确定性。非线性动态逆以其直观、易于理解、具有通用性的特点,广泛应用于飞行器轨迹控制设计中^[8-13]。然而,动态逆控制方法高度依赖于系统精确建模,而实际中飞行环境的复杂以及飞机建模的误差都会使飞机参数发生变化且不被感知,实际物理对象的建模误差是不可避免的,因此许多研究团队对动态逆控制方法进行了改进。现有的改进方法可以分为两大类,增量动态逆方法,通过避免求解与系统输入无关的非线性项来降低对模型的依赖^[14],但需要引入对前一时刻被控状态的微分^[15];自适应动态逆方法,通过设计控制结构来抵消系统的建模误差^[16-17]。基于不同的控制结构,自适应动态逆可以分为两类^[18]:一是由控制输入和被控对象输出计算控制器调节参数的自校正控制,直接从输入与输出之间误差角度设计自适应控制器;二是设计参考模型,通过参考模型的输出和被控对象输出计算控制器调节参数的模型参考自适应,其原理是将控制信号 u 分别加到被控对象和参考模型中,参考模型的输出代表了期望的控制性能指标,即理想的输出曲线;自适应律则是根据被控对象与参考模型之间的误差进行调整,产生一个修正信号加到控制器中,使得被控对象的输出尽可能跟踪上参考模型的输出,使得广义误差尽可能为零。文献[19]将动态逆与自适应模糊系统与控制和滑动模态控制相结合,保证了跟踪误差的收敛性和闭环系统鲁棒性,实现飞机在过失速机动条件下的控制。文献[20]基于神经网络动态逆方法,给出了一种非线性模型参考自适应跟踪控制方案,将这种方法用于某型歼击机姿态系统控制的仿真研究,能更好地重构系统逆误差,最终实现准确的鲁棒自适应跟踪控制。文献[21]提出了增量逆向微分控制相结合,设计了3种参数估计

算法并评估效果,选择最佳方案以应对飞机模型的复杂不确定性和干扰。文献[22]设计了一种PD控制器和动态逆控制器相结合的自主飞行控制器,并且针对在参数不确定的情况下进行自适应调整,使飞行器能够准确地跟踪飞行轨迹。

本文针对无人机编队协同中位置变换控制问题,设计了一种模型参考自适应动态逆控制律,并利用一致性协议设计三个通道的一致性协同控制律;接着设计一种基于无人机方位和距离的位置匹配算法,实现无人机编队安全、高效的队形变换。

1 无人机协同编队控制律设计

1.1 模型参考自适应动态逆

理想状态下,系统状态方程可描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x) + G(x)u(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x(t) \in R^n$ 为被控对象的状态变量, $u(t) \in R^m$ 为系统的输入, $F(x) \in R^{n \times 1}$ 表示与系统输入量无关的非线性动态函数, $G(x) \in R^{n \times m}$ 表示与系统输入相关的非线性控制分布函数。

而在实际情况中,必然存在未建模动态或 $f(x)$ 、 $g(x)$ 估计不准确引起的干扰,因此考虑到实际情况可以将(1)式改写为:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \underbrace{f(x) + f_0(x)}_{F(x)} + \underbrace{g(x)\Lambda u(t)}_{G(x)} + \delta(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2)$$

其中:系统的非线性动态函数 $F(x)$ 无法完全精确得到,因此将其分为两部分,一部分是可以精确建模获得的 $f_0(x)$;另一部分 $f(x)$ 则是 $F(x)$ 中无法获取或者是建模误差的部分。此外 Λ 为对角阵表示控制量的控制效率,正常情况下为单位阵。 $\delta(t) \in R^n$ 表示系统未建模动态或建模误差的干扰项,并且假设该干扰保证有界。

参考动态逆控制律求逆的思想,可以解出自适应动态逆的控制律表达式为:

$$u(t) = (g(x)\hat{\Lambda}(t))^{-1}(-K(x - x_{ref}) - \dot{f}_0(x) - \hat{f}(x) - \hat{\delta}(t)) \quad (3)$$

由于实际中 $f(x)\delta(t)\Lambda$ 无法精确给出,这里用 $\hat{f}(x)\hat{\delta}(t)\hat{\Lambda}(t)$ 表示,由自适应律求解出。

模型参考自适应控制的核心是要设计参考模型,保证系统在含有不确定性或者扰动等情况下的动态性能,确保状态 $x(t)$ 渐进跟踪一个参考系统状态信号 $\hat{x}(t)$, $\hat{x}(t)$ 由参考模型产生。针对上述系统参考模型设计为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) = & -\alpha \hat{x}(t) + \alpha x(t) + \hat{f}(x) + f_0(x) + \\ & g(x)\hat{\Lambda}(t)u(t) + \hat{\delta}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中, α 是与误差收敛相关的参数,必须保证 $\alpha > 0$; $\hat{x}(t)$ 为模型参考的状态量; $\hat{f}(x)\hat{\delta}(t)\hat{\Lambda}(t)$ 为自适应律

的参数估计值。

根据 Lyapunov 稳定性设计自适应律，具体设计如下：

$$\begin{aligned}\dot{f}(x) &= \Gamma_1 e(t) \\ \dot{\hat{\Lambda}}_{ii}(t) &= \Gamma_2 \{ [e^T(t)g(x)]^T u^T \}_{ii} \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \dot{\hat{\delta}}(t) &= \Gamma_3 e(t)\end{aligned}\quad (5)$$

其中：误差信号 $e(t)$ 为被控对象和参考模型跟踪误差差，即 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 。

由于对 $\dot{f}(x)$ 和 $\dot{\hat{\delta}}(t)$ 估计的自适应律形式一致，因此可以进行合并成 $\Delta(t)$ ，自适应动态逆控制器简化如下：

$$u(t) = [g(x)\hat{\Lambda}(t)]^{-1} [-K(x - x_{\text{ref}}) - f_0(x) - \hat{\Delta}(t)] \quad (6)$$

$$\dot{x}(t) =$$

$$-\hat{\alpha}\hat{x}(t) + \alpha x(t) + f_0(x) + g(x)\hat{\Lambda}(t)u(t) + \hat{\Delta}(t) \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\Delta}}(t) = \Gamma_1 e(t) \\ \dot{\hat{\Lambda}}_{ii}(t) = \Gamma_2 \{ [e^T(t)g(x)]^T u^T \}_{ii} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (8)$$

1.2 无人机自适应动态逆控制律设计

基于奇异摄动理论，飞机各状态变量的响应时间存在显著差异，在内外回路之间选择不同的带宽，能够保证各个动态子系统运行在不同的时间域^[23]。本节选择飞机飞行 6 个状态量 $\beta, \alpha, \varphi, p, q, r$ 进行时标分离，即按响应快慢分为两个组，分别是：角速率快回路 p, q, r 、角回路 α, β, φ 。考虑到扰动偏差以及模型不确定性对系统的影响，选择自适应控制方法中的基于模型参考的直接自适应设计角速率内回路自适应动态逆，以提高控制鲁棒性，减小对模型的依赖；对于较慢的角回路则搭建普通的动态逆控制律。

应用自适应动态逆搭建角速率回路控制律，无人机角速率回路微分方程可写为：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= J^{-1} \left\{ QS \begin{bmatrix} bC_{l*} \\ cC_{m*} \\ bC_{n*} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right\} + \\ &\quad \underbrace{J^{-1} QS \begin{bmatrix} bC_{l*} & 0 & bC_{l*} \\ 0 & cC_{m*} & 0 \\ bC_{n*} & 0 & bC_{n*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix}}_{g(x)\hat{\Lambda}} + \Delta(t) \quad (9)\end{aligned}$$

其中， Q 为动压， S 表示机翼面积， J 表示转动惯量矩阵， $\Delta(t)$ 表示未建模动态和扰动对飞机的影响，理想情况下为 0； $C_{l*}, C_{l\beta}, C_{m\dot{\beta}}, C_{m\dot{\alpha}}, C_{n\dot{\beta}}, C_{n\dot{\alpha}}$ 表示与副翼、升降舵以及方向舵相关的操纵导数； C_{l*}, C_{m*}, C_{n*} 表示与操纵气动导数无关的其它的气动导数。根据 (6) 式，自适应动态逆的角速率回路控制律设计如下：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} &= \underbrace{\left\{ \frac{J}{QS} \begin{bmatrix} bC_{l*} & 0 & bC_{l*} \\ 0 & cC_{m*} & 0 \\ bC_{n*} & 0 & bC_{n*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\Lambda}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\Lambda}_{33} \end{bmatrix} \right\}^{-1}}_{[g(x)\hat{\Lambda}]^{-1}} \cdot \\ &\quad \left\{ -K \underbrace{\left\{ \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_{\text{ref}} \\ q_{\text{ref}} \\ r_{\text{ref}} \end{bmatrix} \right\}}_{e(t)} - J^{-1} \underbrace{\left\{ QS \begin{bmatrix} bC_{l*} \\ cC_{m*} \\ bC_{n*} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right\}}_{f_0(x)} \right\} - \hat{\Delta}(t) \quad (10)\end{aligned}$$

K 称为系统的带宽，相关文献明确给出飞机角速度带宽选在 8~10 rad/s 之间较为合适^[24]。

如式，参考模型设计如下：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= -\alpha \left\{ \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \\ \hat{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right\} + J^{-1} \left\{ QS \begin{bmatrix} bC_{l*} \\ cC_{m*} \\ bC_{n*} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right\} + \\ &\quad \underbrace{\left\{ \frac{J}{QS} \begin{bmatrix} bC_{l*} & 0 & bC_{l*} \\ 0 & cC_{m*} & 0 \\ bC_{n*} & 0 & bC_{n*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\Lambda}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\Lambda}_{33} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}}_{g(x)\hat{\Lambda}} + \hat{\Delta}(t) \quad (11)\end{aligned}$$

其中： α 是被控对象与参考模型收敛速度的值。在调参的过程中发现， α 较小，系统在收敛过程中抖动较大，并且在强扰动的情况下无法保证系统的 Lyapunov 稳定； α 值较大，系统的动态性能会变差。平衡各因素，最后选取 $\alpha = 20$ 。由于 $\hat{\Lambda}$ 表示控制面的控制效率，因此 $\hat{\Lambda}_{11}, \hat{\Lambda}_{22}, \hat{\Lambda}_{33}$ 的初值设为 1，后面由自适应律进行更新。

如式，在 Lyapunov 稳定意义下自适应律设计如下：

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\Lambda}}_{ii}(t) &= \Gamma_2 \{ [e^T(t)g(x)]^T u^T \}_{ii} = \\ &\quad \Gamma_2 \left\{ \left\{ \left\{ \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \\ \hat{r} \end{bmatrix} \right\}^T \underbrace{\left\{ \frac{J}{QS} \begin{bmatrix} bC_{l*} & 0 & bC_{l*} \\ 0 & cC_{m*} & 0 \\ bC_{n*} & 0 & bC_{n*} \end{bmatrix} \right\}}_{g(x)} \right\} u^T \right\}_{ii} \\ &\quad i = 1, 2, 3 \\ \dot{\hat{\Delta}}(t) &= \Gamma_1 e(t) = \Gamma_1 \underbrace{\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \\ \hat{r} \end{bmatrix}}_{e(t)} \quad (12)\end{aligned}$$

自适应增益 Γ_1 和 Γ_2 的值会对系统的动态性能产生影响。通常，较大的自适应增益可以加快跟踪误差的收敛速度，但可能会产生较大的瞬态误差；相反，自适应增益较小时会使误差的收敛速度变慢，系统响应变慢的

情况。这里选取 $\Gamma_1 = 100$ 、 $\Gamma_2 = 10$ 。

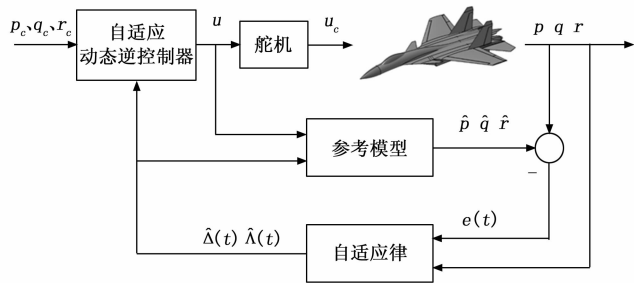


图 1 角速率回路自适应动态逆控制结构框图

具体结构框图为：接着应用普通动态逆搭建角回路控制律，选取 θ, β, φ 作为控制变量。已知飞机 θ, β, φ 的微分方程如下：

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= q \cos \varphi - r \sin \varphi \\ \dot{\beta} &= p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{1}{mV}(Y - T \cos \alpha \sin \beta + mg_z) \\ \dot{\varphi} &= p + \tan \theta (q \sin \varphi + r \cos \varphi)\end{aligned}\quad (13)$$

由于角速度变化要快于气流角变化，根据奇异摄动理论可知如果快变量的动态响应很快，那么在角速度变化期间可以忽略气流角慢变量变化，近似认为慢变量是一个固定常数，因此，设计慢变量控制律在某种程度上是一种近似，从角速率的快时间尺度来看，近似认为角速率变化过程中气流角和姿态角基本不变。角回路动态逆控制为角速率内回路提供指令 x_{ref} ，忽略舵面产生的操纵力影响，可求得气流角回路的控制律为：

$$\begin{bmatrix} p_c \\ q_c \\ r_c \end{bmatrix} = g_1^{-1}(x_1) \left\{ \begin{bmatrix} \dot{\theta}_d \\ \dot{\beta}_d \\ \dot{\varphi}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_\theta(x_1) \\ f_\beta(x_1) \\ f_\varphi(x_1) \end{bmatrix} \right\}\quad (14)$$

其中： $f_\theta(x_1)$ 、 $f_\beta(x_1)$ 、 $f_\varphi(x_1)$ 、 $g_s(x_1)$ 具体表达如下：

$$f_\alpha(x_1) = 0\quad (15)$$

$$f_\beta(x_1) = \frac{1}{mV} [qSC_{Y\beta} \cos \beta + mg \cos \gamma \sin \mu - F_T \cos \alpha \sin \beta]\quad (16)$$

$$f_\varphi(x_1) = 0\quad (17)$$

$$g_s(x_1) = \begin{bmatrix} 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ 1 & \tan \theta \sin \varphi & -\tan \theta \cos \varphi \end{bmatrix}\quad (18)$$

选取角回路带宽为 2 rad/s，因此有：

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_d &= 2(\theta_c - \theta) \\ \dot{\beta}_d &= 2(\beta_c - \beta) \\ \dot{\varphi}_d &= 2(\varphi_c - \varphi)\end{aligned}\quad (19)$$

速度回路以气流角回路为内回路，该回路无法写成上述微分方程的形式，因此采用解析法对速度回路进行控制律设计。忽略较慢回路响应，速度回路微分方程可写为：

$$\dot{V} = \frac{1}{m}(F_T \cos \alpha - D - mg \sin \gamma)\quad (20)$$

由上述方程可以看出，可以用 F_T 控制 V ，因此由式可以得到：

$$F_T = \frac{m\dot{V} + D + mg \sin \gamma}{\cos \alpha_c}\quad (21)$$

基于自适应动态逆的整体飞机控制结构框架如图 2 所示。

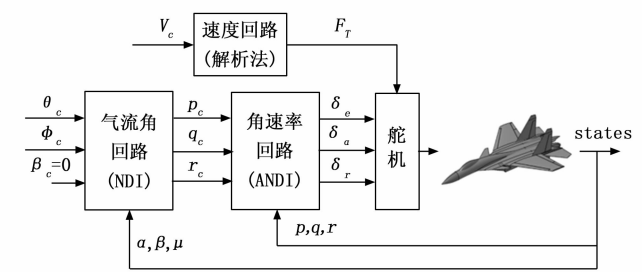


图 2 飞机控制结构框图

为了提高系统跟踪参考指令的能力，本文首先设计基于参考模型信号 $\dot{x}_{cmd}$ 的前馈环节，以提高系统的控制跟踪性能，这样能够通过参考模型赋予飞机特定的飞行品质。图 3 所示为基于指令参考模型的动态逆控制结构图。

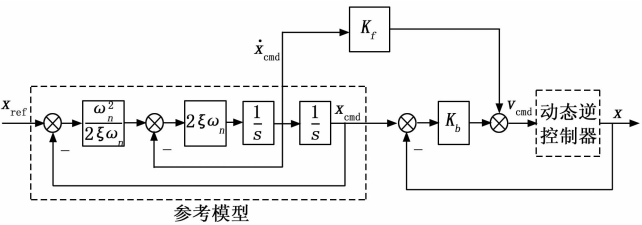


图 3 基于参考模型跟踪的动态逆控制结构框图

在图 3 中，参考信号 x_{ref} 经过一个指令模型，产生控制指令信号 x_{cmd} ，其微分信号 $\dot{x}_{cmd}$ 用于前向反馈。根据图 3 所示，本文设计的指令模型选择具有如下典型二环节的传递函数：

$$\frac{x_{cmd}(s)}{x_{ref}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\quad (22)$$

根据飞行品质选择轨迹指令模型参数，比如针对航迹角指令构型，设计选择 ξ 为飞机纵向短周期的阻尼比， ω_n 为短周期的自然频率。短周期模态的 1 级飞行品质要求阻尼为 0.35~1.3，自然频率大于 0.87 rad/s。根据飞行品质可以合理的选择指令跟踪模型，从而使得跟踪轨迹更加合理可靠。

1.3 编队协同控制律设计

本文编队中各无人机设计为无中心模式，通过与队形中心保持一定的相对位置达到预定的编队队形。以 N 架无人机组成的编队系统为例，该系统内无人机以给定的通信队形结构进行信息交互，基于一致性协议并结合飞行控制理论，给出无人机 U_i 的一致性控制协议为：

$$v_i^{(1)} = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left[\sum_{k=1}^n K_k (x_j^{(k)} - x_i^{(k)}) \right]\quad (23)$$

其中: 1) $x_i^{(n)} \in \bar{X}_i$, $\bar{X}_i = (x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(n)})^T$ 是无人机 U_i 的 n 维状态变量; 2) $v_i^{(m)} \in \bar{V}_i$, $\bar{V}_i = (v_i^{(1)}, \dots, v_i^{(m)})^T$ 是无人机 U_i 的 m 维控制变量; 3) a_{ij} 表示无人机 U_j 和无人机 U_i 的通信关系, 是邻接矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ 的元素, 如果飞行状态信息由无人机 U_j 传递到无人机 U_i , 则有 $a_{ji} = 1$, 否则 $a_{ji} = 0$; 4) $K_k (k=1 \dots n)$ 为一致性项比例系数。

该一致性控制协议的具体含义是: 将所有与无人机 U_i 进行通信的无人机的相关状态量按照一致性控制协议进行反馈, 并乘以一致性项比例系数 K_k , 给到无人机 U_i 的相关控制输入处, 最终实现编队无人机相关状态的一致性稳定。对于 N 机编队, 飞机 U_i 线性化状态方程为:

$$\dot{\bar{X}}_i = \mathbf{A}\bar{X}_i + \mathbf{B}\bar{V}_i \quad (24)$$

其中: $\bar{X}_i = (x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(n)})^T$ 为 n 维状态变量; $\bar{V}_i = (v_i^{(1)}, \dots, v_i^{(m)})^T$ 为 m 维输入变量, 为后续证明简单起见, 取 $m=1$, 则 $\bar{V}_i = v_i^{(1)}$ 。

假设 N 机编队的所有飞机按照给定的通信拓扑结构 G 进行信息交互, 其邻接矩阵为 $\mathbf{A}_e = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ 。对于该编队系统, 如果当 $t \rightarrow \infty$ 时 $\|\bar{X}_j - \bar{X}_i\| \rightarrow 0$, 则认为该系统是一致渐进稳定的。因此, 定义 $\delta_i = \bar{X}_1 - \bar{X}_i$, 则 $\|\delta_i\| \rightarrow 0$ 等效于 $\|\bar{X}_1 - \bar{X}_i\| \rightarrow 0$, 如果满足当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|\delta_i\| \rightarrow 0$, 则系统一致性渐进稳定。

本节分别对无人机进行纵向、侧向和前向协同控制。已知虚拟无人机的纵向位置 c_h 和俯仰角 c_θ 以及编队纵向约束信息 f_{h_1} 、 f_{h_2} 和 f_{h_3} 。为了保证编队纵向队形, 首先引入高度信号的一致性, 但是仅引入高度信号的一致性, 只能保证各机纵向位置的稳态值相同, 并不适合在纵向上有队形约束的情况, 因此需要引入纵向队形约束信息。为了实现更精确的编队控制引入俯仰角一致性项。因此无人机 U_i 纵向编队队形控制律为:

$$\theta_i = \theta_{i0} - K \left\{ \sum_{j=1}^N a_{ji} [(h_i - f_{h_1}) - (h_j - f_{h_2})] - \sum_{j=1}^N a_{ji} (\theta_i - \theta_j) \right\} \quad (25)$$

其中: K 为待设计的参数, 第一项是俯仰角的配平值, 第二项是高度信号的一致性和俯仰角信号的一致性项。

已知虚拟无人机侧向位置 c_y 和偏航角 c_ψ 以及编队侧向约束信息 f_{iy} 、 f_{iy} 和 f_{iy} 。为了保证编队侧向队形, 引入侧向位置信号的一致性。同时为了实现更精确的编队队形控制, 在队形控制律中引入偏航角的一致性项。因此无人机 U_i 的侧向编队队形控制律为:

$$\psi_{ig} = -K \left\{ \sum_{j=1}^N a_{ji} [(y_i - f_{iy}) - (y_j - f_{iy})] - K \sum_{j=1}^N a_{ji} (\psi_i - \psi_j) \right\} \quad (26)$$

其中: K 为待设计的参数; 第二项是侧向位置信号的一致性项和偏航角信号的一致性项。

实际中使用滚转角来控制偏航角, 为保证滚转角的一致性, 引入滚转角信号的一致性项为:

$$\varphi_{ig} = k_{\varphi} (\psi_{ig} - \psi_i) - K_2 \sum_{j=1}^N a_{ji} (\varphi_i - \varphi_j) \quad (27)$$

其中: k_{φ} 为利用滚转角控制偏航角比例系数。

已知编队虚拟无人机的前向位置 c_x 和速度 c_v 以及编队前向约束信息 f_{ix} 、 f_{jx} 和 f_{iv} 。为了保证编队前向队形, 引入前向位置信号的一致性。同时为了实现更精确的编队队形控制, 在队形控制律中引入速度的一致性项。因此无人机 U_i 的前向编队队形控制律为:

$$V_{iref} = c_v - K \left\{ \sum_{j=1}^N a_{ji} [(x_i - f_{ix}) - (x_j - f_{jx})] - \sum_{j=1}^N a_{ji} (V_i - V_j) \right\} \quad (28)$$

其中: K 为待设计的参数; 第一项是虚拟无人机的飞行速度; 第二项是前向位置信号的一致性和速度信号的一致性项。

结合上节设计的无人机动态逆控制回路, 最终实现无人机编队一致性闭环控制, 对于无人机 U_i 其一致性编队系统控制结构如图 4 所示。

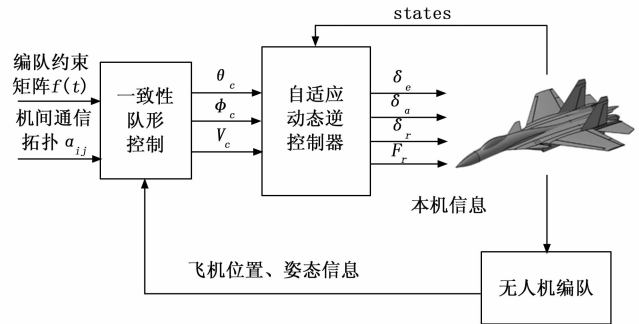


图 4 一致性编队控制结构框图

2 编队动态位置匹配算法设计

利用图论中二分图的概念, 我们将编队变化位置匹配问题转化为有权二分图的完美匹配问题, 如何设置权值矩阵是解决问题的关键。本节基于无人机在编队前后的位置, 根据变换方位和变换距离设置匹配矩阵, 最后根据匹配矩阵进行无人机的位置匹配算法设计。

2.1 基础定义

定义 2.1: 图 $G = (V, E)$, 其中 G 表示图, V 表示该图中点的集合, E 表示该图中边的集合, 边集 E 中元素就是指连接节点的边, 为了描述边和节点之间的联系, 将第 i 个节点和第 j 个节点之间的边 $e_{i,j}$ 记作 $e_{i,j} = (v_i, v_j)$ 。

定义 2.2: 完美匹配: 如果一个图的某个匹配中, 所有的顶点都是匹配点, 那么它就是一个完美匹配。

定义 2.3: 集合匹配度: 指两个集合中的相同元素

的个数。例如集合 $\{(1,2),(3,5),(3,1),(2,2)\}$ 和 $\{(3,1),(1,4),(2,5),(2,-2)\}$, 相同元素只有 $(3,1)$, 因此其匹配度为 1。

2.2 算法设计

如图 5 所示, 无人机初始队形和目标队形可视为两个互不相交的顶点集 (U,V) , 每架无人机的切换航迹可视为连接这两个顶点集的边, 参考定义 2.2, 我们可以将无人机初始队形和目标队形视为一个二分图, 并且变换队形时每一架无人机都会分配到一个目标位置, 因此无人机变换队形问题是一个二分图的完美匹配问题, 合理地设置顶点集之间的匹配矩阵是该问题的关键。图 5 (a) 所示的位置匹配会使无人机在变换队形过程中出现航路交叉, 有较高碰撞风险, 为保证无人机编队飞行的安全性, 实现图 5 (b) 所示的合理位置匹配, 本节提出基于编队无人机方位和距离的位置匹配算法。

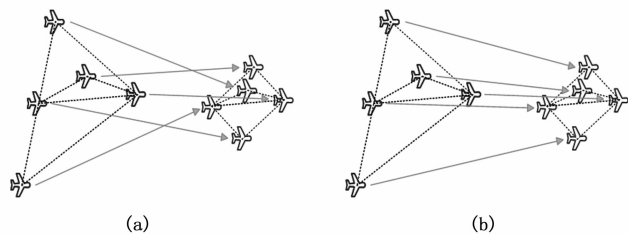


图 5 变换队形位置匹配示意图

我们优先考虑变换队形过程的安全性, 减少变换队形过程中的航路交叉, 即优先考虑无人机的方位匹配。根据队形切换前后的队形描述矩阵 F_d^U 、 F_d^V , 计算队形切换前后机间距离矩阵 ρ_U 、 ρ_V , 其中, $\rho_{ij}^U = (lx_{ij}^U, ly_{ij}^U, lh_{ij}^U)^T$ 为无人机 U_i 和无人机 U_j 在队形切换前的三维距离, $\rho_{ij}^V = (lx_{ij}^V, ly_{ij}^V, lh_{ij}^V)^T$ 为目标位置 V_i 和目标位置 V_j 的三维距离; 对机间距离矩阵进行归一化处理, 通过 1 或 -1 的映射关系, 仅保留机间方位信息, 若机间距离在前向、侧向或纵向出现距离为 0 的情况, 该元素既可以映射为 1, 也可以映射为 -1, 为便于计算, 定义此时映射为 2, 最终生成机间距离映射矩阵 Δ_U 、 Δ_V , 其中 $\bar{\Delta}_{ij}^U = \Delta(\rho_{ij}^U)$, $\bar{\Delta}_{ij}^V = \Delta(\rho_{ij}^V)$, 距离映射矩阵反映了无人机在队形中所处的方位, 例如无人机 U_i 位置越靠前, 则距离映射矩阵第 i 行中的 x 距离映射越多 1, 反之则越多 -1, 其余方向同理; 基于定义 2.3 逐行计算 Δ_U 对 Δ_V 每一行的集合匹配度, 得出相应的匹配矩阵 Θ , 此时匹配矩阵值 Θ_{ij} 越大, 代表无人机 U_i 从当前队形位置到 V_j 队形位置的方位匹配度越高。

在减少航路交叉的基础上, 针对无人机变换队形过程中的能量损耗问题, 进一步对匹配矩阵进行距离优化, 即无人机的最短距离匹配。分析基于无人机编队方位得到的匹配矩阵, 对匹配矩阵行存在最大匹配值不唯一的情况, 逐个对无人机变换队形所需的距离进行评估, 选

取距离最小的目标位置, 对匹配矩阵对应的元素加 1; 根据优化后的匹配矩阵 Θ^* 来进行位置分配, 取每一行中最大匹配矩阵值所在列序号视为无人机目标队形位置, 每个无人机 $U_1, U_2, \dots, U_N$ 对应一个目标位置 $V_1, V_2, \dots, V_N$, 最终实现编队队形切换安全高效地进行。

基于无人机方位和距离的位置匹配算法伪代码如下所示。

Algorithm 1: 位置匹配算法

Input: 初始队形矩阵 U , 目标队形矩阵 V

Output: 最终队形矩阵 P

Procedure :

```

1: 初始化队形矩阵  $U$  和  $V$ ,  $n$  表示队形中的对象数量,  $r$  表示位置维度;  $ini\_M$ ,  $tar\_M$  用于存储机间方位相关信息的矩阵;  $match\_M$  用于存储匹配度信息的矩阵
2: for  $i = 1$  to  $n$ 
3:   for  $j = 1$  to  $n$ 
4:     for  $k = 1$  to  $r$ 
5:        $ini\_M(1,k,i,j) \leftarrow$  计算  $U$  中位置 1 到  $n$  的距离, 归一化处理, 距离为 0 时赋值为 2
6:        $tar\_M(1,k,i,j) \leftarrow$  计算  $V$  中位置 1 到  $n$  的距离, 归一化处理, 距离为 0 时赋值为 2
7:     end for
8:   end for
9: end for
10: for  $i = 1$  to  $n$ 
11:   for  $j = 1$  to  $n$ 
12:      $match\_M(i, j) \leftarrow$  基于定义 2.3 计算  $ini\_M(1, :, i, :)$  与  $tar\_M(1, :, j, :)$  的匹配度, 若  $ini\_M$  或  $tar\_M$  对应元素为 2, 则强制匹配
13:   end for
14: end for
15: for  $i = 1$  to  $n$ 
16:   if  $match\_M(i, :)$  最大值不唯一
17:      $dis\_M = match\_M(i, :)$ 
18:      $m \leftarrow dis\_M$  最大值的个数
19:     for  $j = i$  to  $m$ 
20:        $id_1 \leftarrow dis\_M$  中最大值标号
21:        $dis(id_1) \leftarrow$  从  $U_i$  到  $V_{id_1}$  的距离
22:     end for
23:      $id_2 \leftarrow dis$  中最小值标号
24:      $match\_M(i, id_2) + 1$ 
25:   end if
26:    $id_3 \leftarrow match\_M$  中最大值标号
27:    $P(i, :) = V(id_3, :)$ 
28:    $match\_M(:, id_3) = -inf$  防止重复匹配
29: end for
30: 输出最终队形矩阵  $P$ 

```

基于位置匹配处理后的目标队形矩阵, 输入到一致性队形控制器进行一致性项计算, 得到每架无人机协同控制指令输入到无人机自适应动态逆控制器, 使得无人

机进行相应的动作, 最终实现协同编队的保持与变换。

3 仿真分析

设计六机无人机编队, 设置每架无人机飞行速度 150 m/s, 高度 3 000 m, 初始状态为配平状态, 初始位置为三角形队形; 接着依次从三角形队形切换至“竖一字型”队形、菱形队形和“横一字型”队形。设置三角形队形矩阵 F_1 、“竖一字型”队形矩阵 F_2 、菱形队形矩阵 F_3 、“横一字型”队形矩阵 F_4 如下:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 0 \\ 10 & -10 & 0 \\ 10 & 10 & 0 \\ -20 & -30 & 0 \\ -20 & 30 & 0 \\ -20 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 60 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 \\ -20 & 0 & 0 \\ -60 & 0 & 0 \\ -100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ -40 & -40 & 0 \\ -40 & 40 & 0 \\ -80 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_4 = \begin{bmatrix} 0 & 75 & 0 \\ 0 & 45 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & -15 & 0 \\ 0 & -45 & 0 \\ 0 & -75 & 0 \end{bmatrix}$$

应用位置匹配算法依次给出由队形矩阵 F_1 切换到队形矩阵 F_2 的最终队形矩阵 F_2^* , 再由匹配后的队形 F_2^* 切换到队形矩阵 F_3 , 给出匹配后的队形矩阵 F_3^* , 最后由匹配后的队形 F_3^* 切换到队形矩阵 F_4 , 给出匹配后的队形矩阵 F_4^* 。

(1) 队形矩阵 F_1 到队形矩阵 F_2

根据定义 2.3 中匹配度的含义, 得到匹配度矩阵:

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\ U_1 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ U_2 & 5 & 6 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ U_3 & 5 & 6 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ U_4 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 & 6 \\ U_5 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 & 6 \\ U_6 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

U_1 行匹配度最大值唯一且为 6, 因此 U_1 匹配至 V_1 位置; U_2 行最大值不唯一, 因此比较 U_2 到 V_2 和 V_3 位置所需的距离, 比较后得出到 V_3 距离较近, 因而 $\Theta_1(2, 3) + 1$, U_2 行最大值此时为 7, 因此 U_2 匹配至 V_3 位置; 由于算法采用占位制, 此时对于 U_3 行, V_1 和 V_3 都被分配, 因此仅存在唯一最大值, 即 V_2 列所对应的 6; 对于 U_4 行, 最大值不唯一, 经距离比较后匹配到 V_4 ; U_5 行最大值不唯一, 经距离比较后匹配到 V_5 ; 最后 U_6 匹配到 V_6 。

(2) 队形矩阵 F_2^* 到队形矩阵 F_3

匹配度矩阵:

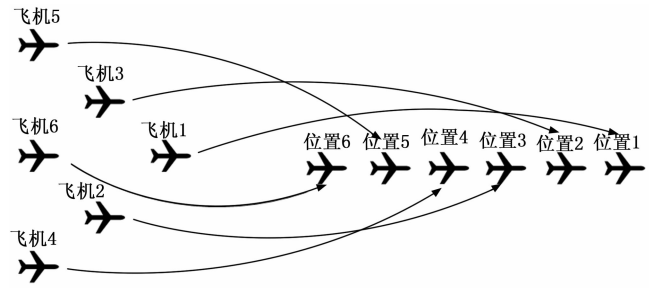


图 6 位置匹配示意图

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\ U_1 & 6 & 5 & 5 & 3 & 3 & 1 \\ U_2 & 4 & 6 & 6 & 5 & 5 & 3 \\ U_3 & 5 & 6 & 6 & 4 & 4 & 2 \\ U_4 & 3 & 5 & 5 & 6 & 6 & 4 \\ U_5 & 2 & 4 & 4 & 6 & 6 & 5 \\ U_6 & 1 & 3 & 3 & 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

U_1 行匹配度最大值唯一且为 6, 因此 U_1 匹配至 V_1 位置; U_2 行最大值不唯一, 因此比较 U_2 到 V_2 和 V_3 位置所需的距离, 到 V_2 和 V_3 距离相等, 此时任取其一, 这里对 $\Theta_2(2, 2) + 1$, U_2 行最大值此时为 7, 因此 U_2 匹配至 V_2 位置; 由于算法采用占位制, 此时对于 U_3 行, V_1 和 V_2 都被分配, 因此仅存在唯一最大值, 即 V_3 列所对应的 6; 对于 U_4 行, 最大值不唯一, 经距离比较后匹配到 V_4 位置; U_5 行最大值不唯一, 经距离比较后匹配到 V_5 位置; 最后 U_6 匹配到 V_6 位置。

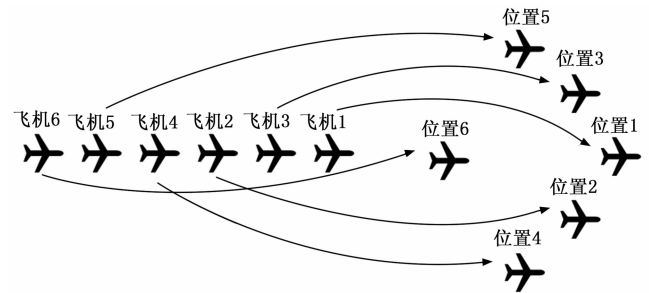


图 7 位置匹配示意图

(3) 队形矩阵 F_3^* 到队形矩阵 F_4

匹配度矩阵:

$$\Theta_3 = \begin{bmatrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\ U_1 & 4 & 5 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ U_2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ U_3 & 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ U_4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ U_5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ U_6 & 4 & 4 & 5 & 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

U_1 行最大值不唯一, 因此比较 U_1 到 V_3 和 V_4 位置所需的距离, 比较后得出到 V_3 距离较近, 因而 $\Theta_3(1, 3) + 1$, U_1 匹配至 V_3 位置; U_2 行最大值唯一, 匹配至

V_5 位置; U_3 行最大值唯一, 匹配至 V_2 位置; U_4 行最大值唯一, 匹配至 V_6 位置; U_5 行最大值唯一, 匹配至 V_1 位置; 最后 U_6 匹配到 V_4 位置。

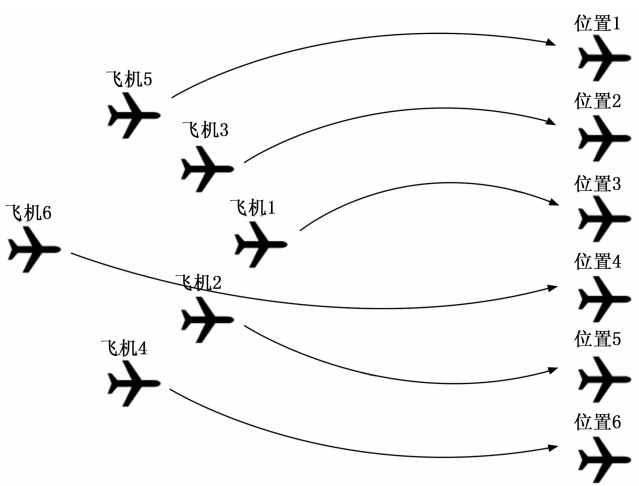


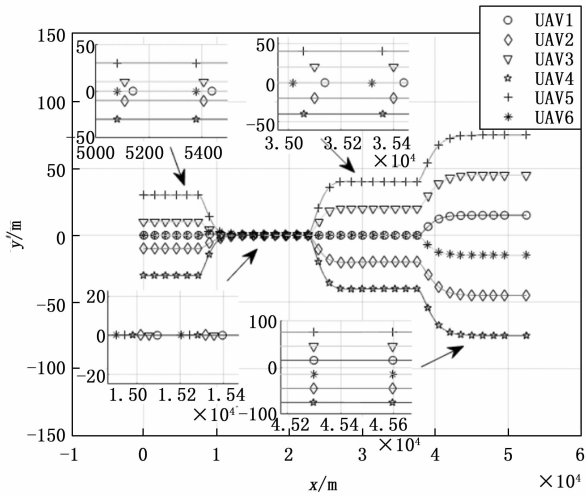
图 8 位置匹配示意图

编队仿真响应如图 9 所示。

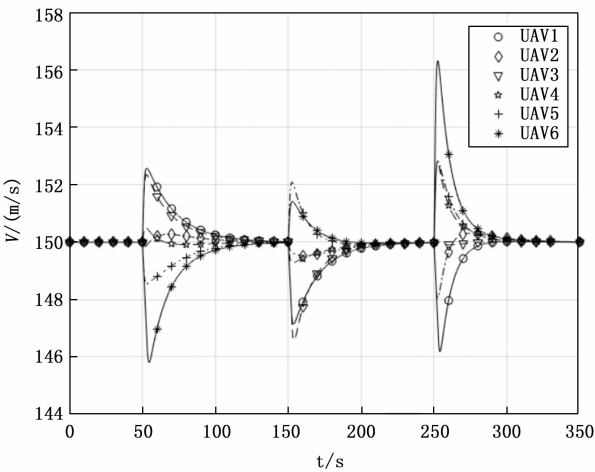
图 9 (a) 显示, 各次队形切换过程中无人机航迹平滑且无交叉, 表明基于方位和距离的动态位置匹配算法有效避免了碰撞风险, 并且算法计算量小, 能够实时根据编队飞行状态进行位置匹配运算, 并且在位置匹配完成后在一致性协同控制律的作用下能够精准保持预设队形。例如, 在三角形到“竖一字型”队形切换中, 通过匹配度矩阵计算和距离优化, 无人机被合理分配至目标位置, 避免了图 5 (a) 所示的航路交叉问题, 验证了算法在安全性上的优势。图 9 (b) ~ (d) 显示, 速度、俯仰角、滚转角和偏航角在队形变换阶段有轻微波动: 速度波动控制在 $\pm 6.5 \text{ m/s}$ 内, 俯仰角、滚转角和偏航角波动分别在 $\pm 5^\circ$ 、 $\pm 6^\circ$ 和 $\pm 1^\circ$ 范围内; 在队形切换完成后速度、俯仰角、滚转角和偏航角均能收敛至配平值, 表明自适应动态逆控制律有效补偿了建模误差和外部扰动。无人机编队在各阶段均能保持期望队形, 体现了一致性协同控制律对编队稳定性的有效维持。

4 结束语

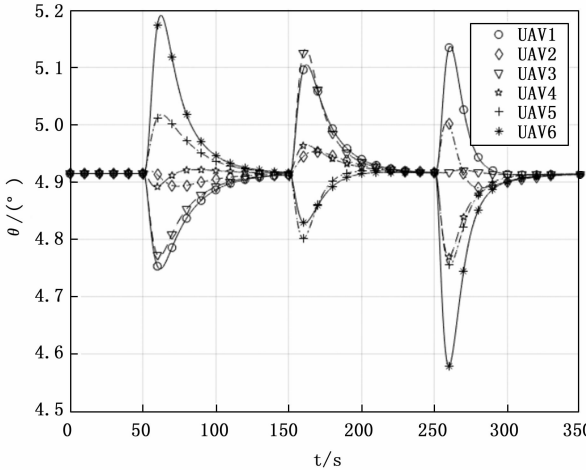
围绕无人机紧密编队队形变换过程中降低碰撞风



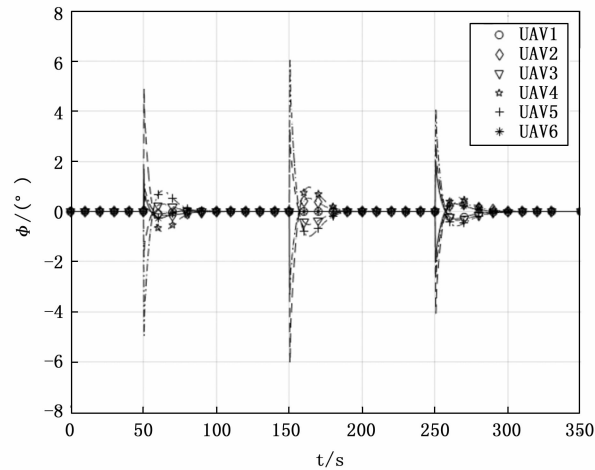
(a) 编队飞行轨迹图



(b) 编队无人机速度响应曲线



(c) 编队无人机俯仰角响应曲线



(d) 编队无人机滚转角响应曲线

图 9 编队飞行轨迹及状态响应曲线

险、降低能耗以及高精度控制的关键挑战,构建了自适应动态逆控制与动态位置匹配协同的编队控制体系。通过设计自适应动态逆控制回路,结合基于一致性协议的纵向、侧向和前向三通道协同控制律,构建了具备强鲁棒性的编队协同控制框架;提出基于无人机方位和距离的动态位置匹配算法,将队形变换建模为二分图完美匹配问题,通过方位匹配度优先计算结合最短距离优化分配策略,实现队形过程的安全性及效率提升。

六机紧密编队仿真验证表明,在三角形、竖一字型、菱形、横一字型的多轮变换中,无人机航迹平滑且无交叉,且队形切换完成后各状态量迅速收敛至配平值。本研究为无人机编队在侦察、避障、协同打击等复杂任务中实际应用提供了理论支撑与技术参考,未来可进一步拓展至大规模集群编队或非结构化动态环境中的协同控制场景。

参考文献:

- [1] 李 樾. 多无人机编队与队形变换的航迹控制问题研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2016.
- [2] 苑 帅, 李 飞, 王 龙, 等. 基于分层策略的多无人机最优协同航路规划 [J]. 空军工程大学学报 (自然科学版), 2015, 16 (2): 33-37.
- [3] 南京航空航天大学. 一种基于匈牙利算法的多无人机编队航迹规划方法 [P]. 中国专利: CN201810501648. 5, 2018-11-02.
- [4] 姜鸿儒, 范云锋, 徐亚周, 等. 基于动态角色分配的一致性协同无人机编队控制 [J]. 计算机测量与控制, 2023, 31 (5): 126-131.
- [5] 朱 许, 张博涵, 王正宁, 等. 基于深度强化学习的无人机集群编队避障控制 [J]. 飞行力学, 2025, 43 (2): 22-28.
- [6] 王锦锦. 基于一致性理论的无人机编队控制方法研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2021.
- [7] 吴 晋, 张国良, 敬 斌, 等. 基于诱饵-捕食的分布式编队队形切换控制 [J]. 控制工程, 2014, 21 (S1): 18-22.
- [8] MUKHERJEE B K, THOMAS P R, SINHA M. Automatic recovery of a combat aircraft from a completed Cobra and Herbst maneuver: a sliding mode control based scheme [C] // Proc. of the IEEE Indian Control Conference, 2016: 1247-1257.
- [9] LOMBAERTS T, KANESHIGE J, SCHUET S, et al. Dynamic inversion based full envelope flight control for an eVTOL vehicle using a unified framework [C] // Proc. of the AIAA SciTech 2020 Forum, 2020: 1619-1627.
- [10] LUNGU M. Auto-landing of UAVs with variable center of mass using the backstepping and dynamic inversion control [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 112 (2): 103-112.
- [11] SAHA D, VALASEK J, LESHIKAR C, et al. Multiple-timescale nonlinear control of aircraft with model uncertainties [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2020, 43 (3): 536-552.
- [12] STEVEN T, THEODOULIS S, THAI S, et al. Nonlinear dynamic inversion flight control design for guided projectiles [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2020, 43 (12): 11-16.
- [13] 邓婷婷, 杨朝旭, 孙绍山, 等. 非线性动态逆方法在飞行控制律设计中的应用 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21 (5): 1236-1239.
- [14] 陈改改, 刘小雄, 聂铭涛, 等. 基于增量动态逆的协同轨迹控制方法研究 [J]. 飞行力学, 2024, 42 (1): 70-76.
- [15] 符式康, 刘俊辉, 陈 昊. 基于改进跟踪微分器的增量动态逆控制器设计 [J]. 系统工程与电子技术, 2024, 15 (16): 1-10.
- [16] TANDALE M D, VALASEK J. Adaptive dynamic inversion control of a linear scalar plant with constrained control inputs [C] // American Control Conference, 2005: 1-6.
- [17] TANDALE M D, SUBBARAO K, VALASEK J, et al. Structured adaptive model inversion control with actuator saturation constraints applied to tracking spacecraft maneuvers [C] // American Control Conference, 2004: 1-6.
- [18] POLYCARPOU M, FARRELL J, SHARMA M. On-Line approximation control of uncertain nonlinear systems: issues with control input saturation [C] // American Control Conference, 2003: 1-6.
- [19] 胡孟权. 推力矢量飞机非线性飞行控制律设计研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2002.
- [20] 孙国强, 胡寿松. 基于神经网络动态逆的歼击机自适应跟踪控制 [J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36 (4): 516-519.
- [21] VAN GILS P, VAN KAMPEN E, DE VISSER C C, et al. Adaptive incremental backstepping flight control for a high-performance aircraft with uncertainties [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39 (12): 2378-2389.
- [22] ACOSTA D, JOSHI S. Adaptive Nonlinear Dynamic Inversion Control of an Autonomous Airship for the Exploration of Titan [C] // AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2012: 1-15.
- [23] 刘华平, 孙富春, 何克忠, 等. 奇异摄动控制系统: 理论与应用 [J]. 控制理论与应用, 2003 (1): 1-7.
- [24] Snell S A, Nns D F, Arrard W L. Nonlinear inversion flight control for a supermaneuverable aircraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15 (4): 976-984.