

压电微定位系统的无模型自适应预测控制算法

曹 婷, 谭月胜

(北京林业大学 工学院, 北京 100083)

摘要: 针对当前微纳定位系统存在的操作复杂和控制精度不足的问题, 提出了一种基于半实物实时仿真控制平台的无模型自适应预测控制方案; 为了克服传统实验平台适应性差的问题, 结合 Real-Time 实时仿真环境与数据采集工具箱, 并利用激光测距仪和电压放大器等设备, 搭建了一个具备实时数据交换功能的控制平台, 从而显著提升了实验系统的通用性和灵活性; 在控制方面, 针对传统离线模型未能充分考虑动态非线性影响的局限性, 提出了无模型自适应控制方案, 并引入预测控制技术, 旨在有效解决频率相关的迟滞非线性问题, 进而实现实时轨迹跟踪功能; 实验结果表明, 无模型自适应预测控制算法可以快速且精确地跟踪给定位移, 调节时间小于 1.5 ms, 跟踪精度保持在 1.3 μm 以内。

关键词: 压电陶瓷; 无模型控制; 自适应; 预测; 实时控制

Model-Free Adaptive Predictive Control Algorithm of Piezoelectric Micro-positioning Systems

CAO Ting, TAN Yuesheng

(School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China)

Abstract: To address the issues of complicated operation and insufficient control accuracy in current micro-nano positioning systems, a model-free adaptive predictive control scheme based on a semi-physical real-time simulation control platform is proposed. To overcome the limitations of poor adaptability in traditional experimental platforms, a real-time data-exchange control platform is developed by integrating a real-time simulation environment with a data acquisition toolbox and utilizing equipment such as a laser range finder and a voltage amplifier, significantly improving the versatility and flexibility of the experimental system. In terms of control, in order to overcome the inability of traditional offline models to fully account for dynamic nonlinear effects, a model-free adaptive control scheme is proposed, which introduces a predictive control technology, effectively solving frequency-related hysteresis nonlinear problems, thus achieving real-time trajectory tracking. Experimental results show that the model-free adaptive predictive control algorithm can quickly and accurately track a given displacement, with a settling time of less than 1.5 ms, and the tracking accuracy remains within 1.3 μm .

Keywords: piezoelectric ceramics; model-free control; adaptive; predictive; real-time control

0 引言

随着科技的不断进步, 微纳米技术在航空航天、微观观察与操作、光学系统等^[1-3]诸多领域得到广泛应用, 推动了超精密制造、纳米加工和生物传感等技术的迅速发展, 为高科技产业创新注入源源不断的活力。基于智能材料的高精度定位机构, 因其能够在微纳米尺度上进行精确控制, 成为推动先进制造业发展的关键技术之一^[4-5]。常见的智能材料包括压电材料^[6]、形状记忆合

金属材料^[7]、热释电材料^[8]等。其中, 压电材料是一种晶体材料, 具有典型的“压电效应”, 即在沿一定的方向上受到外力的作用而产生形变时, 在两端面间会出现电压。压电材料^[9-11]因其制作简单、成本低和稳定性高等优点, 广泛应用于超精密定位、微机械臂驱动和光刻机等领域。然而, 压电陶瓷具有迟滞、蠕变、温度和负载等特性, 严重影响压电陶瓷驱动器的定位精度, 特别是迟滞非线性效应, 依然是影响其应用的主要技术难题之一。迟滞效应表现为电压与位移之间的非线性关系, 即

收稿日期: 2024-12-04; 修回日期: 2025-01-05。

基金项目: 国家自然科学基金(52475596); 北京市科技新星计划交叉合作课题(20230484399); 北京市自然科学基金-小米创新联合基金(L243022)。

作者简介: 曹 婷(1999-), 女, 硕士。

通讯作者: 谭月胜(1971-), 男, 博士, 副教授。

引用格式: 曹 婷, 谭月胜. 压电微定位系统的无模型自适应预测控制算法[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(12): 118-127.

同一电压输入可能对应多个不同的位移结果, 从而导致系统定位精度和响应速度的下降。尤其在高频操作下, 电场频率的变化可能会加剧位移的不确定性, 误差可高达 15%~30%, 对系统精度和稳定性造成较大影响。因此, 如何克服压电陶瓷频率相关的迟滞非线性特性, 实现高精度和高稳定性的定位控制, 成为当前微纳米定位系统研究中的重要课题。

目前, 基于智能材料的微纳米定位系统的控制方法^[12-13]主要分为两大类: 基于离线模型的控制方法和数据驱动的无模型控制方法。传统的基于离线模型的控制方法依赖于对系统进行精确建模, 常见的非线性模型有 Bouc-Wen 模型^[14]、Duhem 模型^[15]、Perisach 模型等。此外, 为了描述压电驱动器迟滞非线性固有的频率相关特性, 研究人员相继优化与改进了模型参数, 建立了频率相关 P-I 模型和 Hammerstein 模型等^[16]。应用这些方法设计控制系统时都需要知道被控系统的精确数学模型。当系统模型未知或者存在较大不确定性时, 前述的这些方法将很难适用。针对上述问题, 研究非线性系统数据驱动的控制方法, 在理论和实际应用中都具有重要意义。该方法不依赖于系统的离线数学模型, 而是通过实时获取系统的输入输出数据, 在线识别系统的模型并调整控制器的参数。这种基于数据的实时调整能够有效提高微纳米定位系统的控制性能, 并且具有更强的灵活性和适应性。如 Wang 等人^[17]提出了一种基于数据驱动的复合自适应控制方法, 适合在系统模型不确定或难以获得的情况下使用, 该方法由无模型自适应控制和低通滤波器组成, 避免了未建模动力学的影响, 定位精度明显提高。但低通滤波器的使用会导致对高频信号的抑制, 影响某些高频动态的响应。朱燕飞等人^[18]提出了一种改进的无模型自适应控制方法, 通过神经网络进行动态线性化, 来解决压电平台中的非线性问题。神经网络具有强大的非线性拟合能力, 能够很好地处理压电平台中的复杂非线性。但神经网络的训练过程需要大量的样本数据, 且计算量较大。Naghdi 等人^[19]提出了一种无模型滑模控制方法, 结合采样数据和时滞补偿, 增强压电驱动器的控制性能, 确保稳定性并简化设计过程, 但该方法对时滞变化敏感, 在时滞变化较大或数据质量不高的场景下, 可能需要进一步优化。Wang 等人^[20]提出了一种自适应开关增益滑模控制器, 通过结合 Bouc-Wen 模型与二阶系统描述动态磁滞, 抑制非线性, 并提升压电驱动平台的跟踪性能和鲁棒性, 具有实时实现优势。该方法依赖于离线模型的建立, 增加了计算量, 导致一定的精度损失。

由上述分析可知, 当前的数据驱动无模型控制方法多用于补偿固定频率下的压电平台迟滞非线性特性, 但针对如何利用数据驱动无模型控制方法实现频率相关特

性下的迟滞补偿问题研究较少。因此本文提出了一种无模型自适应预测控制 (MFAPC, model-free adaptive predictive control) 来解决上述问题。MFAPC 作为一种新型的控制方法, 近年来逐渐成为解决压电陶瓷迟滞问题的重要方向。与传统控制方法不同, MFAPC 通过实时学习系统的行为并预测未来的动态, 能够灵活应对压电陶瓷系统的非线性特性, 特别是在高频变化和迟滞效应的情况下, 展现出独特的优势。MFAPC 不仅能提高系统的精度和稳定性, 还能够显著增强系统的鲁棒性, 减少外部扰动和系统变化对定位精度的影响。

1 压电式微纳米定位系统工作原理及特性分析

1.1 基于实时工作空间的压电微动平台的软硬件选型

在压电微纳米定位系统中, 半实物实时仿真控制平台由硬件单元和软件单元构成, 如图 1 所示。硬件部分通过电压放大电路对接收到的电压信号进行放大, 然后将其传输至压电微动平台, 驱动平台产生相应的运动。平台产生的位移信号由激光测距仪实时采集, 并通过数据采集卡传输到软件部分。软件单元包括数据采集工具箱, 负责接收来自数据采集卡的信号, 并通过实时工作空间 (RTW, real-time workshop) 将其传输至控制算法进行实时处理。通过硬件和软件的紧密协作, 本平台能够实现电压和位移的实时监测与精准控制, 特别适用于对高精度控制和监测有严格要求的应用场景。

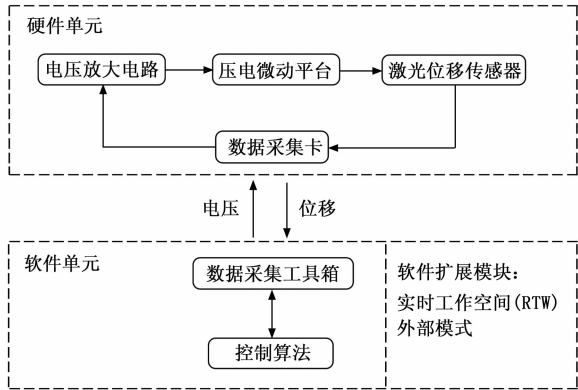


图 1 半实物实时仿真控制平台的系统框图

1.1.1 硬件部分

硬件部分由多个关键组件组成:

- 1) 开关电源 (HF 100W-LSM-24): 为系统提供稳定且高效的电源供应。
- 2) 数据采集卡 (NI USB-6218): 作为数据采集的接口, 连接外部传感器和计算机控制系统, 实现信号的采集、转换和处理。
- 3) 数字信号处理模块: 对从传感器和控制系统接收到的信号进行实时处理、滤波、分析和转换。
- 4) 压电微动平台: 实现精确的定位控制, 输入电

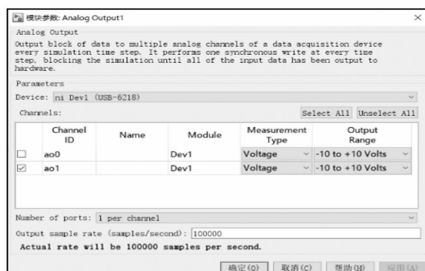
压范围 0~120 V, 输出位移 0~25 μm 。

5) 激光位移传感器 (KEYENCE LK-H020): 用于实时采集压电执行器的输入电压与输出位移数据, 完成监控与控制任务。测量范围: $\pm 3\text{ mm}$; 重复精度 $0.02\text{ }\mu\text{m}$ 。

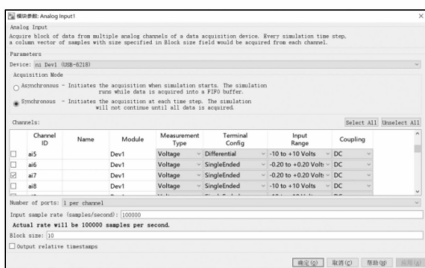
1.1.2 软件部分

1) 实时工作空间 (RTW, real-time workshop): 一般的仿真模型运行时, 仿真时间通常快于实际时间。而 RTW 作为计算机仿真软件的扩展模块, 能够与外部物理设备进行通信, 实现实时数据读取与控制。利用 Simulink Desktop Real-Time 模型, 所有模型的建立、编译及与外部设备的连接都可以通过一台计算机完成, 且通过 External 模式实现仿真与硬件的实时同步。在配置过程中, 需设置代码生成并选择 slcrt.tlc 模式, 同时设置为 External 模式, 以确保生成适用于实时工作的代码。

2) 数据采集工具箱 (Data Acquisition Toolbox) 是一个用于配置和控制数据采集硬件的工具箱, 使得用户能够与数据采集设备进行交互。该工具箱支持多种硬件设备, 特别是 National Instruments 的数据采集卡, 帮助用户实现数据采集、实时监控以及数据存储和处理。它的输入输出模块参数设置如图 2 所示。



(a) 模拟输出参数设置



(b) 模拟输入参数设置

图 2 数据采集工具箱模块参数设置

3) 无模型自适应预测控制算法 (MFAPC): 是一种基于数据驱动的控制策略, 通过实时收集系统的输入和输出数据, 动态调整控制参数, 从而应对系统的变化与扰动, 它的工作原理如图 3 所示。不同于传统的控制方法, MFAPC 不依赖于精确的系统模型, 而是根据系统的实时行为进行自适应调整。MFAPC 的核心在于在线学习, 通过不断调整控制参数, 确保系统能够适应外部扰动和内部参数的变化。这种方法通常结合误差反馈

机制和自适应调整过程, 能够在不明确系统模型的情况下, 灵活应对复杂环境下的控制需求。尤其适用于非线性、多变量、时变或难以精确建模的系统, 展现出极大的优势和应用潜力。

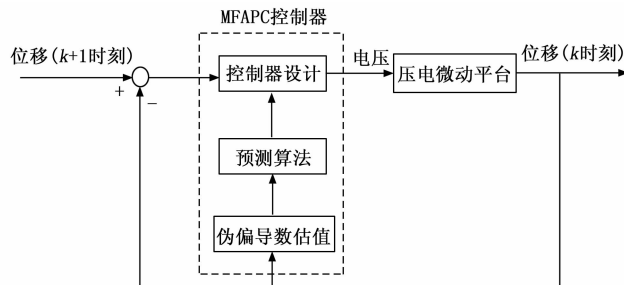


图 3 MFAPC 工作原理流程图

1.2 压电微动平台的工作原理

压电微动平台的原理结构如图 4 所示。

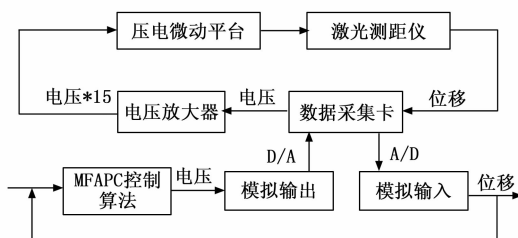


图 4 压电微动平台的原理结构图

系统的工作过程: 在计算机仿真软件的实时环境中, 首先输入期望位移信号, 经过控制算法处理后转换为电压信号。该信号通过数据采集工具箱的模拟输出模块传输至 NI 数据采集卡。接着, 电压信号进入电压放大模块, 经 15 倍放大后驱动一维压电微定位平台产生位移形变。同时, 基恩士 (KEYENCE) 激光位移传感器实时监测微动平台的实际位移, 并将测量结果传输至数据采集卡。数据采集卡对信号进行模拟量/数字量转换, 并通过模拟输入模块传送到控制算法, 从而实现对压电微动平台的闭环控制。此外, 为了减小外部振动对平台定位精度的影响, 平台被放置在隔振台上。

1.3 压电微动平台的特性分析

压电陶瓷驱动器因其强大的驱动力、小巧的体积和优异的稳定性, 广泛应用于微定位和精密控制系统。然而, 压电陶瓷的滞后特性严重影响了定位精度, 限制了其在工业中的应用。通过施加不同频率的正弦电压信号来激励压电微动平台, 可以得到如图 5 (a) 所示的频率相关的滞后非线性曲线。滞后非线性表明, 系统的输出不仅依赖于当前输入, 还受到历史状态的影响, 导致输出响应滞后于输入信号的变化。随着输入频率的升高, 系统的响应会发生变化, 进而影响动态性能和定位精度。图 5 (b) 展示了电压与输出位移的关系, 表明压电驱动器的输出位移随输入电压的增加而增大, 同时

迟滞环也随之变宽。

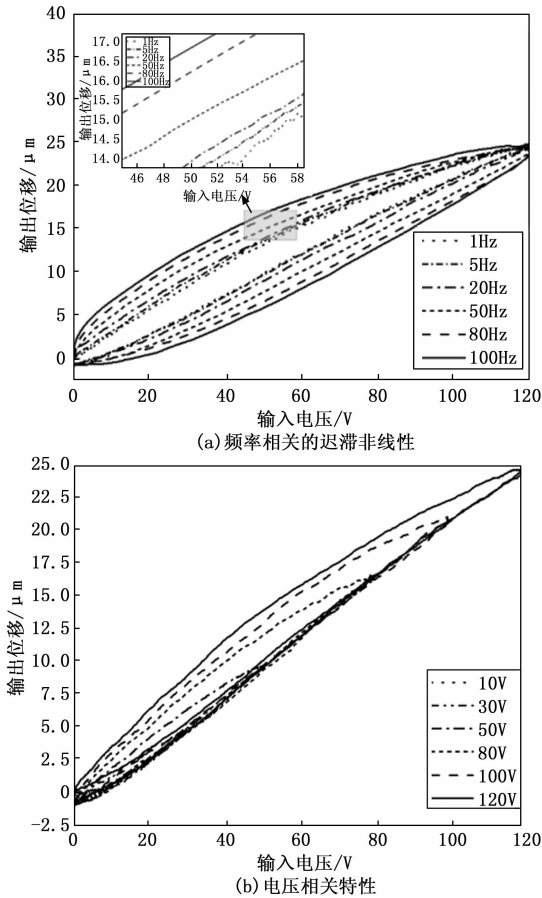


图 5 压电陶瓷的特性分析

2 压电式微纳米定位系统无模型自适应预测控制算法

2.1 系统描述

考虑一类 SISO 离散时间非线性系统：

$$y(k+1) = f[y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u)] \tag{1}$$

其中： $u(k) \in R$ ， $y(k) \in R$ 分别表示在 k 时刻系统的输入和输出。 n_y ， n_u 是未知的正整数。 $f(\cdot)$ 是未知非线性函数用于描述压电式微纳米定位系统。

假设 1： $f(\cdot)$ 对于实际控制电压 $u(k)$ 的偏导数是连续的。

假设 2：系统为有界输入有界输出的系统。

假设 3：系统满足广义李普希茨假设条件，即对于所有的 k 和 $\Delta u(k) \neq 0$ ，有 $|\Delta y(k+1)| \leq \alpha |\Delta u(k)|$ ，其中， $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$ ， $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ ，并且 α 为正的李普希茨常数。

注 1：根据实际应用情况，压电微动平台的输入输出函数对电压信号的偏导数是连续的。

注 2：很显然，对于压电微动平台系统，任意一个输入电压值，其输出位移都是有界的，该系统为有界

入有界输出的系统。

注 3：李普希茨假设条件是便于控制器设计和保证控制算法收敛性的常用条件。假设 3 中所提到的广义李普希茨假设条件在压电微动平台中，从能量的角度而言，输入电压信号的变化一定是有界的，那么输出位移的变化也一定是有界的。

2.2 无模型自适应控制 (MFAC)

由于压电式微纳米定位非线性系统 (1) 满足假设 1 到假设 3，因此当 $\Delta u(k) \neq 0$ 时，系统 (1) 可以转化为紧格式动态线性化形式^[21-22]：

$$y(k+1) = y(k) + \phi_c(k) \Delta u(k) \tag{2}$$

其中： $\phi_c(k) \in R$ 为系统 (1) 的伪偏导数 (PPD, pseudo partial derivative)。根据假设 3 可知伪偏导数满足 $|\phi_c(k)| \leq a$ ，代表 $f(\cdot)$ 再对 u 在 $u(k-1)$ 到 $u(k)$ 之间的某一点的偏导数函数，能够表示输入变化量和输出变化量之间的动态非线性关系。下面给出式 (2) 的证明过程。

证明：将系统 (1) 代入 $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$ 中，可得：

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1) &= y(k+1) - y(k) = f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u)] - \\ &\quad f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u)] + \delta(k) = \Delta f(k) \end{aligned} \tag{3}$$

其中：

$$\begin{aligned} \delta(k) &= f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u)] - \\ &\quad f[y(k-1), y(k-1), \dots, y(k-n_y-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u-1)] = L(k) \Delta u(k) \end{aligned} \tag{4}$$

式中， $L(k)$ 为一个变量，根据微分中值定理和假设 1 到假设 3，公式 (4) 可以写为如下形式：

$$\Delta y(k+1) = \frac{\partial f(k)}{\partial u(k)} \Delta u(k) + \delta(k) \tag{5}$$

令 $\varphi_c(k) = \frac{\partial f(k)}{\partial u(k)} + L(k)$ ，则式 (5) 可改写为式 (2) 的形式。

至此证明完毕。

在离散时间控制系统中，通过最小化一步向前预报误差准则函数来设计控制算法时，可能会产生过大的控制输入，导致控制系统的损坏。而如果采用最小化加权的一步向前预报误差准则函数，可能会导致稳态跟踪误差的存在。因此，为了保证精密控制的前提下，同时考虑控制输入的大小与跟踪误差，提出了一种新的控制输入准则函数：

$$J[u(k)] = |y^*(k+1) - y(k+1)|^2 + \lambda |u(k) - u(k-1)|^2 \tag{6}$$

其中： $\lambda > 0$ 是一个权重因子，用来限制控制输入量的变化； $y^*(k+1)$ 为期望的输出信号。

将式 (2) 代入公式 (6) 中, 对 $u(k)$ 求导, 并令其等于零, 可得到如下控制表达式:

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} [y^*(k+1) - y(k)] \quad (7)$$

其中: $\rho \in (0, 2]$ 为步长因子。

为实现控制算法, 需要知道伪偏导数 (PDD) 的值, 由于系统的数学模型未知, 伪偏导数是时变参数, 其精确真实值难以获取。传统的伪偏导数参数估计方法通过系统模型输出与实际输出之间差值的平方来进行参数估计。然而, 这种方法在实际应用中可能对某些不准确的采样数据过于敏感, 特别是当数据受到干扰或传感器故障等问题影响时。为了解决这个问题, 提出了一种新的伪偏导数估计准则函数:

$$J[\phi_c(k)] = |y(k) - y(k-1) - \phi_c(k) \Delta u(k-1)|^2 + \mu |\phi_c(k) - \hat{\phi}_c(k)|^2 \quad (8)$$

其中: $\mu > 0$ 为权重因子。通过对式 (8) 的 $\phi_c(k)$ 求极值, 可得伪偏导数的估计算法为:

$$\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} [\Delta y(k) - \hat{\phi}_c(k-1) \Delta u(k-1)] \quad (9)$$

其中: $\eta \in (0, 1]$ 为步长因子。

如果 $|\hat{\phi}_c(k)| < \epsilon$ 或 $|\Delta u(k-1)| < \epsilon$ 或 $\text{sign}[\hat{\phi}_c(k)] \neq \text{sign}[\hat{\phi}_c(1)]$, $\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(1)$ 。

2.3 无模型自适应预测控制 (MFAPC)

由于压电式微纳米定位非线性系统 (1) 中的非线性函数 $f(\cdots)$ 是未知的, 无法直接预测系统的输出序列, 然而该非线性系统满足假设 1 到假设 3, 因此当 $\Delta u(k) \neq 0$ 时, 系统 (1) 可以转化为等价的 CFDL 数据模型:

$$y(k+1) = y(k) + \phi_c(k) \Delta u(k) \quad (10)$$

其中: $\phi_c(k) \in R$ 为系统 (1) 的伪偏导数 (PPD)。

基于式 (10), 可以进一步给出 N 步向前预测方程如下:

$$\begin{cases} y(k+1) = y(k) + \phi_c(k) \Delta u(k) \\ y(k+2) = y(k+1) + \phi_c(k+1) \Delta u(k+1) \\ \quad = y(k) + \phi_c(k) \Delta u(k) + \phi_c(k+1) \Delta u(k+1) \\ \quad \vdots \\ y(k+N) = y(k+N-1) + \phi_c(k+N-1) \Delta u(k+N-1) \\ \quad = y(k+N-2) + \phi_c(k+N-2) \Delta u(k+N-2) \\ \quad \quad + \phi_c(k+N-1) \Delta u(k+N-1) \\ \quad \vdots \\ \quad = y(k) + \phi_c(k) \Delta u(k) + \cdots + \phi_c(k+N-1) \Delta u(k+N-1) \end{cases} \quad (11)$$

其中: $y(k+N)$ 为系统输出的 N 步向前预报向量; $\Delta u(k)$ 为控制输入增量向量; N_u 为控制时域常数。

式 (11) 可以简写为:

$$Y_N(k+1) = E(k)y(k) + A(k) \Delta U_N(k) \quad (12)$$

当 $\Delta u(k+j-1) = 0, j > N_u$, 预测方程为:

$$Y_N(k+1) = E(k)y(k) + A_1(k) \Delta U_{(N_u)}(k) \quad (13)$$

其中:

$$A_1(k) = \begin{bmatrix} \phi_c(k) & 0 & 0 & 0 \\ \phi_c(k) & \phi_c(k+1) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_c(k) & \phi_c(k+1) & \cdots & \phi_c(k+N_u-1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \phi_c(k) & \phi_c(k+1) & \cdots & \phi_c(k+N_u-1) \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (14)$$

$$\Delta U_N(k) = [\Delta u(k), \cdots, \Delta u(k+N-1)]^T \quad (15)$$

考虑如下控制输入准则函数:

$$J = \sum_{i=1}^N [y(k+i) - y^*(k+i)]^2 + \lambda \sum_{j=0}^{N-1} \Delta u^2(k+j) \quad (16)$$

其中: $\lambda > 0$ 是权重因子; $y^*(k+i)$ 是系统在 $k+i$ 时刻的期望输出, $i=1, \cdots, N$ 。

令 $Y_N^*(k+1) = [y^*(k+1), \cdots, y^*(k+N)]^T$, 则式 (13) 可改写为:

$$J = [Y_N^*(k+1) - Y_N(k+1)]^T [Y_N^*(k+1) - Y_N(k+1)] + \lambda \Delta U_{(N_u)}^T(k) \Delta U_{(N_u)}(k) \quad (17)$$

将式 (13) 代入式 (17) 中, 令 $\frac{\partial J}{\partial \Delta U_{(N_u)}(k)} = 0$, 推导得控制律:

$$\Delta U_{(N_u)} = [A^T(k)A(k) + \lambda I]^{-1} A^T(k) [Y_N^*(k+1) - E(k)y(k)] \quad (18)$$

因此, 当前时刻的控制输入为:

$$u(k) = u(k-1) + g^T \Delta U_{(N_u)}(k) \quad (19)$$

其中: $g = [1, 0, \cdots, 0]^T$ 。

引入 ρ , 提高电压的变化率, 控制输入变化为:

$$u(k) = u(k-1) + \rho g^T \Delta U_{(N_u)}(k) \quad (20)$$

其中: $u(k)$ 标量, λ 的选取不敏感, ρ 影响较大。采用改进的投影算法来估计 $\phi_c(k)$:

$$\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \cdot [\Delta y(k) - \hat{\phi}_c(k-1) \Delta u(k-1)] \quad (21)$$

如果 $|\hat{\phi}_c(k)| < \epsilon$ 或 $|\Delta u(k-1)| < \epsilon$ 或 $\text{sign}[\hat{\phi}_c(k)] \neq \text{sign}[\hat{\phi}_c(1)]$, $\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(1)$ 。

其中: 权重因子 $\mu > 0$, $\mu=2$, 步长因子 $0 < \eta \leq 1$, $\eta=0.8$, $\epsilon=10^{-5}$ 。

此外 $A_1(k)$ 中的 $\phi_c(k+1), \cdots, \phi_c(k+N_u-1)$ 不能直接由 k 时刻的输入输出数据计算得到, 需要根据

现有的估计值序列进行预测。现有的预测方法有自校正方法和多层递阶预报算法等。多层递阶预报是一种将非线性模型转化为等价的多层线性模型的理论, 尤其适用于动态系统预测和控制问题 (主要用于气象预测)。文献 [23] 中的仿真结果显示该方法在预测动态变化的参数时, 能够有效降低预测误差, 表现出更好的预测精度。因此, 本文采用多层递阶预报方法来预测未知参数 $\hat{\phi}_c(k+1), \dots, \hat{\phi}_c(k+N_u-1)$ 。

假设在 k 时刻得到伪偏导数的一系列估计值 $\hat{\phi}_c(1), \dots, \hat{\phi}_c(k)$, 利用这些估计值建立估计序列所对应的 AR 模型:

$$\hat{\phi}_c(k+1) = \theta_1(k)\hat{\phi}_c(k) + \theta_2(k)\hat{\phi}_c(k-1) + \dots + \theta_{n_p}(k)\hat{\phi}_c(k-n_p+1) \quad (22)$$

其中: $n_p=2\sim 7$ 。

定义 $\theta(k) = [\theta_1(k), \dots, \theta_{n_p}(k)]^T$,

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{\hat{\phi}_c(k-1)}{\delta + \|\hat{\phi}_c(k-1)\|^2} \cdot [\hat{\phi}_c(k) - \hat{\phi}_c^T(k-1)\theta(k-1)] \quad (23)$$

其中: $\hat{\phi}_c(k-1) = [\hat{\phi}_c(k-1), \dots, \hat{\phi}_c(k-n_p)]^T, \delta \in (0, 1]$ 。

2.4 稳定性和收敛性分析

定理 1^[24]: 针对满足假设 1~3 的离散时间非线性系统 (1), 当 $y^*(k+1) = y^* = \text{const}$ 时, 采用无模型自适应预测控制方案, 总存在一个正数 $\lambda_{\min} > 0$, 使得 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 有:

1) 系统的跟踪误差是收敛的, 且 $\lim_{k \rightarrow \infty} |y^* - y(k+1)| = 0$ 。

2) 输出和输入序列 $\{y(k)\}$ 和 $\{u(k)\}$ 是有界序列。

定于系统跟踪误差为 $e(k+1) = y^* - y(k+1)$, $\hat{A}(k)$ 为 $A(k)$ 的估计值, 将式 (10) 代入式 (18) 和 (19) 中, 整理得:

$$e(k+1) = y^* - y(k+1) = y^* - y(k) - \hat{\phi}_c(k)\triangle u(k) = \{1 - \hat{\phi}_c(k)[g^T[\hat{A}^T(k)\hat{A}(k) + \lambda I]^{-1} \cdot \hat{A}^T(k)E(k)]\}[y^* - y(k)] \quad (24)$$

式 (24) 两端取绝对值, 得:

$$|e(k+1)| \leq |1 - \hat{\phi}_c(k)[g^T[\hat{A}^T(k)\hat{A}(k) + \lambda I]^{-1} \cdot \hat{A}^T(k)E(k)]| |e(k)| \quad (25)$$

令 $P = \hat{A}^T(k)\hat{A}(k) + \lambda I$ 。因为 $\hat{A}^T(k)\hat{A}(k)$ 是一个半正定矩阵, 若 $\lambda > 0$, 有 P 是正定矩阵。

$$\text{因为 } P^{-1} = \frac{P^*}{\det(P)}, \text{ 其中 } P^* = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1N_u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{1N_u} & \cdots & P_{N_uN_u} \end{bmatrix} \text{ 是}$$

伴随矩阵, 有下式成立:

$$g^T[\hat{A}^T(k)\hat{A}(k) + \lambda I]^{-1}\hat{A}^T(k)E(k) = \frac{N\hat{\phi}_c(k)P_{11}}{\det(P)} + \dots + \frac{(N - N_u + 1)\hat{\phi}_c(k + N_u - 1)P_{N_u1}}{\det(P)} \quad (26)$$

因为 $\hat{\phi}_c(k)$ 在任意时刻均有界, 所以式 (26) 是有界的。

因为 P 是一个正定矩阵, $\det(P) > 0$ 是 λ 的首项系数为 1 的 N_u 阶多项式。故存在 $\lambda_{\min} > 0$ 使得 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 式 (23) 的符号与 $\frac{P_{11}}{\det(P)}$ 相同。从而存在正常数 d_2 使得:

$$0 < 1 - \hat{\phi}_c(k)\{g^T[\hat{A}^T(k)\hat{A}(k) + \lambda I]^{-1}\hat{A}^T(k)E(k)\} \leq d_2 < 1 \quad (27)$$

由式 (25) 和式 (27) 可知:

$$|e(k+1)| \leq d_2 |e(k)| \leq \dots \leq d_2^* |e(1)| \quad (28)$$

故有 $\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k+1)| = 0$ 。

因为 $y^*(k)$ 是一个有界常数, 所以序列 $\{y(k)\}$ 有界。

由式 (18) 和式 (19), 可知:

$$|\triangle u(k)| \leq |g^T[\hat{A}^T(k)\hat{A}(k) + \lambda I]^{-1} \cdot \hat{A}^T(k)E(k)| |e(k)| \leq \varphi |e(k)| \quad (29)$$

由此推导可知:

$$|u(k)| \leq \varphi \frac{d_2 |e(1)|}{1 - d_2} + |u(1)| \quad (30)$$

由此可知序列 $\{u(k)\}$ 有界。

至此, 控制部分设计完成。根据之前设计的实验平台, 将需要的控制算法写入软件部分的仿真环境中, 通过输入期望位移, 控制器可以根据对应关系转化为电压值, 驱动外部硬件部分的压电微动平台进行运动, 从而产生位移变化, 使得实际位移能够高精度的跟踪期望位移。

3 实验验证及结果分析

为了验证所设计的无模型自适应控制算法 MFAC (Model-Free Adaptive Control) 和无模型自适应预测控制算法 MFAPC 的有效性, 本研究在搭建的实验平台上进行了非线性单输入单输出的实时轨迹跟踪控制实验。实验的目标是使得实际输出位移能够实时精确地跟踪给定的期望位移, 验证算法的有效性。为了更全面地评估模型的准确性并定量分析模型误差, 本文引入了最大误差 (ME, maximum error)、均方根误差 (RMSE, root-mean-square error) 和相对均方根误差 (RRMSE, relative-root-mean-square error) 等指标进行误差分析。

具体实验步骤详述如下: 1) 软硬件连接与配置: 采用数据采集卡实现软件与硬件部分的连接, 其输入端口配置为 6, 输出端口配置为 1, 同时在仿真环境中的数据采集工具箱中设置相应的端口, 并启动配套的驱动程序。此外连接激光测距仪进行数据采集, 在测距仪中设置相应的采样率以便实时获取实际位移数据; 2) 控制系统的初始化: 在仿真环境中, 设置其采样率为 10 kHz, 数据输出方式为离散型。根据实验要求, 通过调节幅值和频率来输入期望的位移信号, 并配置控制

器的相关参数,如增益、预测参数等;3)实验测试:在仿真环境中启动程序后,期望位移信号通过控制器转化为相应的控制电压。这些控制信号通过数据采集卡传输给压电微动平台,从而产生目标位移信号。同时,激光测距仪实时读取实际位移数据,并将其传输给数据采集卡。采集卡将这些反馈数据传递给控制算法进行实时计算,以实现系统输出与期望位移的精确跟踪。

此外为了进一步比较不同控制算法的性能,本文选用了 MFAC 控制器作为对比实验对象。MFAC 控制器是目前在实际应用中使用最广泛的一类控制器,通过与本文所设计的 MFAPC 控制算法进行比较,以验证 MFAPC 控制算法在实时轨迹跟踪控制中的优势与性能。在实验中, MFAC 控制算法参数设定为:权重因子 $\lambda=0.3>0$, 权重因子 $\rho=1\in(0,1]$, 权重因子 $\mu=2>0$, 步长因子 $0<\eta\leq 1$, $\eta=0.8$ 。MFAPC 控制算法参数设定为:权重因子 $\lambda=0.3>0$, 权重因子 $\rho=1\in(0,1]$, 控制时域常数 $N_u=2$, $N_p=5$, 权重因子 $\mu=2>0$, 步长因子 $0<\eta\leq 1$, $\eta=0.8$, 预测参数系数 $n_p=3$, 权重因子 $\delta=1$ 。

3.1 方波信号实验验证与结果分析

采用周期为 0.05 s 的方波信号作为期望信号,分别对压电微动平台上设计的 MFAC 控制器和 MFAPC 控制器进行实验验证,实验结果如图 6 和图 7 所示。该方波信号能够有效模拟压电微动平台在实际应用中所需进行轨迹跟踪的复杂输入信号,进而测试控制系统在快速响应和精确跟踪方面的表现。由于 MFAC 控制器的特性,当压电微动平台的位移发生变化时, MFAC 控制器的伪偏导数并不会根据系统的输入输出信号和跟踪误差信号进行自适应调节。因此,从实验结果可以看出, MFAC 控制器难以在不同的期望位置下保持良好的跟踪性能。相比之下, MFAPC 控制器具有显著优势,可以根据外部反馈的位移值,自适应地对伪偏导数值进行实时调整,从而精确调控控制电压,驱动压电微动台进行高精度位移运动。此外, MFAPC 控制器的调节时间大幅缩减,能够快速促使系统从初始状态稳定至新的期望状态,保障系统高效、稳定运行。

无模型自适应控制对伪偏导数预测公式中参数的在线调整能力要求较高,尤其在系统非线性较为复杂的情况下,经典的参数调整算法往往难以快速实现理想的控制效果。从超调量、调节时间和稳态误差的实验结果来看, MFAPC 方法在动态性能方面表现出色,能够较好地平衡系统的响应速度与稳定性。如表 1 所示, MFAPC 的超调量为 1.6%, 误差带为 5% 的调节时间小于 0.001 4 s, 稳态误差保持在 0.05 μm 以内。具体来说, MFAPC 方法能够有效减少系统的超调量,并显著缩短调节时间,从而提高了控制系统的动态响应性能

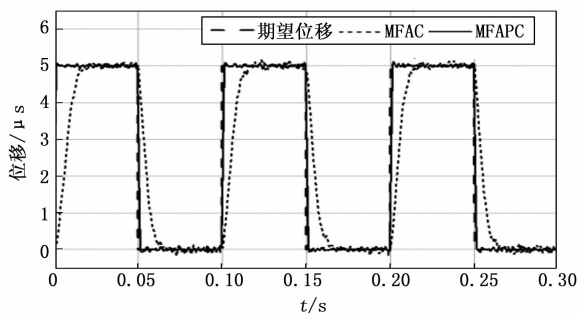


图 6 位移跟踪曲线

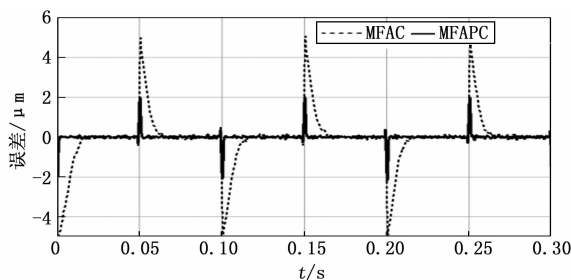


图 7 跟踪误差曲线

和精确度。

表 1 方波信号跟踪性能数值结果

控制方法	超调量/%	误差带为 5% 的调节时间/s	稳态误差/ μm
MFAC	3.4	$<0.018\ 4$	$[-0.08,0.07]$
MFAPC	1.6	$<0.001\ 4$	$[-0.05,0.05]$

3.2 正弦波信号实验验证与结果分析

当位移为 20 μm 时,采用正弦信号 $y(t) = 10\sin\left(2\pi f * t - \frac{\pi}{4}\right) + 10$ 激励微定位平台,其中 f 分别取 10 Hz, 80 Hz。通过采集期望输入位移信号和实际位移输出信号,验证经典 MFAC 控制器在不同频率下的位移跟踪精度。从实验结果可得,随频率的增加, MFAC 控制器的位移跟踪能力出现显著下降,同时实时跟踪误差逐渐增大,表现出较差的跟踪效果。如图 8 和图 9 所示,在低频情况下, MFAC 控制器能够较好地跟踪期望位移,误差较小,系统稳定性较好;然而,随着频率的增加,系统的响应逐渐滞后,期望位移和实际位移之间的差距显著增大,表现为更大的跟踪误差和更长的调节时间。

在进一步分析 MFAC 控制器跟踪正弦波期望信号的能力时,通过计算不同频率下的最大误差、均方根误差和相对均方根误差,可以更好地评估其性能。实验结果如表 2 所示。从表格中的数据可以看出,当输入信号的频率为 10 Hz 时,幅值为 20 μm 的正弦波信号, MFAC 控制器的最大误差为 4.787 μm , 均方根误差为 1.781 μm , 相对均方根误差为 14.922%;而当频率提高到 80 Hz 时,最大误差增大至 11.666 μm , 均方根误

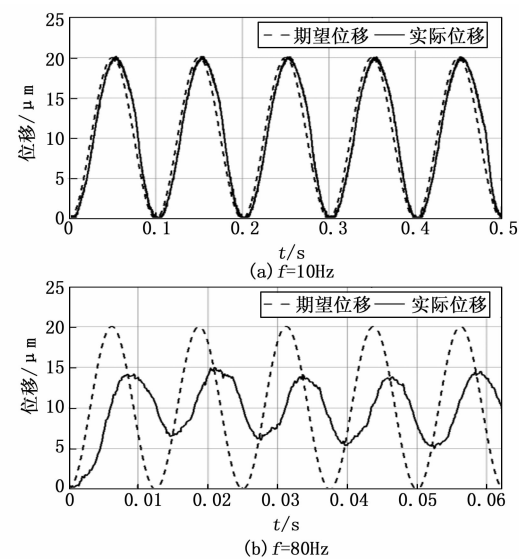


图 8 MFAC 控制器下的位移跟踪曲线

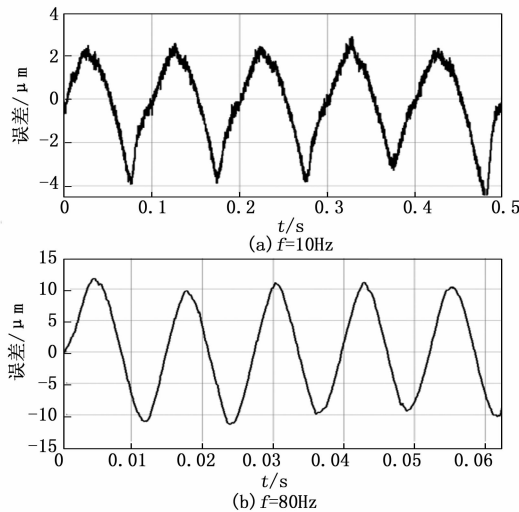


图 9 MFAC 控制器下的跟踪误差曲线

差为 7.206 μm ，相对均方根误差为 63.794%。具体来看，随着频率的增大，MFAC 控制器的均方根误差从原先的 8.9% 增加至 36%，误差变化明显。这一实验结果表明，MFAC 控制器在频率较低时能够较为有效地跟踪正弦波信号，但随着频率的提高，其跟踪误差显著增大。这表明 MFAC 控制器在自适应调节能力上存在一定的局限性，尤其在应对频率较高的动态变化时，控制器的调节能力显得不足。

表 2 MFAC 正弦波信号跟踪误差数值结果

频率/Hz	ME/ μm	RMSE/ μm	RRMSE/%
10	4.787	1.781	14.922
80	11.666	7.206	63.794

当位移为 20 μm 时，采用正弦信号 $y(t) = 10\sin(2\pi f * t - \frac{\pi}{4}) + 10$ 激励微定位平台，其中 f 分别取

10, 20, 50, 80 Hz。通过采集期望位移输入信号和实际位移输出信号，验证 MFAPC 控制器在不同频率下的位移跟踪精度。从实验结果可得，随频率的增加，MFAPC 控制器的位移跟踪能力保持不变，表现出较好的跟踪效果。如图 10 和图 11 所示，随着频率的增加，MFAPC 控制器能够较好地跟踪期望位移，误差较小，系统稳定性较好。

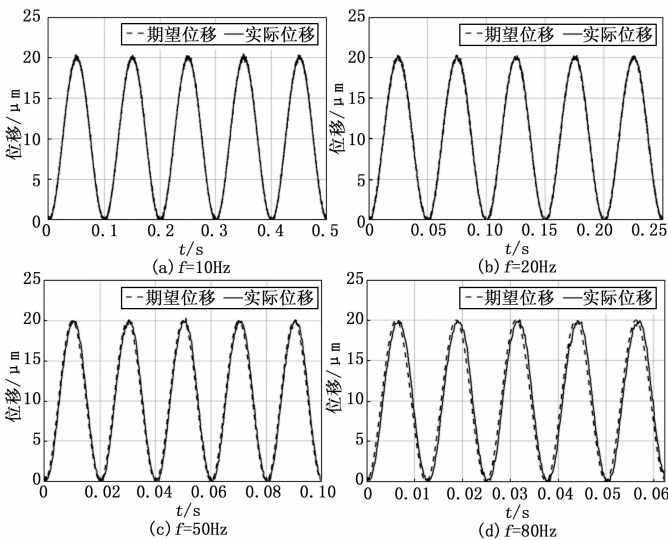


图 10 MFAPC 控制器下的位移跟踪曲线

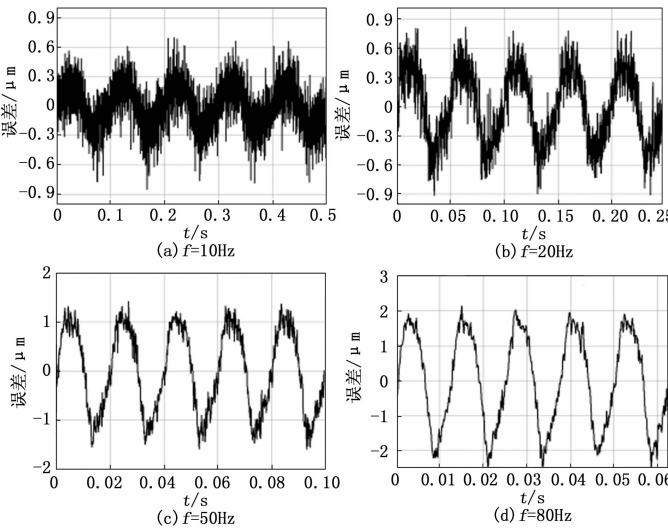


图 11 MFAPC 控制器下的跟踪误差曲线

进一步分析 MFAPC 控制器跟踪正弦波期望信号的能力时，实验结果如表 3 所示。从表格中的数据可以看出，当输入信号的频率为 10 Hz 时，MFAPC 控制器的最大误差为 0.850 μm ，均方根误差为 0.222 μm ，相对均方根误差为 1.812%；当频率增加到 20 Hz 时，最大误差为 0.913 μm ，均方根误差为 0.363 μm ，相对均方根误差为 3.158%；而在频率为 80 Hz 时，最大误差为 2.529 μm ，均方根误差为 1.348 μm ，相对均方根误差

为 12.086%。这一实验结果表明，MFAPC 控制器能够有效地应对不同频率下的正弦波信号跟踪任务。在低频条件下，控制器的误差较小，最大误差和均方根误差保持在较低的水平，显示出其良好的跟踪性能。当频率增大至 80 Hz 时，尽管最大误差和均方根误差有所增加，但控制器依然能够在较高频率下维持较为稳定的跟踪精度。

表 3 MFAPC 正弦波信号跟踪误差数值结果

频率/Hz	ME/ μm	RMSE/ μm	RRMSE/%
10	0.850	0.222	1.812
20	0.913	0.363	3.158
50	1.605	0.848	7.606
80	2.529	1.348	12.086

与 MFAC 控制器相比，MFAPC 控制器在频率变化时表现出更好的跟踪能力，尤其是在高频环境下，其误差增幅相对较小。这表明，MFAPC 控制器在处理频率变化较大的系统时，具备较强的适应性和稳定性，能够有效地调节系统的输出以跟踪期望信号。总体而言，MFAPC 控制器在不同频率下均表现出较好的跟踪能力，特别是在高频条件下，显示出其优于无模型自适应控制器的优势，适用于需要频率变化的高精度实时跟踪的压电微动平台系统。

4 结束语

本文围绕压电微动平台展开研究，重点解决了具有频率相关迟滞特性的压电式微纳定位系统中的高精度控制问题。通过引入数据驱动方法，本文设计了一个新的半实物仿真控制平台，利用 Real-Time 实时仿真环境和数据采集工具箱进行实时数据交换。与传统的 dSPACE 实时仿真系统或基于双主机测试的方法相比，该平台仅需一台计算机即可进行控制，并且具有更高的普适性，能够灵活选择不同的外部数据采集卡。在控制算法设计上，为了避免基于离线模型控制方法所固有的未建模动态问题，本文提出了 MFAC 算法，并进一步引入预测控制算法，得到了无模型自适应预测控制方法。考虑到 MFAC 在处理复杂非线性系统时可能引发的动态线性化模型的伪偏导数问题，MFAPC 控制器有效地改善了这一缺陷。实验分析表明，设计的闭环控制系统具有稳定性。该方法无需依赖离线训练，也不依赖于离线建模的精度，因此具有较强的鲁棒性和适应性。实验结果验证了所提控制方法在频率变化下相比经典的 MFPC 方法具有更好的非线性控制性能。然而随着系统的非线性特性和频率变化的增加，计算开销也可能随之增大。因此，如何优化控制算法的计算效率，减少计算负担，提高实时性，也是需要关注的方向。

未来，随着数据驱动方法的不断发展，MFAPC 控

制方法在高精度微纳定位系统中的应用前景广阔。特别是在精密制造、微电子器件装配、纳米技术等领域，压电微动平台的高精度控制将会发挥越来越重要的作用。进一步的研究可结合人工智能、大数据处理等先进技术，探索更高效、更稳定的控制方案。

参考文献：

[1] 林 晔，张晓鹏，胡 骏. 压电智能结构拓扑优化研究进展 [J]. 固体力学学报，2020，41（5）：391-408.

[2] 朱志远，朱紫辉，周晓勤，等. 三轴电磁-压电混合驱动快速刀具伺服的轨迹跟踪控制 [J]. 光学精密工程，2023，31（15）：2236-2247.

[3] SABARIANAND D V, KARTHIKEYAN P, MUTHURAMALINGAM T. A review on control strategies for compensation of hysteresis and creep on piezoelectric actuators based micro systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 140: 106634.

[4] 高源蓬，张 泉，尹达一. 压电陶瓷执行器迟滞非线性补偿与最优控制 [J]. 仪器仪表学报，2022，43（8）：163-172.

[5] GU G Y, ZHU L M, FATIKOW S. Modeling and control of piezo-actuated nano positioning stages: a survey [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2014, 13（1）：313-332.

[6] 吴金根，高翔宇，陈建国，等. 高温压电材料 [J]. 器件与应用物理学报，2018，67（20）：10-39.

[7] 于业伟. 磁控形状记忆合金执行器轨迹跟踪控制方法研究 [D]. 吉林：吉林大学，2021.

[8] 何 爽，郭少波，姚春华. 钛酸铋钠基铁电陶瓷的热释电性能研究进展 [J]. INFRARED, 2022, 43（12）：1-6.

[9] 王贞艳，贾高欣. 压电陶瓷作动器非对称迟滞建模与内模控制 [J]. 光学精密工程，2018，26（10）：2484-2492.

[10] 姚睿丰，王 妍，高景晖. 压电材料与器件在电气工程领域的应用 [J]. 电工技术学报，2021，36（7）：1324-1337.

[11] 刘 洋，汪尧进. 柔性压电材料及器件应用 [J]. 硅酸盐学报，2022，50（3）：625-641.

[12] WANG X J, LI J H, LU X F. Design and control of a trapezoidal piezoelectric bimorph actuator for optical fiber alignment [J]. Materials, 2023, 16（17）：5811.

[13] 杨晓京，胡俊文，李庭树. 压电微定位台的率相关动态迟滞建模及参数辨识 [J]. 光学精密工程，2019，27（3）：610-618.

[14] CAI J, DONG W, NAGAMUNE R. A survey of Bouc-Wen hysteretic models applied to piezo-actuated mechanical systems: modeling, identification, and control [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2023, 34（16）：1843-1863.

[15] AHMED K, YAN P, LI S. Duhem model-based hyster-

- esis identification in piezo-actuated nano-stage using modified particle swarm optimization [J]. *Micromachines*, 2021, 12 (3): 315.
- [16] 黄 涛, 罗治洪, 陶桂宝, 等. 压电定位平台 Hammerstein 建模与反馈线性化控制 [J]. *光学精密工程*, 2022, 30 (14): 1716–1724.
- [17] WANG Y F, ZHOU M L, HOU DW. Composite data driven-based adaptive control for a piezoelectric linear motor [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 1–12.
- [18] 朱燕飞, 楚友洋, 李传江. BP 神经网络优化参数的螺杆点胶阀无模型自适应控制技术 [J]. *液压与气动*, 2023, 47 (9): 175–181.
- [19] NAGHDI M, IZADI I, ALEM S F. Sampled-data model-free adaptive sliding mode control for piezoelectric actuators subject to time delay [J]. *IFAC-Papers OnLine*, 2023, 56 (2): 2468–2473.
- [20] WANG Z, XU R, WANG L, et al. Finite-time adaptive sliding mode control for high-precision tracking of piezo-actuated stages [J]. *ISA transactions*, 2022, 129: 436–445.
- [21] 任 凯, 张伟伟. 翼型激波抖振的无模型自适应控制 [J]. *空气动力学学报*, 2021, 39 (6): 149–155.
- [22] XIONG SS, HOU Z Z. Model-free adaptive control for unknown MIMO nonaffine nonlinear discrete-time systems with experimental validation [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 33 (4): 1727–1739.
- [23] 韩志刚. 多层递阶方法及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1989.
- [24] 侯忠生, 金尚泰. 无模型自适应控制: 理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- using postpeak value for pulsed eddy-current technique [J]. *Sensors (Switzerland)*, 2020, 20 (12): 1–10.
- [12] 王 瑾, 李 勇, 苏冰洁, 等. 在役油管内壁腐蚀缺陷脉冲涡流检测方法 [J]. *传感器与微系统*, 2024, 43 (12): 122–125.
- [13] WEN D D, FAN M B, CAO B H, et al. A twice subtraction method for obtaining LOL in pulsed eddy current signals of ferromagnetic samples [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2019, 55 (12): 1–7.
- [14] WEN D D, FAN M, CAO B, et al. Adjusting LOL for enhancement measurement [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69 (2): 521–527.
- [15] YONG L, HAO Q J, ABIDIN I M Z, et al. A Gradient-field pulsed eddy current probe for evaluation of hidden material degradation in conductive structures based on lift-off invariance [J]. *Sensors*, 2017, 17 (5): 9–43.
- [16] 陈树楷, 冯 搏, 张明昊, 等. 基于涡流传感器阻抗分析的炉管渗碳层厚度定量测量 [J]. *仪表技术与传感器*, 2024 (11): 12–15.
- [17] XU Z Y, WUN X J, LI J, et al. Assessment of wall thinning in insulated ferromagnetic pipes using the time-to-peak of differential pulsed eddy-current testing signals [J]. *NDT & E International*, 2012, 51: 24–29.
- [18] 孙闪闪, 周德强, 凡云雷, 等. 基于涡流阵列的碳钢管内壁缺陷的定量检测 [J]. *传感器与微系统*, 2021, 40 (8): 113–115.
- [19] 王 晋, 任 毅, 王海涛, 等. 压力容器表面缺陷涡流检测系统设计与实现 [J]. *计算机测量与控制*, 2025, 33 (6): 30–38.
- [20] 张 卿, 李晓光, 杜亚飞, 等. 基于 Tx-Rx 探头的异种金属焊缝缺陷检测及定量分析 [J]. *计算机测量与控制*, 2021, 29 (12): 73–78.
- (上接第 73 页)
- 参考文献:**
- [1] 张 佳, 秦 林, 孙明楠, 等. 小口径油气管道在线内检测的研究进展 [J/OL]. *材料导报*, 1–23 [2025–03–13].
- [2] 杨 超, 孙 虎, 唐 超. 电磁脉冲涡流检测下金属管道缺陷检测研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2025, 39 (4): 132–140.
- [3] 卢亚丁, 雷华明. 一种用于管道检测的平面 L 形电涡流传感器 [J]. *仪表技术与传感器*, 2025 (1): 1–6.
- [4] 夏 尚, 童良怀, 吕俊超. 《压力管道定期检验规则——工业管道》(TSG D7005-2018) 解析与探讨 [J]. *中国特种设备安全*, 2018, 34 (8): 9–11.
- [5] 李 睿. 油气管道内检测技术与数据分析方法发展现状及展望 [J]. *油气储运*, 2024, 43 (3): 241–256.
- [6] 牛广亮, 孙向阳, 李星橙, 等. 油气管道内表面涡流无损检测系统研究 [J]. *仪表技术与传感器*, 2021 (6): 86–89.
- [7] 李超月, 王 璇, 牛卫飞, 等. 金属保护层对脉冲涡流检测影响实验研究 [J]. *电子测量技术*, 2023, 46 (14): 24–29.
- [8] 李喜文, 钱慧芳, 王 戈. 金属板脉冲涡流检测的仿真研究 [J]. *电子测量技术*, 2018, 41 (22): 32–35.
- [9] XIE S J, ZHANG L, ZHAO Y, et al. Features extraction and discussion in a novel frequency-band-selecting pulsed eddy current testing method for the detection of a certain depth range of defects [J]. *NDT & E International*, 2020, 111: 102211.
- [10] 任淑廷, 李 勇, 张曦郁, 等. 基于磁场梯度脉冲涡流检测的航空结构亚表面腐蚀缺陷可视化方法 [J]. *空军工程大学学报 (自然科学版)*, 2019, 20 (3): 84–89.
- [11] GE J, YANG C, WANG P, et al. Defect classification