

基于高斯分布的自适应旁瓣相消零陷展宽算法

石浩然, 郭肃丽, 王明杰, 王忠强

(中国电子科技集团公司 第54研究所, 石家庄 050081)

摘要: 无人机的高动态特性, 导致干扰信号来波方向与自适应旁瓣相消算法 (ASLC) 生成的零陷位置不匹配, 这一现象直接降低了 ASLC 系统的抗干扰效能; 针对这一问题, 设计了无人机自适应旁瓣相消接收架构, 分析了零陷失配对旁瓣相消性能的影响; 采用基于高斯分布的锥化矩阵零陷展宽算法, 通过假设干扰信号来波方向服从高斯分布, 根据最小均方误差 (MMSE) 准则推导锥化后的自相关矩阵以及互相关矩阵解析式, 仿真实验结果表明所提算法在 -45 dB 零陷深度上零陷展宽宽度比均匀分布零陷展宽算法提高了 21% 。

关键词: 自适应旁瓣相消; 锥化矩阵; 零陷展宽; 高斯分布; 无人机测控

Null Broadening Algorithm for Adaptive Sidelobe Canceller Based on Gaussian Distribution

SHI Haoran, GUO Suli, WANG Mingjie, WANG Zhongqiang

(The 54th Research Institute of China Electronics Technology Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: The high dynamic characteristics of unmanned aerial vehicles (UAVs) result in a mismatch between the direction of arrival (DOA) of interference signal and null position generated by adaptive sidelobe cancellation (ASLC), which directly reduces the anti-interference effectiveness of ASLC systems. To address this issue, a drone adaptive sidelobe cancellation receiving architecture is designed, and the impact of null misalignment on sidelobe cancellation performance is analyzed. By using Gaussian distribution based cone matrix null widening algorithm and assuming that the DOA of the interference signal follows Gaussian distribution, the equations for covariance auto-correlation matrix and cross-correlation matrix based on minimum mean square error (MMSE) criterion are derived analytically. Simulation results demonstrate that with a null broadening width of -45 dB, the proposed algorithm increases the null broadening ratio by 20% compared to uniform distribution null broadening algorithm.

Keywords: adaptive sidelobe cancellation; cone matrix; null broadening; Gaussian distribution; measurement and control of UAV

0 引言

近年来, 无人机在军事领域的应用迅速崛起, 成为情报侦察、精准火力打击及电子战等关键任务中的核心力量。在此背景下, 无人机测控数据链作为维系其操作与通信的“神经中枢”, 其上行链路的抗干扰能力直接关系到任务的成败与无人机的生存能力。相较于传统抗干扰手段^[1-3], 自适应波束形成算法^[4-7]利用各通道接收信号, 通过最大信干噪比等优化准则, 自适应调整每个通道的权值, 在干扰信号来波方向形成零陷, 达到提升无人机测控链路可靠性的目的。对于

高速移动的目标, 干扰的方向会在较小范围内快速变化。然而, 常规自适应旁瓣相消生成的零陷较窄。当权矢量的更新速度滞后于干扰来波方向的变化速度时, 干扰可能落入零陷范围之外, 从而导致系统输出信干噪比 (SINR) 大幅下降。

针对上述问题, 通常的解决方式是利用零陷展宽算法^[8-15]来改善干扰角度偏移导致的零陷失配问题。

针对零陷展宽算法的研究最早是在 1995 年, 由 Mailoux^[8]提出的锥化矩阵 (Covariance Matrix Taper) 方法, 在 Mailoux 之后 Zatman^[9]提出了基于空时等效性的零陷展宽算法。Guerci^[10]将上述二人的理论统一,

收稿日期: 2024-10-29; 修回日期: 2024-11-25。

作者简介: 石浩然 (1998-), 男, 硕士研究生。

引用格式: 石浩然, 郭肃丽, 王明杰, 等. 基于高斯分布的自适应旁瓣相消零陷展宽算法[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(2): 301-307.

并推广到 STAP 中, 此后梁国龙等人^[11]通过对干扰方向的导数加以约束进行零陷展宽。李荣锋等人^[12]通过假设干扰来波方向服从高斯分布, 对自适应波束形成算法进行了零陷展宽。此外, 推导出了当干扰来波方向分布退化为均匀分布时, 零陷展宽的锥化矩阵和 Mailoux 的锥化矩阵相同。2014 年, Ma 等人^[13]从高动态模型定义的角度进行分析, 研究了平台处于高动态环境中的干扰源分布问题, 发现此时干扰源服从拉普拉斯分布, 在此基础上得到的锥化矩阵零陷展宽后的方向图拥有更深的零陷。2020 年, 王海洋等人^[14]提出以三角分布的方式引入虚拟干扰源, 并指出基于三角分布的零陷展宽算法相较于均匀分布拥有更平坦的零陷。李润^[15]通过对极化空时多维域进行建模并在此基础使用锥化矩阵进行零陷展宽, 实现了多维域下的零陷展宽。陈子涵等人^[16]通过聚焦矩阵将宽带内各频点投影到参考频点并在此基础上进行矩阵锥化, 以解决宽带相控阵雷达在高动态环境下抗干扰性能恶化的问题。王茗等人^[17]将前后项平均与 CMT 相结合使得算法在小快拍数下表现出良好的抗干扰性能, 并在高信噪比的前提下依旧拥有较强的抗干扰性能。

在无人机测控应用下, 全部阵元参与计算的自适应波束形成技术往往受限于其较高的资源消耗, 难以满足机载环境。相比之下, 自适应旁瓣相消技术^[18-21]以其仅需少量阵元参与权值计算的特点脱颖而出, 显著降低了功耗与算法复杂度, 更加契合无人机平台的装机条件与性能需求^[22-24]。

针对这一情况, 2017 年, 刘子威等人^[25]针对旁瓣相消进行零陷展宽算法的探究, 通过对自相关矩阵、互相关矩阵进行锥化, 最终得到了自适应旁瓣相消的零陷展宽算法。2020 年曹运合等人^[26]发现锥化矩阵的相位同样对零陷展宽算法有所影响, 针对这一情况在文献^[25]的基础上将锥化矩阵从实数域拓展到复数域, 该方法可以通过运动的先验信息预先平移调整零陷位置, 增加抗干扰性能。

本文通过将高斯分布的统计模型引入到文献^[25]的方法中, 基于最小均方误差准则推导锥化矩阵的解析式, 并将其与传统的零陷展宽算法进行比较, 理论分析与仿真实验证明, 本文算法相较于均匀分布下的零陷展宽算法, 同时兼顾了零陷深度与零陷宽度, 有效改善了该算法引起零陷深度变浅的问题, 拥有更深的零陷以及更高的输出 SINR。

1 自适应旁瓣相消系统模型

基于自适应旁瓣相消系统的无人机测控数据链机载终端接收原理如图 1 所示。相较于传统测控链路, 在基带信号处理前引入自适应旁瓣相消模块, 通过自适应旁

瓣相消算法抑制强干扰信号。

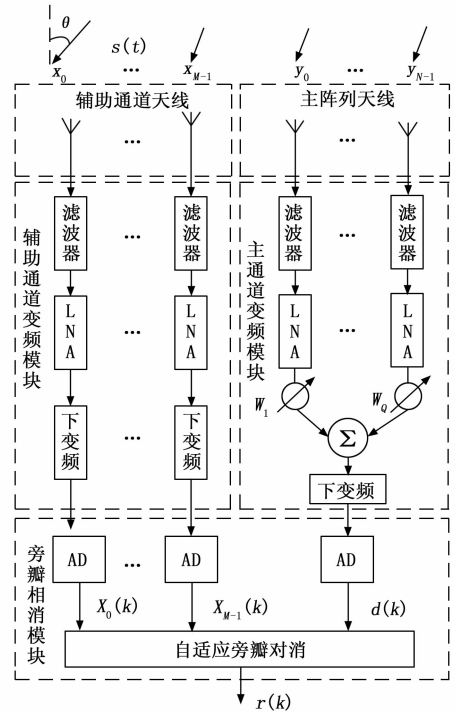


图 1 无人机测控数据链机载终端接收原理图

1.1 空间信号表示

假设干扰以及期望信号为窄带信号, 且满足远场传输条件。此时期望信号以及第 q 个干扰信号分别表示为:

$$\begin{aligned} s(t) &= s_{\text{base}}(t)e^{j2\pi f_c t} \\ i_q(t) &= i_{q\text{base}}(t)e^{j2\pi f_c t} \end{aligned} \quad (1)$$

式中, 角标 base 为窄带信号的复包络, f_c 为载波频率。经过时延 τ 后窄带信号可以表示为:

$$\begin{aligned} s(t - \tau_s) &= s_{\text{base}}(t - \tau_s)e^{j2\pi f_c (t - \tau_s)} \\ i_q(t - \tau_{iq}) &= i_{q\text{base}}(t - \tau_{iq})e^{j2\pi f_c (t - \tau_{iq})} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, τ_s 为期望信号的延时, τ_{iq} 为第 q 个干扰源的延时, $q = 1, \dots, Q$, 由于窄带信号包络变化缓慢, 当时延较短时, 窄带信号可以近似表示为:

$$\begin{aligned} s(t - \tau_s) &\approx s(t)e^{-j2\pi f_c \tau_s} \\ i_q(t - \tau_{iq}) &\approx i_q(t)e^{-j2\pi f_c \tau_{iq}} \end{aligned} \quad (3)$$

1.2 自适应旁瓣相消系统主通道模型

本文系统中主通道由均匀线阵加权合成, 根据 1.1 节推导空间信号推导性质。第 n 根阵元接收到的空间信号表达式可以表示为:

$$\begin{aligned} y_n &= s(t - n\tau_s) + \sum_{q=1}^Q i_q(t - n\tau_{iq}) + n_{\text{noise}}(t) \approx \\ &= s(t)e^{-j2\pi (d \sin \theta / \lambda)} + \sum_{q=1}^Q i_q(t)e^{-j2\pi (nd \sin \theta_{iq} / \lambda)} + n_{\text{noise}}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\frac{2\pi nd}{\lambda} \sin \theta$ 为第 n 根天线与参考阵元之间的相位差。

θ_s 和 θ_{i_q} 分别为期望信号和第 q 个干扰源来波方向。

用矩阵 $\mathbf{Y}(t)$ 表示主阵接收信号:

$$\mathbf{Y}(t) = a_s(\theta_s)s(t) + \sum_{q=1}^Q a_{i_q}(\theta_{i_q})i(t) + \mathbf{N}_{\text{noise}}(t) \quad (5)$$

式中,

$$\mathbf{a}_s(\theta_s) = [1, \dots, e^{-j2\pi nd/\lambda \sin\theta_s}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d/\lambda \sin\theta_s}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_{i_q}(\theta_{i_q}) = [1, \dots, e^{-j2\pi nd/\lambda \sin\theta_{i_q}}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d/\lambda \sin\theta_{i_q}}]^T \quad (7)$$

分别对应了期望、干扰信号来波方向所对应的天线导向矢量, $\mathbf{N}_{\text{noise}}(t)$ 表示阵列天线接收到的噪声向量。

自适应旁瓣相消中主通道通常采用全模拟方式进行合成, 是因为全模拟方式进行合成拥有功耗小、成本低、重量有限等特点, 更满足无人机装机要求。

空间信号经过主阵列天线, 经滤波器以及低噪声放大器后, 通过模拟加权得到主通道信号, 下变频后经 AD 采样得到数字信号, 表示为:

$$d(k) = \mathbf{W}_s^H a(\theta_s)s(k) + \mathbf{W}_s^H \sum_{q=1}^Q a(\theta_{i_q})i(k) + n_{\text{noise}}(k) \quad (8)$$

$\mathbf{W}_s$ 为期望信号来波方向所对应的主阵权矢量。

1.3 自适应旁瓣相消系统辅助通道模型

自适应旁瓣相消算法中辅助通道的信号处理流程是: 空间射频信号经辅助通道的天线、限幅器、低噪声放大器、下变频得到中频模拟信号, 经 AD 采样转变为数字信号后输入到自适应旁瓣相消模块。相较于主通道的全模拟合成, 辅助通道规模较小、采用全数字化处理的方式, 使得辅助通道可以根据算法快速精确调整通道权值, 提高了系统灵活性以及可靠性。

辅助通道经过下变频采样后接收的信号向量 $\mathbf{X}(k) = [x_0(k), x_1(k), \dots, x_{M-1}(k)]^T$ 可以表示为:

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_s)s(k) + \sum_{q=1}^Q \mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_{i_q})i(k) + \mathbf{N}_{\text{assist}}(k) \quad (9)$$

式中, $\mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_s), \mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_{i_1}), \dots, \mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_{i_Q})$ 为辅助阵元接收的期望信号以及干扰信号的导向矢量。

$$\mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_s) = [1, \dots, e^{-j2\pi md/\lambda \sin\theta_s}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d/\lambda \sin\theta_s}] \quad (10)$$

$$\mathbf{a}_{\text{assist}}(\theta_{i_q}) = [1, \dots, e^{-j2\pi md/\lambda \sin\theta_{i_q}}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d/\lambda \sin\theta_{i_q}}] \quad (11)$$

式 (11) 为第 q 个干扰的导向矢量。md 为第 m 根辅助天线与主阵参考阵元的位置差。 $\mathbf{N}_{\text{assist}}(t)$ 为辅助天线的噪声向量, 且与干扰信号、期望信号互不相关, 且辅助通道间满足独立同分布条件。

1.4 自适应旁瓣相消算法

自适应旁瓣相消后输出的信号为:

$$r(k) = d(k) - \mathbf{W}^H \mathbf{X}(k) \quad (12)$$

$d(k)$ 为主阵加权合成后经变频采样后的信号矢量; $\mathbf{W}$ 为辅助天线的自适应权值。自适应旁瓣相消原理是通过自适应调整辅助通道的权值, 使相消输出的均方误

差最小。

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \min_{\mathbf{W}} \|\mathbf{r}\|_2^2 \quad (13)$$

对 $\|\mathbf{r}\|_2^2$ 求梯度有:

$$\nabla \|\mathbf{r}\|_2^2 = -2\mathbf{R}_{\text{XX}}\mathbf{W} + 2\mathbf{R}_{\text{Xd}}\mathbf{W} \quad (14)$$

根据上述准则推导得出最优权矢量可以表示为:

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{R}_{\text{XX}}^{-1}\mathbf{R}_{\text{Xd}} \quad (15)$$

式中, $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ 为最优权值, $\mathbf{R}_{\text{XX}}$ 为辅助天线接收信号的自相关矩阵, $\mathbf{R}_{\text{Xd}}$ 为辅助天线与主天线的互相关矩阵。

2 高动态环境下的零陷失配问题

传统的自适应旁瓣相消算法可以在干扰方向形成较深的零陷, 然而在实际应用中, 由于无人机高动态特性常导致干扰源角度发生变化。如图 2 所示, 无人机相对于干扰源的运动速度为 2 马赫, 假设自适应旁瓣相消收敛速度为 50 ms, 干扰源与无人机间距为 $L=15\text{ km}$, 在收敛时间内干扰源变化角度为 $\arctan(\Delta d/L) \approx 0.2^\circ$ 。仿真图 3 为期望信号与干扰信号分别从 0° 与 18° 入射经过自适应旁瓣相消后所形成的方向图, 可以看出角度偏移导致的零陷失配将降低输出 SINR, 并直接影响机载端机的通信性能。

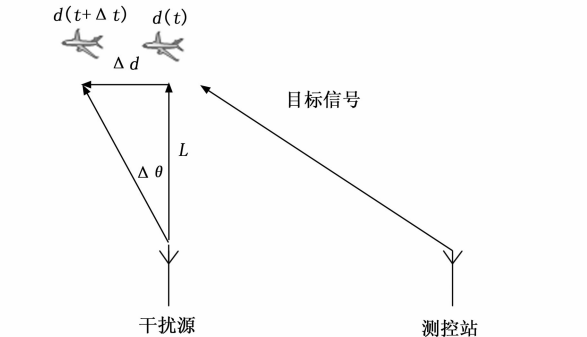


图 2 无人机系统相对干扰源运动示意图

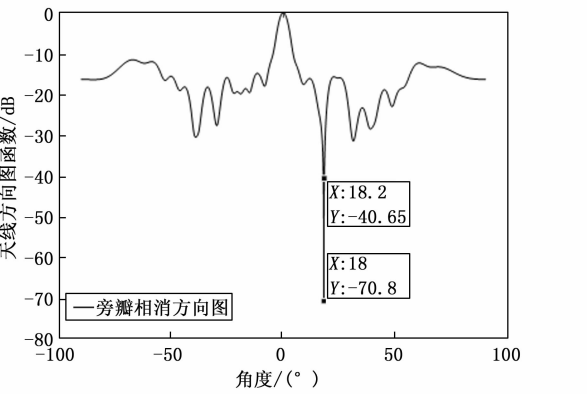


图 3 干扰方向为 18° 的旁瓣相消后的方向图

3 基于高斯分布锥化矩阵的零陷展宽算法

本文拟采用锥化矩阵的方式进行零陷展宽, 根据文

献 [12] 的思路, 基于干扰信号来波方向服从高斯分布的假设进行推导。从最优权值的表达式可以看出, 自适应旁瓣相消的锥化需要同时对自相关以及互相关矩阵进行锥化。接下来本章通过推导自相关以及互相关矩阵锥化表达式, 进而得出基于高斯分布锥化矩阵的零陷展宽算法。

根据信号模型以及阵列天线模型, 干扰信号的来波方向变化模型可以表示为:

$$\theta = \bar{\theta} + \Delta\theta \quad (16)$$

式中, $\bar{\theta}$ 表示采样矩阵求逆求解最优权值前的干扰信号来波方向, $\Delta\theta$ 为干扰信号来波方向的变化量, θ 表示算法收敛后干扰信号来波方向的真实值。

假设干扰信号来波方向变化量服从均值为 0, 方差为 σ^2 高斯分布, 即 $\Delta\theta \sim N(0, \sigma^2)$ 。干扰角度变化量分布函数可以表示为:

$$f(\Delta\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\Delta\theta^2 / 2\sigma^2} \quad (17)$$

与高斯窄带白噪声的分析方式相同, $\sin\theta$ 可以认为近似服从均值为 $\sin\bar{\theta}$, 方差为 $\hat{\sigma}^2$ 的高斯分布, $\hat{\sigma}$ 可以表示为 $\hat{\sigma} = \sigma\cos\bar{\theta}$, 即 $\sin\theta \sim N[\sin\bar{\theta}, (\sigma\cos\bar{\theta})^2]$ 。

3.1 自相关矩阵锥化解析式推导

为了简化分析, 本文将针对自适应旁瓣相消系统仅存在一个实际干扰源的情况进行分析, 此时的辅助天线接收信号的表达式为:

$$\tilde{X}(k) = \mathbf{a}(\theta_s)s(k) + \mathbf{a}(\theta)i(k) + n(k) \quad (18)$$

$\mathbf{a}(\theta_s)$ 、 $\mathbf{a}(\theta)$ 为期望信号以及干扰信号的导向矢量, $i(t)$ 为主阵参考阵元接收到的干扰信号, θ 为干扰源对应的来波方向。

由于干扰源与期望信号互不相关, 即 $\int s(t)i_k^*(t-\tau)dt = 0$, 自相关矩阵可以表示为:

$$\mathbf{R}_{XX} = \sigma_s^2 \mathbf{a}(\theta_s) \mathbf{a}^H(\theta_s) + \sigma_i^2 \int f(\sin\theta) \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) d\sin\theta + \sigma_n^2 \mathbf{I}_n \quad (19)$$

式中, σ_s^2 为接收信号中期望信号功率, σ_i^2 为接收信号中的干扰信号功率, σ_n^2 为接收信号中噪声功率, $f(\sin\theta)$ 为 $\sin\theta$ 的概率密度函数, 其概率密度函数为:

$$f(\sin\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\cos\bar{\theta}} e^{-(\sin\theta - \sin\bar{\theta})^2 / 2(\sigma\cos\bar{\theta})^2} \quad (20)$$

通常情况下, 无人机距离地面站较远, 这导致期望信号的信噪比较低, 即 σ_s^2 比较小可以忽略不计, 为了方便表示, 令 $\mu = \sin\theta$, 此时的自相关矩阵便可以简化为:

$$\mathbf{R}_{XX} = \sigma_i^2 \int f(\mu) \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) d\mu + \sigma_n^2 \mathbf{I}_n \quad (21)$$

分析自相关矩阵元素可以得到:

$$[\mathbf{R}_{XX}]_{m,n} = \sigma_i^2 \int f(\mu) e^{j(\bar{\omega}_m - \bar{\omega}_n)} d\mu + \sigma_n^2 \delta(m,n) \quad (22)$$

式中, $\phi_m = \frac{2\pi md}{\lambda} \sin\theta$, 表示第 m 根天线与主阵中参考天线相距的相位差。

根据傅里叶变换性质, 可以求出锥化后自相关矩阵元素的表达式:

$$[\tilde{\mathbf{R}}_{XX}]_{m,n} = [\mathbf{R}_{XX}]_{m,n} e^{-1/2\cos\bar{\theta}(\hat{\sigma}(m-n))^2} \quad (23)$$

在实际的工程应用中, 干扰信号的来波方向无法预先获得, 此时需要对指数项进行缩放, 缩放后的自相关矩阵表达式可以写为:

$$[\tilde{\mathbf{R}}_{XX}]_{m,n} = [\mathbf{R}_{XX}]_{m,n} e^{-1/2[\hat{\sigma}(m-n)]^2} \quad (24)$$

此时锥化后的协方差矩阵可以表示为:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{XX} = \mathbf{R}_{XX} \odot \mathbf{T} \quad (25)$$

$\mathbf{T}$ 为锥化矩阵, 第 m 行 n 列的元素可以表示为:

$$T_{m,n} = e^{-1/2[\hat{\sigma}(m-n)]^2} \quad (26)$$

3.2 互相关矩阵的锥化

互相关矩阵可以表示为:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{Xd} = E\{\mathbf{X}_{ad}(t)g^*(t)\} = \mathbf{A}_{\text{assist}} \begin{Bmatrix} \sigma_s & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{Bmatrix} \mathbf{A}^H \mathbf{w}_s \quad (27)$$

根据公式 (27) 可以得到零陷展宽前的互相关矩阵元素, 为了方便分析, 将第 p 根辅助天线与参考阵元接收信号的相位差定义为 $\phi_p = \frac{2\pi pd}{\lambda} \sin\theta$, 第 n 根主阵阵元

与参考阵元之间的相位差为 $\phi_n = \frac{2\pi nd}{\lambda} \sin\theta$ 。

$$[\mathbf{R}_{Xd}]_j = \sum_{l=0}^{N-1} \sigma_s^2 \mathbf{w}_s e^{-j(\phi_n - \phi_s)} + \sum_{l=0}^{N-1} \sigma_i^2 \mathbf{w}_s e^{-j(\phi_n - \phi_s)} \quad (28)$$

当干扰信号的来波方向服从高斯分布时, 互相关矩阵的表达式可以表示为:

$$[\mathbf{R}_{Xd}]_j = \sum_{l=0}^{N-1} \sigma_s^2 \mathbf{w}_s e^{-j(\phi_n - \phi_s)} + \sum_{l=0}^{N-1} \sigma_i^2 \mathbf{w}_s \int f(\mu) e^{-j(\phi_n - \phi_s)} d\theta \quad (29)$$

与自相关矩阵推导步骤相似, 由于无人机与地面站距离较远, 期望信号的功率可忽略不计, 此时互相关矩阵中第 j 个元素的表达式为:

$$[\mathbf{R}_{Xd}]_p = \left[\sum_{l=1}^L \mathbf{w}_{s_l} e^{-jn(\bar{u} + \Delta u_l)} i_l(t) \right] \left[e^{-j(\bar{u} + \Delta u_l)p} i_l^*(t) \right]^H = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}_{s_l} e^{-j(n-p)(\bar{u} + \Delta u_l)} \sigma_{w_l}^2 du = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}_{s_l} e^{-j(n-p)\bar{u}} e^{-1/2\sigma_s^2(n-p)^2} \quad (30)$$

对比公式 (21) 与零陷展宽前互相关矩阵的表达式, 可以发现零陷展宽后锥化矩阵形式依旧是高斯函数的形式, 互相关矩阵需要提前针对主阵的权值进行锥化。

此时的互相关矩阵可以表示为:

$$[\tilde{\mathbf{R}}_{Xd}]_p = e^{-j2\pi/\lambda dp \sin(\bar{\theta})} \mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{W}_s \odot \mathbf{T}_j) \quad (31)$$

可以看出互相关矩阵的锥化体现在主通道合成之

前的权值锥化，锥化矩阵元素可以表示为 $\mathbf{T}_p = e^{-1/2\sigma_p^2(n-p)^2}$ ，由主阵的阵元位置以及辅助阵元位置唯一确定。该算法可以在使用前生成锥化矩阵权值，无需进行自适应计算，拥有更低的复杂度，更加适合资源受限的机载平台。

最终本算法生成的自适应权值的表达式为：

$$\mathbf{W}_a = \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{R}_{Xd}$$
 (32)

相消后的输出可以表示为：

$$y(n) = \mathbf{W}_s^H \mathbf{Y}(n) - \mathbf{W}_a^H \mathbf{X}(n)$$
 (33)

式中， $\mathbf{W}_s$ 是主通道波束形成的权值， $\mathbf{W}_a$ 为使用锥化矩阵处理后自适应权值。对比文献 [22] 可以发现，本文从干扰信号的来波方向的概率分布进行推导，最终锥化方式上的差别仅仅表现在二者的锥化矩阵的形式上。这表明本文所提零陷展宽算法与 Mailoux 虚拟干扰源的方法进行零陷拓宽在本质上相同，区别仅在于不同的概率分布统计模型会带来不同的锥化矩阵，进而使零陷形状有所区别。采用高斯分布相较于均匀分布进行锥化，锥化后干扰能量的谱估计值更高。因此本算法相较于文献 [22] 的算法拥有深的零陷。这一现象的产生原因可以从空间投影的角度进行分析，锥化后的自相关矩阵的逆矩阵可以写为：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}^{-1} &= \sum_1^k \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H + \sum_{k+1}^N \frac{1}{\lambda_n} \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H = \sum_1^k \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H + \\ &\sum_{k+1}^N \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H = \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{I} - \sum_1^k (\frac{\sigma^2}{\lambda_k} - 1) \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H) \end{aligned}$$
 (34)

式中， λ_k 为 k 个独立的干扰源特征子空间对应的特征值， λ_n 为噪声对应的特征值； $\mathbf{v}_k$ 为第 k 个特征值对应的特征子空间。

当互相关矩阵中干扰对应的特征值越大，逆矩阵中的干扰分量就越多，从而达到抑制干扰子空间的效果。

4 实验结果与分析

4.1 算法零陷展宽性能对比

为了验证本文所提算法的有效性，本文将自适应旁瓣相消算法、文献 [22] 中的算法以及本文所提算法的零陷展宽性能置于同一条件下进行对比分析。实验中干扰信号的干扰比 $INR=30$ dB，干扰信号入射角度为 18° 。3 种算法其他条件保持一致，在此基础上对比算法的零陷展宽宽度。

图 4 为各算法自适应旁瓣相消后方向图，图 5 是局部放大图，从图 4 可以看出，旁瓣相消算法在干扰方向上能够形成较深的零陷，能够有效抑制静止干扰源。然而，传统的旁瓣相消算法零陷宽度相对有限，当干扰角度发生微小偏移时，该算法的干扰抑制能力显著下降，表现出对角度失配的敏感性。

零陷展宽算法在保持对干扰有效抑制的同时，显著

拓宽了零陷的宽度，这一改进使得算法在干扰角度小范围内波动时仍能维持稳定的抗干扰性能。

文献 [22] 算法与本文算法均可以有效地拓宽零陷的宽度，从图 4 和图 5 可以看出均匀分布下的零陷展宽矩阵生成的方向图在 -45 dB 零陷深度对应的角度分别为 20.18° 以及 16.27° ，高斯分布的零陷展宽在相同条件下对应的角度分别为 16° 以及 20.73° ，本算法零陷展宽宽度相较于均匀分布提升 21%。本文算法在相同零陷深度的情况下，零陷宽度优于文献 [22] 方法。

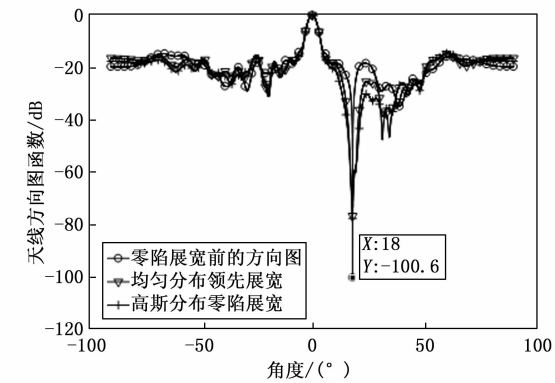


图 4 不同分布下的旁瓣相消零陷展宽方向图

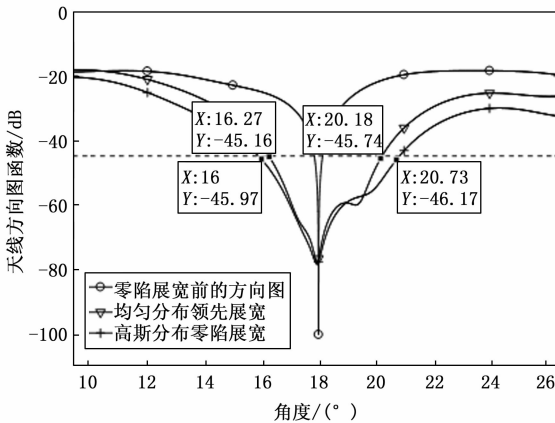


图 5 零陷展宽方向图局部放大图

为模拟实际环境中干扰源可能发生的动态变化，在上述基础上引入随机角度偏移量，通过调整随机偏移角度分布方差，来验证不同角度偏移对算法性能的影响。

本实验对比文献 [22] 算法与本文所提算法的零陷展宽性能，共进行了 100 次蒙特卡洛模拟实验，每次实验均根据设定的随机偏移角度分布生成新的测试条件，并记录下两种算法的输出信干噪比 (SINR) 作为性能评价指标。

表 1 表示算法输出 SINR 与角度偏移的关系表，输出 SINR 随干扰角度偏移量的标准差变化曲线如图 6 所示，在干扰源没有随机角度偏移的情况下，本文算法与文献 [22] 算法抗干扰性能基本一致。

表 1 输出 SINR 与偏移角度关系表

偏移角度 展宽算法	0/(°)	1/(°)	2/(°)	3/(°)
均匀分布/dB	-3.972	-9.933	-17.52	-20.54
高斯分布/dB	-4.209	-10.11	-15.41	-24.06

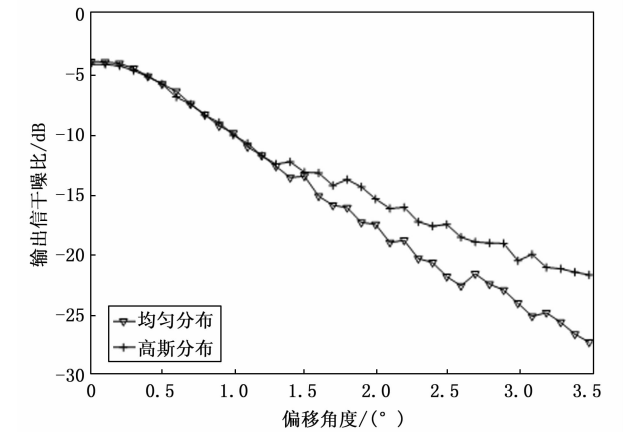


图 6 不同分布算法在不同偏移角度下输出 SINR

随着干扰信号来波方向的随机性增加，系统输出 SINR 逐渐下降，当方差为 2° 时，两种算法的输出 SINR 分别为 -15.41 dB 和 -17.52 dB。干扰源随机分布方差为 3° 时，本文算法相较于文献 [22] 算法输出 SINR 高 3.52 dB，拥有更强的抗干扰性能。

4.2 干噪比对抗干扰性能的影响

表 2 和图 7 表示了本文零陷展宽算法性能与干噪比的关系，INR=30 dB 时在干扰来波方向的零陷为 -76.69 dB，INR=10 dB 时算法形成方向图在干扰来波方向的零陷深度为 -51.59 dB，INR=0 dB 在干扰来波方向的零陷深度为 -42.57 dB，说明本文算法零陷随着干噪比的增加而加深，与公式理论分析结果一致。

表 2 不同干噪比下干扰源处的零陷深度

干扰角度/(°)	实验条件 INR/dB	零陷深度/dB
18	30	-76.69
18	10	-51.59
18	0	-42.57

4.3 信噪比对抗干扰性能的影响

实际应用中，期望信号功率大小受功率储备以及无人机飞行距离等因素影响，其功率往往无法忽略不计，此时的自适应旁瓣相消系统将面临期望信号“自消”的问题，进而影响系统输出 SINR。因此研究输入信噪比对算法的影响意义重大。在下面的实验中，本文将着重讨论信噪比对本算法影响，并与传统自适应旁瓣相消算法以及文献 [22] 的零陷展宽算法进行对比。

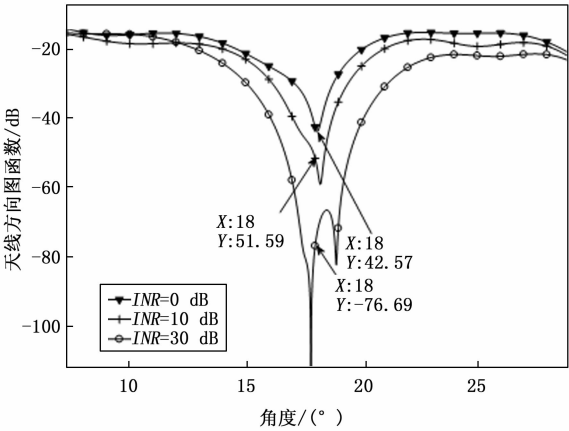


图 7 不同 INR 下的旁瓣相消方向图

本实验中，通过改变本文算法、文献 [22] 算法、以及传统自适应旁瓣相消算法的输入信噪比，使得输入信噪比由 -18 dB 以 1 dB 步长增加到 -2 dB，比较算法输出 SINR 曲线来研究信噪比对算法性能的影响。

通过该实验得出的输出 SINR 和输入信噪比关系如图 8 所示。表 3 为输入信噪比以 5 dB 为步进间隔，算法输出信干噪对比数据。通过对比表 3 可以看出 3 种算法的输出 SINR 均在达到极值后随着输入信噪比的增加而降低。并且随着信噪比的增加，本文算法相较于均匀分布的零陷展宽算法与传统的旁瓣相消算法拥有更高的输出 SINR。这一现象的产生原因为自适应旁瓣相消性能常常由于协方差矩阵中包含期望信号组成的子空间，从而导致期望信号在旁瓣相消中同样遭到抑制。而本文算法通过矩阵锥化降低了期望信号的功率谱估计值，从而缓解了期望信号“自消”的问题。根据图 8 将不同算法输出极值汇总得到表 4，通过表 4 可以看出高斯分布的零陷展宽算法的在 SNR=-10 dB 时输出 SINR 达到最高，传统的旁瓣相消算法以及均匀分布的零陷展宽算法在 SNR 为 -11 dB 时输出的 SINR 最高。本文算法输出信噪比相较于文献 [22] 算法恶化分界点更高，印证了上述算法的优势。

表 3 输出 SINR 与输入信噪比关系表

输入信噪比 输出信干噪比	-16 dB	-11 dB	-6 dB
本文算法/dB	-3.7	-1.319	-1.967
文献[22]算法/dB	-4.334	-2.787	-4.695
传统旁瓣相消算法/dB	-4.481	-3.156	-5.283

表 4 不同算法输出 SINR 极值

输入 SNR/dB	使用算法	输出 SINR/dB
-11	传统旁瓣相消	-2.79
-11	均匀分布零陷展宽	-3.12
-10	高斯分布零陷展宽	-1.21

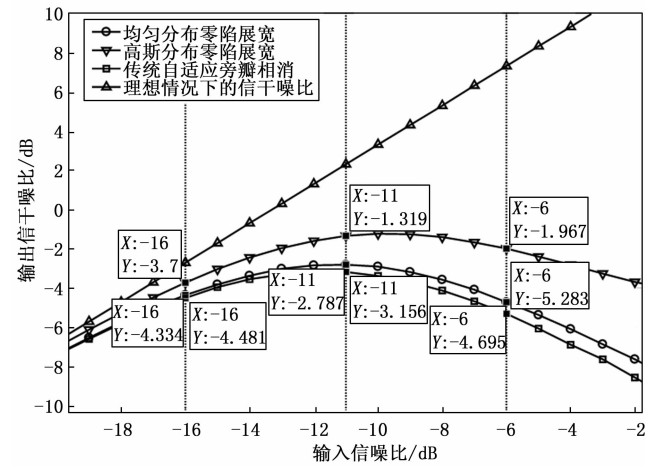


图8 不同算法输出 SINR 与输入信噪比的关系

5 结束语

本文针对自适应旁瓣相消零陷展宽算法存在的零陷深度变浅的问题,提出一种基于高斯分布的自适应旁瓣相消零陷展宽算法,通过假设干扰信号来波方向的分布,推导出零陷展宽后互相关以及自相关锥化解析式。仿真表明,本文算法在相同的零陷深度下相较于均匀分布的零陷展宽算法可以在零深为 -45 dB 时宽 21% ;与此同时本文算法可以有效改善高信噪比下期望信号“自消”问题,相消后输出的 SINR 更高,干扰信号抑制性能更强。

参考文献:

[1] 陈梦. 无人机测控链路干扰策略研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2022.

[2] 张新宇. 无人机网络抗干扰方法研究 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2019.

[3] 吕日毅, 钱仁军, 李超, 等. 无人机抗干扰防诱骗技术分析 [J]. 飞机设计, 2024, 44 (1): 24-29.

[4] 苏保伟. 阵列数字波束成形技术研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.

[5] 陈强, 王田, 薛仁魁, 等. 基于数字波束形成技术的北斗抗干扰终端研究 [J]. 无线电工程, 2023, 53 (5): 1093-1101.

[6] 白景坡, 高平, 蒋炜, 等. 基于阵列信号处理的北斗抗干扰终端设计 [J]. 无线电工程, 2021, 51 (4): 271-276.

[7] 刘禹韬, 包志强. 基于 Systolic 阵的 IQRD-SMI 算法的研究与 FPGA 优化实现 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24 (2): 239-241.

[8] MAILLOUX R J. Covariance matrix augmentation to produce adaptive array pattern troughs [J]. Electronics Letters, 1995, 31 (10): 771-772.

[9] ZATMAN M. Production of adaptive array troughs by dis-

person synthesis [J]. Electronics Letters, 1995, 31 (25): 2141-2142.

[10] GUERCI J R. Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47 (4): 977-985.

[11] 范展, 梁国龙, 王逸林. 一种零陷展宽鲁棒自适应波束形成算法 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35 (11): 2764-2770.

[12] 李荣峰, 王永良, 万山虎. 自适应天线方向图干扰零陷加宽方法研究 [J]. 现代雷达, 2003, 25 (2): 42-45.

[13] MA Y X, LU D, WANG W Y, et al. A high-dynamic null-widen GPS anti-jamming algorithm based on statistical model of the changing interference DOA [C] //Proceedings of 2014 China Satellite Navigation Conference, Springer Berlin Heidelberg, 2014: 695-702.

[14] 王海洋, 刘光斌, 范志良, 等. 一种针对 GNSS 接收机的宽零陷抗干扰算法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51 (4): 94-98.

[15] 李润. 高动态场景下的极化空时零陷展宽算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49 (5): 1231-1237.

[16] 陈子涵, 曹彦杰, 渠晓东, 等. 基于锥化权与聚焦矩阵的宽带波束形成自适应零陷展宽方法 [C] //中国高科技产业化研究会智能信息处理产业化分会. 第十六届全国信号和智能信息处理与应用学术会议论文集, 2022: 155-1205.

[17] 王茗, 王亚辉, 王英飞. 一种改进的 CMT 零陷展宽波束形成算法 [C] //中国电子学会, 2023 全国天线年会论文集, 西安交通大学出版社, 2023: 764-766.

[18] 韩阳阳. 自适应波束形成零陷优化抗干扰研究 [J]. 电子信息对抗技术, 2014, 29 (1): 51-54.

[19] 张俊平, 宋万杰, 张子敬, 等. 自适应旁瓣相消性能分析与仿真 [J]. 雷达科学与技术, 2008, 6 (6): 486-491.

[20] 奚玮. 相控阵雷达自适应旁瓣相消效果分析 [J]. 现代电子技术, 2002 (5): 3-6.

[21] 宋之玉, 张进. 现代雷达自适应旁瓣相消对抗技术 [J]. 航天电子对抗, 2021, 37 (4): 34-39.

[22] 王辉辉, 袁子乔, 等. 杂乱脉冲干扰的稳健自适应旁瓣相消方法 [J]. 火控雷达技术, 2022, 51 (3): 20-25.

[23] 阳凯, 杨善国. 一种宽零陷的自适应波束形成算法 [J]. 电子信息对抗技术, 2015, 30 (2): 57-61.

[24] 张娇. 基于旁瓣相消和零点展宽的双功能雷达抗干扰方法 [J]. 测试技术学报, 2022, 36 (1): 6-10.

[25] 刘子威, 苏洪涛, 胡勤振. 一种零陷展宽文件旁瓣相消算法 [J]. 电子信息学报, 2016, 38 (3): 565-570.

[26] 曹运合, 郭勇强, 刘帅, 等. 基于旁瓣对消器的自适应零陷优化设计 [J]. 电子信息学报, 2020, 42 (3): 597-602.