

大口径火炮榴弹结构特征数分布规律及相关性分析

毕思健, 王雨时, 彭启蒙, 王光宇

(南京理工大学 机械工程学院, 南京 210094)

摘要: 引信弹道安全性与弹丸外弹道运动密切相关, 而弹丸外弹道运动受弹丸结构特征数影响较大。为了准确获取弹丸结构特征数极限值, 进而给引信安全性设计和理论分析提供技术基础, 提出基于大口径火炮榴弹结构特征数实测数据研究其分布规律和相关性的方法; 以 155 mm 口径火炮 M107 榴弹、底凹弹、底排弹和复合增程弹为例, 利用其结构特征数实测值拟合其分布规律, 得到不同累积概率下的极限值, 并进一步分析各结构特征数间的相关性; 这 4 种 155 mm 口径火炮弹丸大多数结构特征数的最佳拟合结果不为正态分布, 其中 3 种的多数结构特征数服从三参数 Weibull 分布; 大口径火炮榴弹的赤道转动惯量和动不平衡角分别与轴向质心位置和偏心距密切相关, 可由其进行预估。

关键词: YOLOv8; 水下目标检测; GSConv; 轻量化; HGNetV2; AKConv

Distribution and Correlation Analysis of Structural Characteristic Parameters for a Large Caliber Projectile

BI Sijian, WANG Yushi, PENG Qimeng, WANG Guangyu

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The ballistic safety of a fuze is closely related to the exterior ballistic motion of a projectile, and the exterior ballistic motion of the projectile is greatly affected by its structural characteristic parameters. In order to accurately obtain the limit values of structural characteristic parameters of the projectile and provide a technical basis for fuze safety design and theoretical analysis, a method is proposed to study the distribution and correlation of a large caliber projectile by using the measurement data of its structural characteristic parameters. Taking a M107 projectile with 155 mm artillery, hollow base projectile, base bleed projectile and compound extended range projectile as examples, the measured structural parameters are used to fit their their distribution law, to obtain the limit values under different cumulative probabilities, and further to analyze the correlation of different structural characteristic parameters. For these four 155 mm caliber projectiles, the best fitting results for most structural characteristic parameters are not normally distributed, with three of them following a three-parameter Weibull distribution. The equatorial moment of inertia and dynamic imbalance angle of a large caliber projectile are closely related to the position and eccentricity of its axial center of mass respectively, with an evaluation conducted.

Keywords: projectile; structural characteristic parameters; fuze ballistic environment; distribution law; dynamic imbalance angle

0 引言

弹丸结构特征数主要包括弹丸质量、轴向质心位置、极转动惯量、赤道转动惯量、偏心距和动不平衡角, 直接影响弹丸的外弹道飞行运动^[1]。早期弹丸的结构特征数通常采用基本单元法通过人工或借助计算机辅助计算得出^[1-2]。随着弹丸结构越来越复杂, 不规则零

部件不断增多, 采用传统弹丸结构特征数的计算方法存在计算量大和精度差等问题^[2], 而通过计算机辅助设计软件可实现对弹丸结构特征数的便捷计算^[1-2]。文献[1]根据 155 mm 口径火炮杀伤爆破弹结构特征数的实测数据, 得到加严控制和不加严控制时弹丸结构特征数服从的分布类型以及质心位置和偏心距变化规律。文献

收稿日期: 2024-10-21; 修回日期: 2024-12-04。

基金项目: 山东省重点研发计划(科技示范工程)课题(2021SFGC0701); 青岛市海洋科技创新专项(22-3-3-hygg-3-hy)。

作者简介: 毕思健(1998-), 男, 硕士研究生。

通讯作者: 王雨时(1962-), 男, 教授, 硕士生导师。

引用格式: 毕思健, 王雨时, 彭启蒙, 等. 大口径火炮榴弹结构特征数分布规律及相关性分析[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(11): 210-218.

[3] 研究了某 82 mm 口径迫击炮杀爆弹结构特征数实测数据的分布特性, 得到弹丸质量、轴向质心位置、极转动惯量、赤道转动惯量和偏心距的分布规律。文献 [4] 基于蒙特卡罗法数值计算了某 76 mm 口径杀爆弹结构特征数, 并利用 1stOpt 软件拟合了弹丸质量、轴向质心位置、极转动惯量、赤道转动惯量、偏心距以及极转动惯量和赤道转动惯量的比值与弹丸动不平衡角的相关系数, 同时给出了相关系数最大的拟合函数公式。本文主要通过 Minitab 统计学软件拟合 155 mm 口径火炮 M107 榴弹、底凹弹、底排弹和复合增程弹结构特征数的最佳分布类型, 并对这 4 种 155 mm 口径火炮弹丸的结构特征数分布特性进行归纳和总结。目前未见国内外有关火炮弹丸通过准确的分布关系来研究各结构特征数之间相关性和拟合关系的文献。

引信弹道炸是极端弹道环境下发生的小概率事件^[5]。引信弹道炸主要与弹丸外弹道绕心运动有关^[6-7], 而绕心运动又与弹丸结构特征数有关。因而研究弹丸结构特征数分布规律并进一步找出其极限值, 对引信弹道炸成因非常重要^[8-9]。此外, 目前通过人工计算或计算机辅助计算得到的弹丸结构特征数都是在名义尺寸或平均尺寸下进行的, 只能得到名义值或近似平均值而无法得到准确的极限值^[3], 而利用弹丸各结构特征数测试结果分布规律可求得其极限值。因此, 研究大口径榴弹各结构特征数间相关性和拟合关系对研究弹丸及其引信外弹道运动规律特别是引信设计和故障分析所必需的外弹道极端环境具有重要意义。

本文主要研究 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数的分布规律以及各结构特征数之间的相关性, 以 155 mm 口径 M107 榴弹、底凹弹、底排弹和复合增程弹为研究对象, 分析各弹丸结构特征数的分布规律, 并进一步分析各结构特征数间的相关性。

1 理论模型

1.1 正态分布

若随机变量 X 服从正态分布, 记作 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则有密度函数^[10]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\mu \in \mathbf{R}, \sigma > 0) \tag{1}$$

式中, μ 为均值, σ 为标准差。

1.2 威布尔 (Weibull) 分布

若随机变量 X 服从威布尔分布, 则其密度函数为^[3,10]:

$$w(x, \alpha, \beta, \delta) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^\alpha\right] & x \geq \delta \\ 0 & x < \delta \end{cases} \tag{2}$$

记为 $X \sim w(\alpha, \beta, \delta)$, 其中 $\delta (\geq 0)$ 为位置参数, $\alpha (> 0)$ 为形状参数, $\beta (> 0)$ 为尺度参数。

威布尔分布主要包括二参数威布尔分布和三参数威布尔分布。当位置参数 $\delta = 0$ 时, 为二参数威布尔分布; 当位置参数 $\delta > 0$ 时, 为三参数威布尔分布^[11-12]。

威布尔分布的累计分布函数^[13]:

$$w(x, \alpha, \beta, \delta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^\alpha\right] \tag{3}$$

特殊地, 当 $\alpha = 2, \delta = 0$ 时, 式 (2) 可化为瑞利 (Rayleigh) 分布。此时密度函数:

$$w(x, 2, \beta, 0) = \begin{cases} \frac{2x}{\beta^2} \exp\left(-\frac{x^2}{\beta^2}\right) & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \tag{4}$$

当形状参数 $\alpha = 1$ 时, 威布尔分布近似于指数分布; 当形状参数 $\alpha = 3 \sim 4$ 时, 威布尔分布近似于正态分布。

1.3 极值分布

若随机变量序列 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 独立同分布于分布函数 $F(x)$, 定义样本极值序列并将其按大小排序 $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$, 则称 $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 和 $X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 分别为样本极小值和样本极大值, 统称为样本极值, 其分布称为极值分布^[14]。极值分布函数可分为 I 型分布 (Gumbel 分布)、II 型分布 (Frechet 分布) 和 III 型分布 (Weibull 分布), 三型分布能统一成广义极值分布 (简称 GEV 分布), 其分布函数为^[15]

$$G(x, \xi, \mu, \sigma) = \exp\left[-\left(1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right] \quad 1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma} > 0 \tag{5}$$

式中, ξ 为形状参数, μ 为位置参数, σ 为尺度参数。当 $\xi > 0$ 时, $G(x, \xi, \mu, \sigma)$ 为 II 型分布; 当 $\xi = 0$ 时, $G(x, \xi, \mu, \sigma)$ 为 I 型分布; 当 $\xi < 0$ 时, $G(x, \xi, \mu, \sigma)$ 为 III 型分布。

极小值序列与极大值序列之间存在一一对应关系。设 $\tilde{G}(z)$ 表示极小值序列的分布函数, $G(z)$ 表示极大值序列的分布函数, 则有^[15]:

$$\tilde{G}(z) = 1 - G(z) \tag{6}$$

极小值序列的分布函数同样称为极值分布函数, 或者称之为逆极值分布函数。

1.4 伽玛 (Gamma) 分布

若连续性随机变量 X 服从参数为 α 和 β 的伽玛分布, 则有密度函数^[10]:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \tag{7}$$

式中, $\alpha > 0$ 且 $\beta > 0$, $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} u^{\alpha-1} e^{-u} du$ 为伽玛函数。

1.5 逻辑斯谛 (Logistic) 分布

若连续型随机变量 X 服从逻辑斯谛分布, 则其概

率密度函数为^[16]：

$$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{\sigma\left[1 + \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^2} \quad -\infty < x < +\infty \quad (8)$$

若连续型随机变量 X 的对数服从逻辑斯谛分布，则该随机变量服从对数逻辑斯谛分布。

对数逻辑斯谛分布概率密度函数为：

$$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)}{\sigma\left[1 + \exp\left(-\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)\right]^2}, x > 0 \quad (9)$$

式中， $-\infty < \mu < +\infty$ 为位置参数， $\sigma > 0$ 为尺度参数。

2 结构特征数分布及拟合优度检验

实测 155 mm 口径火炮 M107 榴弹、底凹弹、底排弹和复合增程弹的弹丸结构特征数各 60 组。其中弹丸长度由电子标尺测量，弹丸质量、轴向质心位置和偏心距由 PGE90 型质量质心测试仪测量，弹丸极转动惯量和赤道转动惯量由 NBC90 型转动惯量测试仪测量，弹

丸动不平衡角由 LCD-801 型静动平衡机测量结果结合 GJB3197-1998《炮弹试验方法》公式计算得到。各弹丸实测样本数据的统计直方图如图 1 所示。图中 A 代表 M107 榴弹，B 代表底凹弹，C 代表底排弹，D 代表复合增程弹。

Minitab 软件提供 14 种分布类型用于寻找数据的最佳分布类型（即个体标识功能），主要包括正态分布、指数分布、威布尔分布、三参数威布尔分布、极值分布、伽玛分布以及逻辑斯谛分布等^[17]。分别拟合 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数的分布类型，同时 Minitab 软件通过拟合优度检验得到的 Anderson-Darling 统计量（简称 AD）和 Probabillit-Value（简称 p 值，表示检验统计量与假设值的差异显著性水平，用以判定假设检验的结果）来确定最佳拟合类型。Anderson-Darling 统计量较低、 p 值较大表示拟合更好。一般默认置信水平为 95%，显著性为 0.05。即 p 值低于 0.05 为不遵循该分布。统计得到的 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数的最佳拟合结果（不遵循 Minitab 软件提供的 14 种分布类型的未列出最佳拟合结果）分别

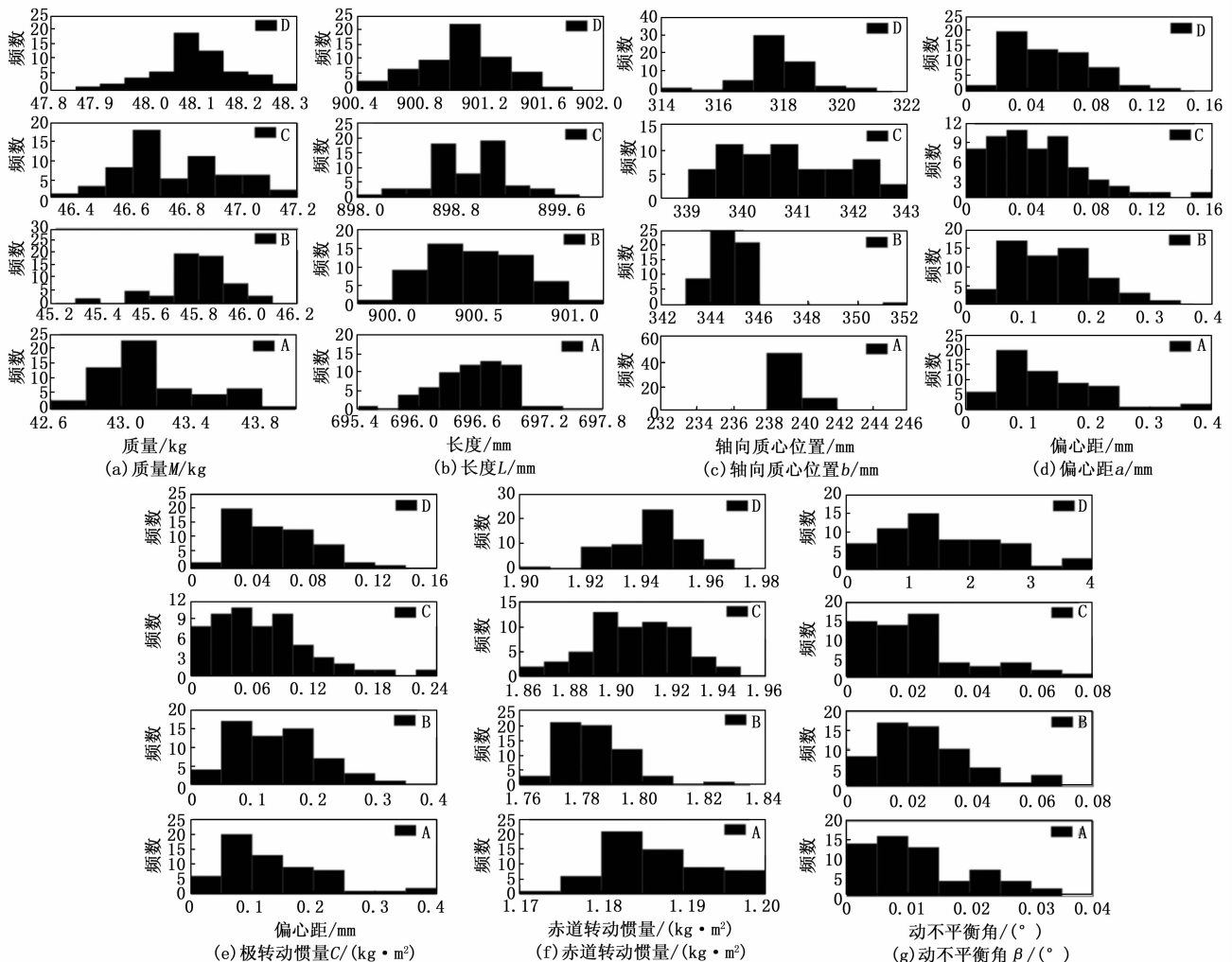


图 1 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数实测数据统计直方图

如表 1 至表 4 所列。弹丸各结构特征数分布概率如图 2 至图 5 所示。

表 1 155 mm 口径火炮 M107 榴弹结构特征数最佳拟合结果			
结构特征数	最佳拟合模型	AD 值	<i>p</i> 值
质量 <i>M</i> /kg	无	—	—
长度 <i>L</i> /mm	无	—	—
轴向质心位置 <i>b</i> /mm	无	—	—
偏心距 <i>a</i> /mm	三参数 Weibull	0.316	>0.500
极转动惯量/(kg·m ²)	最大极值	0.470	0.242
赤道转动惯量 <i>A</i> /(kg·m ²)	三参数 Weibull	0.391	0.385
动不平衡角 <i>β</i> /°	三参数 Weibull	0.430	0.331

表 2 155 mm 口径火炮底凹弹结构特征数最佳拟合结果			
结构特征数	最佳拟合模型	AD 值	<i>p</i> 值
质量 <i>M</i> /kg	Weibull	0.589	0.131
长度 <i>L</i> /mm	正态	0.609	0.108
轴向质心位置 <i>b</i> /mm	无	—	—
偏心距 <i>a</i> /mm	三参数 Weibull	0.316	>0.500
极转动惯量 <i>C</i> /(kg·m ²)	三参数 Weibull	0.434	0.267
赤道转动惯量 <i>A</i> /(kg·m ²)	三参数 Weibull	0.282	>0.500
动不平衡角 <i>β</i> /°	三参数 Weibull	0.282	>0.500

表 3 155 mm 口径火炮底排弹结构特征数最佳拟合结果			
结构特征数	最佳拟合模型	AD 值	<i>p</i> 值
质量 <i>M</i> /kg	最大极值	0.486	0.227
长度 <i>L</i> /mm	Gamma	0.739	0.055
轴向质心位置 <i>b</i> /mm	三参数 Weibull	0.423	0.340
偏心距 <i>a</i> /mm	三参数 Weibull	0.337	>0.500
极转动惯量 <i>C</i> /(kg·m ²)	最大极值	0.339	>0.250
赤道转动惯量 <i>A</i> /(kg·m ²)	三参数 Weibull	0.195	>0.500
动不平衡角 <i>β</i> /°	三参数 Weibull	0.383	0.422

表 4 155 mm 口径火炮复合增程弹结构特征数最佳拟合结果			
结构特征数	最佳拟合模型	AD 值	<i>p</i> 值
质量 <i>M</i> /kg	对数 Logistic	0.426	0.248
长度 <i>L</i> /mm	Gamma	0.576	0.151
轴向质心位置 <i>b</i> /mm	Logistic	0.331	>0.250
偏心距 <i>a</i> /mm	无	—	—
极转动惯量 <i>C</i> /(kg·m ²)	无	—	—
赤道转动惯量 <i>A</i> /(kg·m ²)	Weibull	0.416	>0.250
动不平衡角 <i>β</i> /°	三参数 Weibull	0.214	>0.500

从图 2 至图 5 可看出,绝大多数数据点是沿拟合分布线附近分布的,说明对 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数分布的拟合是可信的。

3 参数估计及相关性分析

3.1 极大似然估计法估计结果

针对第 2 章介绍的 4 种 155 mm 口径火炮弹丸的各结构特征数的分布拟合结果(不遵循 Minitab 软件提供

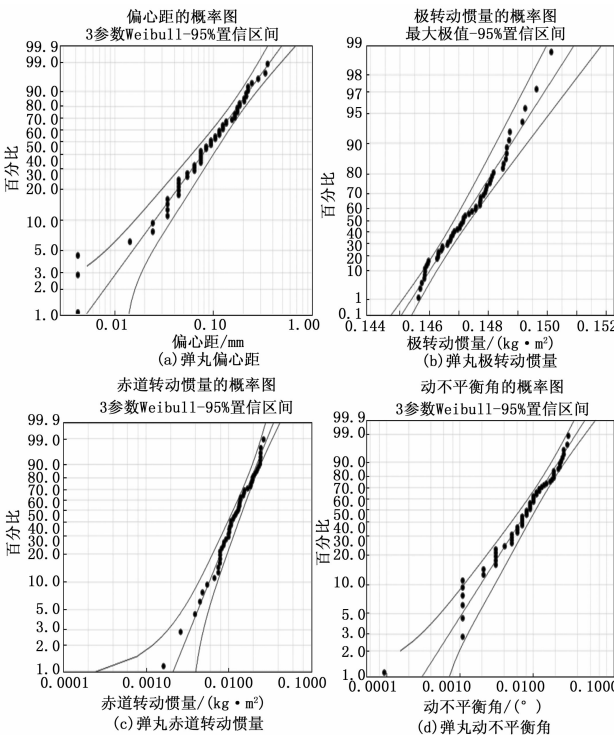


图 2 155 mm 口径火炮 M107 榴弹弹丸结构特征数分布概率图

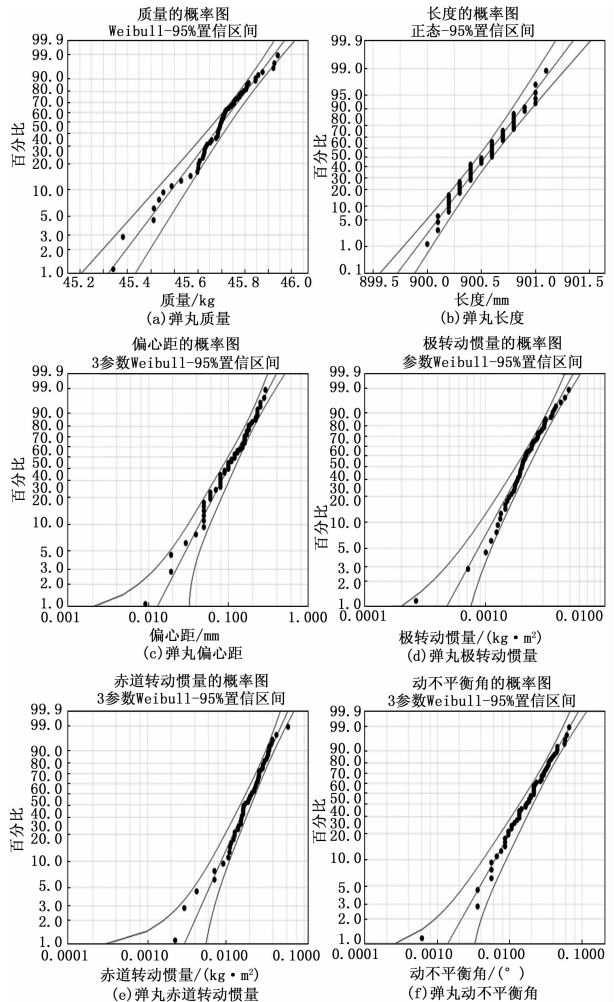


图 3 155 mm 口径火炮底凹弹弹丸结构特征数分布概率图

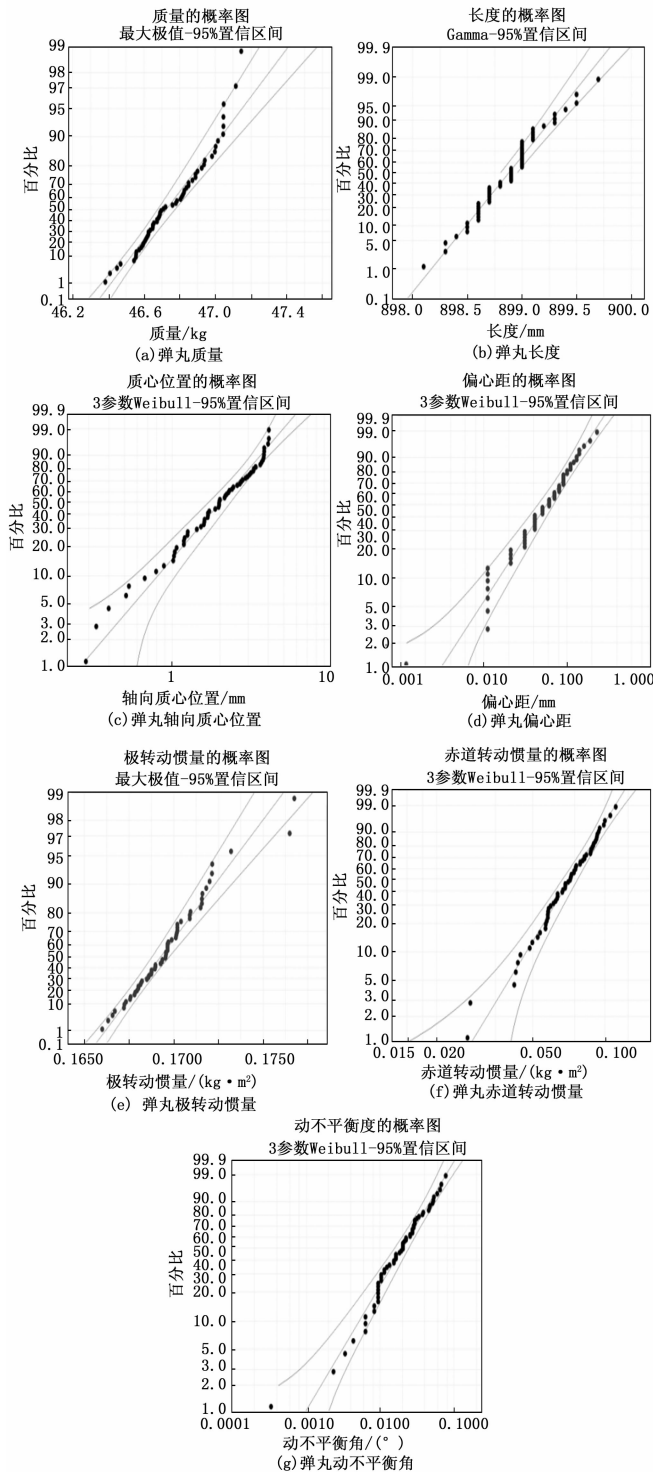


图 4 155 mm 口径火炮底排弹丸结构特征数分布概率图

的 14 种分布类型的结构特征数未列出其极大似然估计值), Minitab 软件根据参数的最佳拟合分布类型, 计算生成分布参数的极大似然估计值如表 5 至表 8 所列。

由表 5~8 给出的结构特征数分布以及参数估计值, 得到其在 5%、1%、5‰和 1‰累积概率下的极限值, 如表 9~12 所列。

表 9~12 中的极限值是指对应累积概率下的极限

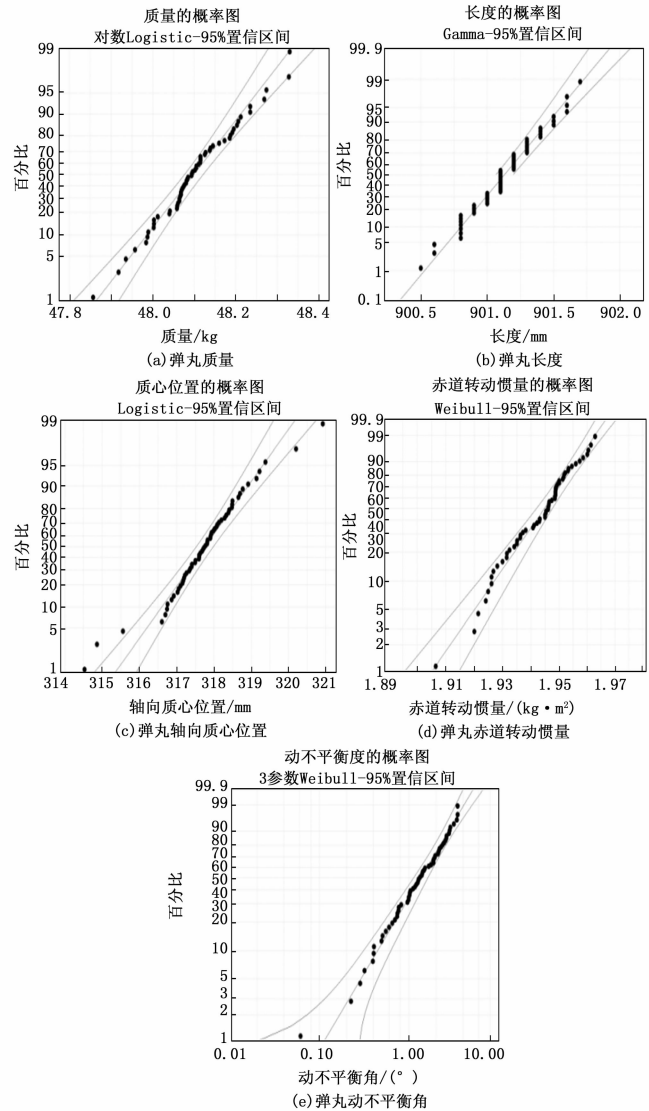


图 5 155 mm 口径火炮复合增程弹丸结构特征数分布概率图

值。例如表 12 中 5% 概率下方的“47.948/48.251”是指 155 mm 口径火炮复合增程弹质量小于 47.948 和大于 48.251 的概率均为 5%。

3.2 简单相关性分析

相关系数 r 介于 $-1 \sim 1$ 之间, 正负表示变量关系方向, 即 $r > 0$ 为正相关、 $r < 0$ 为负相关、 $r = 0$ 为零相关。 r 的绝对值表示两变量之间线性相关的密切程度。线性相关系数 r 分为以下 4 种情况: $|r| \geq 0.8$ 为高度相关; $0.5 \leq |r| < 0.8$ 为中度相关; $0.3 \leq |r| < 0.5$ 为低度相关; $|r| < 0.3$ 为不相关或相关程度极弱。

简单相关性分析有皮尔逊 (Pearson) 乘积矩相关系数、斯皮尔曼 (Spearman) 等级相关或秩相关系数、肯德尔 (Kendall) 相关系数 3 种方法^[18]。其中皮尔逊乘积矩相关系数分析方法可评价两个连续变量间的线性关系, 其相关系数绝对值越大 (即越接近于 1), 变量间的线性关系越强^[19]。当数据中出现极值时会极大改变系

表 5 155 mm 口径火炮 M107 榴弹结构特征数极大似然估计值

参数名称	分布类型	位置参数 $\hat{\delta}$	形状参数 $\hat{\alpha}$	尺度参数 $\hat{\beta}$	阈值
偏心距 a/mm	3 参数 Weibull		1.406 16	0.125 20	0.015 78
极转动惯量 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	最大极值	0.146 76		0.000 9	
赤道转动惯量 $A/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3 参数 Weibull		2.328 88	0.015 32	1.172 87
动不平衡角 $\beta/^\circ$	3 参数 Weibull		1.258 87	0.011 34	0.000 91

表 6 155 mm 口径火炮底凹弹结构特征数极大似然估计值

参数名称	分布类型	位置参数 $\hat{\delta}$	形状参数 $\hat{\alpha}$	尺度参数 $\hat{\beta}$	阈值
质量 M/kg	Weibull		394.174 24	45.848 04	
长度 L/mm	正态	900.533 33		0.266 60	
偏心距 a/mm	3 参数 Weibull		1.884 43	0.141 62	0.010 87
极转动惯量 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3 参数 Weibull		2.704 79	0.002 61	0.160 22
赤道转动惯量 $A/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3 参数 Weibull		2.131 66	0.024 91	1.762 96
动不平衡角 $\beta/^\circ$	3 参数 Weibull		1.568 88	0.026 03	0.001 39

表 7 155 mm 口径火炮底排弹结构特征数极大似然估计值

参数名称	分布类型	位置参数 $\hat{\delta}$	形状参数 $\hat{\alpha}$	尺度参数 $\hat{\beta}$	阈值
质量 M/kg	最大极值	46.663 51		0.163 53	
长度 L/mm	Gamma		194.641 72	0.021 87	894.620 84
轴向质心位置 b/mm	3 参数 Weibull		2.082 04	2.391 35	338.714 30
偏心距 a/mm	3 参数 Weibull		1.424 43	0.073 80	−0.001 17
极转动惯量 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	最大极值	0.168 66		0.001 63	
赤道转动惯量 $A/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3 参数 Weibull		1.422 32	0.078 10	1.836 08
动不平衡角 $\beta/^\circ$	3 参数 Weibull		1.392 55	0.026 12	−0.000 33

表 8 155 mm 口径火炮复合增程弹结构特征数极大似然估计值

参数名称	分布类型	位置参数 $\hat{\delta}$	形状参数 $\hat{\alpha}$	尺度参数 $\hat{\beta}$	阈值
质量 M/kg	对数 Logistic	3.873 26		0.001 07	
长度 L/mm	Gamma		253.035 30	0.016 30	897.001 61
轴向质心位置 b/mm	Logistic	317.755 72		0.527 35	
赤道转动惯量 $A/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	Weibull		204.490 94	1.948 30	
动不平衡角 $\beta/^\circ$	3 参数 Weibull		1.694 16	1.672 28	0.088 83

表 9 155 mm 口径火炮 M107 榴弹结构特征数在不同累积概率下的极限值

结构特征数	实测范围	5% 概率	1% 概率	5% 概率	1% 概率
偏心距 a/mm	0.02~0.37	0.031/0.289	0.021/0.387	0.019/0.426	0.017/0.511
极转动惯量 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.145 63~0.150 14	0.146/0.149	0.145/0.151	0.145/0.152	0.145/0.153
赤道转动惯量 $A/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.174 5~1.199 5	1.177/1.197	1.175/1.202	1.174/1.204	1.174/1.208
动不平衡角 $\beta/^\circ$	0.001~0.031	0.002/0.028	0.001/0.039	0.001/0.044	0.001/0.054

表 10 155 mm 口径火炮底凹弹结构特征数在不同累积概率下的极限值

结构特征数	实测范围	5% 概率	1% 概率	5% 概率	1% 概率
质量 M/kg	45.341~46.041	45.504/45.976	45.316/46.026	45.236/46.042	45.052/46.073
长度 L/mm	900.0~901.1	900.10/900.97	899.91/901.15	899.85/901.22	899.71/901.36
偏心距 a/mm	0.02~0.30	0.040/0.264	0.023/0.329	0.019/0.354	0.014/0.406
极转动惯量 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.160 48~0.165 15	0.161/0.164	0.161/0.165	0.161/0.165	0.160/0.165
赤道转动惯量 $A/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.7652 ~1.825 3	1.769/1.805	1.766/1.814	1.765/1.817	1.764/1.825
动不平衡角 $\beta/^\circ$	0.002~0.068	0.005/0.054	0.003/0.070	0.002/0.077	0.002/0.091

表 11 155 mm 口径火炮底排弹结构特征数在不同累积概率下的极限值

结构特征数	实测范围	5%概率	1%概率	5‰概率	1‰概率
质量 M/kg	46.382~47.146	46.484/47.149	46.414/47.416	46.391/47.530	46.348/47.793
长度 L/mm	898.1~899.7	898.39/899.39	898.20/899.62	898.13/899.71	898.00/899.88
轴向质心位置 b/mm	339.002~342.746	339.29/342.77	338.98/343.69	338.90/344.04	338.80/344.77
偏心距 a/mm	0~0.23	0.008/0.158	0.002/0.214	0.000 6/0.237	0/0.285
极转动惯量 $C/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.166~0.176 75	0.167/0.174	0.166/0.176	0.166/0.177	0.166/0.180
赤道转动惯量 $A/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1.862 9~1.946 9	1.846/2.005	1.839/2.065	1.838/2.088	1.837/2.140
动不平衡角 $\beta/^\circ$	0~0.077	0.003/0.057	0.000 6/0.078	0.000 3/0.086	0/0.104

表 12 155 mm 口径火炮复合增程弹结构特征数在不同累积概率下的极限值

结构特征数	实测范围	5%概率	1%概率	5‰概率	1‰概率
质量 M/kg	47.857~48.33	47.948/48.251	47.863/48.336	47.827/48.372	47.745/48.456
长度 L/mm	900.5~901.7	900.71/901.56	900.55/901.75	900.49/901.83	900.37/901.97
轴向质心位置 b/mm	314.532~320.916	316.20/319.31	315.33/320.18	314.96/320.55	314.11/321.40
赤道转动惯量 $A/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1.906 5~1.962 9	1.920/1.959	1.905/1.963	1.898/1.964	1.884/1.967
动不平衡角 $\beta/^\circ$	0.15~3.583	0.379/3.285	0.200/4.208	0.162/4.563	0.117/5.322

统值，因而需删除异常数据。斯皮尔曼等级相关系数分析方法常用于评价两个连续变量或有序变量之间的单调关系^[13]；肯德尔相关系数分析方法适用于两个变量均为离散变量且存在相关性，可度量两个有序变量的单调强弱关系。

皮尔逊相关系数 ρ_{xy} 可表示为^[20]：

$$\rho_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (10)$$

式中， X_i 和 Y_i 分别为两组变量的数据值， \bar{X} 和 \bar{Y} 为两组变量的均值， n 为数对个数。

斯皮尔曼等级相关系数 r_s 可表示为^[13,20]：

$$r_s = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad (11)$$

式中， d_i 是 x_i 的秩与 y_i 的秩之差， n 为数对个数。

肯德尔相关系数 τ 可表示为^[21]：

$$\tau = \frac{c - d}{n(n - 1)/2} \quad (12)$$

式中， c 为一致元素对的个数， d 为不一致元素对的个数， n 为集合中元素的个数。

应用皮尔逊乘积矩相关系数分析方法的前提是两个变量必须是数值变量且服从（或近似服从）正态分布。当一个或者两个变量都为定序变量或两个变量都为数值变量但不满足正态性假定时，宜选用斯皮尔曼等级相关系数分析方法。由第 2 章可知，4 种 155 mm 口径火炮弹丸的大多数结构特征数最佳拟合分布类型不为正态分布，并且实测弹丸结构特征数的随机性较大，因此，选用斯皮尔曼等级相关系数分析方法来分析 4 种 155 mm 口径火炮弹丸各结构特征数间的线性相关性。利用 Matlab 软件绘制得到 4 种 155 mm 口径火炮弹丸各结构

特征数的斯皮尔曼相关性热图如图 6 所示。

根据图 6 中斯皮尔曼相关系数，统计得到 155 mm 口径火炮 M107 榴弹极转动惯量和赤道转动惯量与质量呈中度正相关，赤道转动惯量与轴向质心位置和极转动惯量呈低度正相关，动不平衡角与偏心距呈低度正相关；155 mm 口径火炮底凹弹极转动惯量与质量和轴向质心位置呈低度正相关，赤道转动惯量分别与轴向质心位置和极转动惯量呈高度正相关和低度正相关，动不平衡角与偏心距呈中度正相关；155 mm 口径火炮底排弹轴向质心位置、极转动惯量和赤道转动惯量分别与质量呈低度正相关，极转动惯量和赤道转动惯量分别与轴向质心位置呈中度正相关，动不平衡角与偏心距呈中度正相关；155 mm 口径火炮复合增程弹轴向质心位置和赤道转动惯量分别与质量呈中度正相关，赤道转动惯量与轴向质心位置呈高度正相关，赤道转动惯量与极转动惯量呈低度正相关。

由图 6 及各弹丸相关性分析可知，除底凹弹外，其余弹丸赤道转动惯量与质量均存在一定程度的线性相关性，其中 M107 榴弹和复合增程弹赤道转动惯量与质量呈中度正相关，底排弹赤道转动惯量与质量呈低度正相关；各弹丸长度与其它结构特征数之间均无显著线性相关性；4 种弹丸赤道转动惯量与轴向质心位置均存在一定程度的线性相关性，其中 M107 榴弹赤道转动惯量与轴向质心位置呈低度正相关，底凹弹和复合增程弹赤道转动惯量与轴向质心位置均呈高度正相关，底排弹赤道转动惯量与轴向质心位置呈中度正相关；除复合增程弹动不平衡角与偏心距无相关性外，M107 榴弹动不平衡角与偏心距呈低度相关性，底凹弹和底排弹动不平衡角与偏心距均呈中度相关性；除底排弹赤道转动惯量与极转动惯量呈中度相关外，其余弹丸赤道转动惯量与极转

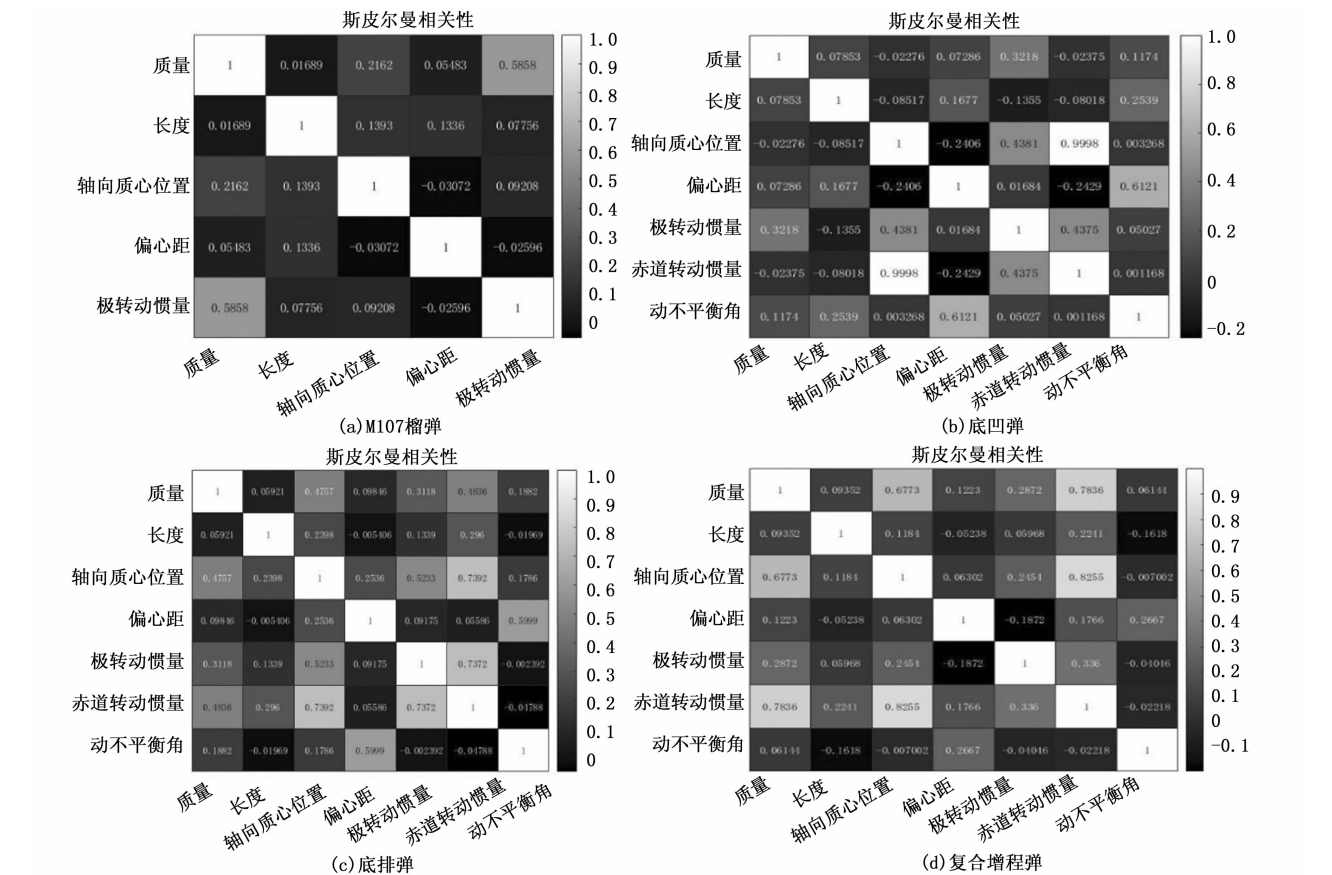


图 6 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数的斯皮尔曼相关性热图

动惯量均呈低度相关;各弹丸动不平衡角与赤道转动惯量间均无显著线性相关性。

3.3 非线性相关性分析及拟合

利用 1stOpt 软件对 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数进行非线性相关性分析,拟合函数过程采用麦夸特 (Levenberg—Marquardt) 算法和标准 LM+通用全局优化法^[22]。文献 [4] 将非线性相关程度分为 5 类,即 0.8~1.0 为极强相关,0.6~0.8 为强相关,0.4~0.6 为中等相关,0.2~0.4 为弱相关,0~0.2 为无相关。各弹丸结构特征数拟合得到的非线性相关系数如表 13 所列。

表 13 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数非线性相关系数

结构特征数	M107 榴弹	底凹弹	底排弹	复合增程弹
$M \propto L$	0.250	0.340	0.436	0.338
$M \propto a$	0.405	0.349	0.253	0.205
$L \propto b$	0.434	0.343	0.341	0.225
$C \propto M$	0.580	0.464	0.381	0.378
$C \propto a$	0.384	0.340	0.376	0.351
$A \propto M$	0.851	0.255	0.555	0.801
$A \propto L^2/3 + 155^2$	0.304	0.312	0.455	0.353
$A \propto b$	0.443	0.991	0.706	0.839
$A \propto a$	0.323	0.547	0.277	0.279
$\beta \propto a$	0.668	0.700	0.684	0.501
$\beta \propto C$	0.393	0.241	0.362	0.328

由表 13 可知,4 种 155 mm 口径火炮弹丸自身部分结构特征数之间存在较强的非线性关系,其中 M107 榴弹赤道转动惯量与质量以及动不平衡角与偏心距存在较强的相关性;底凹弹和底排弹赤道转动惯量与轴向质心位置以及动不平衡角与偏心距都存在较强的相关性;复合增程弹赤道转动惯量与质量以及赤道转动惯量与轴向质心位置也具有较强相关性。

对表 13 中具有强相关和极强相关的两参数(即相关系数在 0.6 以上)进行拟合,拟合结果如表 14 所列。表 14 中拟合函数及其变量的计量单位与表 1 至表 8 相同。

4 结束语

本文依据 155 mm 口径火炮 M107 榴弹、底凹弹、底排弹和复合增程弹结构特征数实测数据,利用 Minitab 软件得到 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数的分布类型,并对其进行了拟合优度检验。通过结构特征数实测数据的分布模型进行参数估计,并据此得到了 4 种榴弹各结构特征数在不同累积概率(5%、1%、5‰和 1‰)下的极限值,最后进一步研究了弹丸各结构特征数间相关性。研究结果表明:

1) 155 mm 口径火炮 M107 榴弹、底凹弹、底排弹和复合增程弹绝大多数结构特征数的最佳拟合结果不为正态分布,其中 3 种的多数结构特征数为 3 参数 Weibull

表 14 4 种 155 mm 口径火炮弹丸结构特征数拟合函数

弹种	参数	相关程度	拟合函数
M107 榴弹	$A \propto M$	极强	$A = 936.179 - 7.520M^2 + 1.830M^{2.5} - 0.116M^6$
M107 榴弹	$\beta \propto a$	强	$\beta = \frac{1}{142.757 - 3\ 234.084a^2 + 6\ 717.122a^3}$
底凹弹	$A \propto b$	极强	$A = 22\ 008.908 - 158.875b + 0.039b^{2.5} - 0.001b^3$
底凹弹	$\beta \propto a$	强	$\beta = 0.048 - 0.031\exp(-75\ 939.233a^{7.011})$
底排弹	$A \propto b$	强	$A = 0.022\cos(0.710b + 14.237) + 1.902$
底排弹	$\beta \propto a$	强	$\beta = \frac{1}{89.537 - 770.996a + 2017.149a^2}$
复合增程弹	$A \propto M$	极强	$A = 2.060\exp\left(-\frac{0.067}{M - 46.953}\right)$
复合增程弹	$A \propto b$	强	$A = 1.938 + 0.019\cos(0.904b - 74.835)$

分布。

2) 4 种 155 mm 口径火炮弹丸赤道转动惯量与轴向质心位置均存在一定程度的线性相关性, 其中 M107 榴弹赤道转动惯量与轴向质心位置呈低度正相关性, 底凹弹和复合增程弹赤道转动惯量与轴向质心位置呈高度正相关性, 底排弹赤道转动惯量与轴向质心位置呈中度正相关性。此外, 除 M107 榴弹赤道转动惯量与轴向质心位置呈中等非线性相关外, 其余各弹丸赤道转动惯量与轴向质心位置呈强或极强的非线性相关性。因此, 当无法或难以测量弹丸赤道转动惯量及其极限值时, 可通过弹丸轴向质心位置进行预估。

3) 除复合增程弹动不平衡角与偏心距无相关性外, 其余各弹丸动不平衡角均与偏心距存在低度或中度线性正相关性以及中等程度或强的非线性相关性。当无法或难以测量弹丸动不平衡角及其极限值时, 可通过弹丸偏心距进行预估。

参考文献:

[1] 王晓鹏, 王雨时, 卢凤生, 等. 155 mm 口径火炮榴弹结构特征数分布特性研究 [J]. 探测与控制学报, 2015 (5): 66-72.

[2] 张元军. 弹丸结构特征数的计算方法 [J]. 四川兵工学报, 2008, 29 (4): 47-48, 56.

[3] 王晓鹏, 王雨时, 闻 泉, 等. 某 82 mm 口径迫弹力学参数分布特性研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2014, 34 (4): 73-77.

[4] 霍丽宁. 线膛火炮引信弹道炸问题研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2020.

[5] 霍丽宁, 王雨时. 用故障树分析法估计引信弹道炸概率 [J]. 探测与控制学报, 2020, 42 (6): 13-20.

[6] 董盛鹏, 王雨时, 闻 泉, 等. 存在动不平衡的旋转弹丸外弹道绕质心运动过程中引信惯性力分析 [J]. 兵工学报, 2017, 38 (6): 1082-1089.

[7] 王晓鹏, 王雨时, 闻 泉, 等. 非旋转弹外弹道绕质心运动引信受力分析 [J]. 兵工学报, 2015, 36 (1): 53-57.

[8] TRZUN Z, VRDOLJAK M, CAJNER H. Statistical analysis of missile's trajectory deviation due to production errors [J]. PAMM, 2021, 20 (1): 1-2.

[9] ZHENG D, WANG P, ZHANG N, et al. The influence of projectile structural parameters on the dynamic characteristics within the bore [C] // 2023 9th International Conference on Mechanical and Electronics Engineering (ICMEE), IEEE, 2023: 351-355.

[10] 陈家鼎, 郑忠国. 概率与统计 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2007.

[11] 凌 丹. 威布尔分布模型及其在机械可靠性中的应用研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2010.

[12] 张晓彤. 基于威布尔分布的涡扇发动机寿命预测研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.

[13] WALPOL R E, MYERS R H, MYERS S L, et al. 理工科概率统计 [M]. 周勇, 马昀蓓, 谢尚宇等, 译. 北京: 机械工业出版社, 2009.

[14] 秦伟良, 秦 莉, 达庆利. 基于正则逆 Gamma 分布和广义极值分布的 VaR 计算 [J]. 数理统计与管理, 2008, 27 (2): 250-256.

[15] 赵宜宾, 王福昌, 任晴晴, 等. 基于广义极值分布的巴颜喀拉块体中部地震危险性分析 [J]. 世界地震工程, 2023, 39 (1): 209-217.

[16] 李夫明, 陈 波. 基于 logistic 分布的在险价值计算方法 [J]. 山东理工大学学报 (自然科学版), 2008, 22 (6): 57-60.

[17] 杨修军, 王雨时, 闻 泉, 等. 引信保险球质量和直径分布特性 [J]. 兵器装备工程学报, 2021, 42 (11): 90-95.

[18] 汪 灏, 陈 卓, 杜璞玉, 等. 运载火箭测试数据分析与故障诊断方法 [J]. 计算机测量与控制, 2024, 32 (6): 14-19.

[19] 钟 杰, 罗 冲, 张 恒, 等. 基于相关性参数选择的飞行数据异常检测 [J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50 (5): 1738-1745.

[20] 张少杰, 荣海军, 杨朝旭, 等. 存在证据冲突的临近空间飞行器遥测数据相关性评价与融合方法 [J]. 西安交通大学学报, 2023, 57 (11): 100-109.

[21] 李世宽. 基于 Kendall 秩相关系数的沙漠地震噪声性质研究及应用 [D]. 吉林: 吉林大学, 2020.

[22] 王 朋, 王雨时, 闻 泉. 弹丸最大射程落点诸元与弹道系数和初速关系经验公式 [J]. 探测与控制学报, 2020, 42 (5): 76-83.