

# 基于仿生偏振光的定向方法及其 误差补偿方法

刘昊, 叶红军, 刘鹏飞, 刘晓健, 刘鹏娇

(中国电子科技集团公司 第54研究所, 石家庄 050081)

**摘要:** 为了应对复杂环境下载体的自主定向需求, 提出了一种基于仿生偏振光的定向方法; 首先通过理论推导得出偏振度与偏振角的几何关系; 其次对航向角计算算法进行改进, 通过偏振光传感器输出的偏振信息以及太阳方位角、高度角, 高精度求解出载体的航向角; 然后对偏振光角度测量模型误差及误差补偿进行理论与仿真分析; 仿真结果表明, 在不考虑随机噪声的情况下, 经过误差补偿, 偏振角的最大误差从原来的  $0.426^{\circ}$  降低到  $0.173^{\circ}$ ; 而在考虑随机噪声的情况下, 偏振角的最大误差经过补偿后从  $0.410^{\circ}$  降至  $0.186^{\circ}$ ; 最后, 通过实际车载实验得出航向角, 进一步验证方法的可行性。

**关键词:** 仿生偏振光; 定向; 复杂环境; 偏振角; 航向角

## Orientation and Its Error Compensation Methods Based on Bionic Polarized Light

LIU Hao, YE Hongjun, LIU Pengfei, LIU Xiaojian, LIU Pengjiao

(The 54th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

**Abstract:** In order to cope with the demand for autonomous orientation of carriers in complex environments, an orientation method based on bionic polarized light is proposed. Firstly, the geometric relationship between polarization degree and polarization angle is derived through theoretical derivation; Secondly, the heading angle calculation algorithm is improved, and the high-precision solution of the carrier's heading angle is obtained through by the polarization information, solar azimuth angle, and elevation angle output by the polarized light sensor; Then, theoretical and simulation analysis is conducted on the measurement model error and error compensation of the polarized light angle. The simulation results show that, without considering random noise, the maximum error of the polarization angle is reduced from the original  $0.426^{\circ}$  to  $0.173^{\circ}$  after error compensation; Under the consideration of random noise, the maximum error of the polarization angle is reduced from  $0.410^{\circ}$  to  $0.186^{\circ}$  after err compensation. Finally, the heading angle is derived from actual on-board experiments to further verify the feasibility of the method.

**Keywords:** bionic polarized light; orientation; complex environment; polarization angle; heading angle

## 0 引言

惯性导航<sup>[1]</sup> (INS, inerial navigation system) 是现代导航技术中的一种重要方式, 它的优势在于在强电磁干扰下抗干扰的能力强、导航输出的信息完全并且它的实时性比较强, 基于这一优势它被广泛应用于各类军用

民用载体。虽然有这么多的优点, 但是它的定位误差会随着时间的积累逐渐增大, 无法单独适应大部分的导航场景。因此, 基于惯性导航/卫星导航的组合导航系统受到人们的青睐。但是同样的卫星导航也有其致命的缺陷——卫星导航信号很弱, 极易受到压制和欺骗, 使得其无法正常工作<sup>[2-5]</sup>。这无疑给各类载体的长时间自主

收稿日期:2024-10-16; 修回日期:2024-11-13。

基金项目:河北省科技厅2022年度重大科技成果转化专项(2010201)。

作者简介:刘昊(1999-),男,硕士研究生。

通讯作者:叶红军(1983-),男,研究员,硕士生导师。

引用格式:刘昊,叶红军,刘鹏飞,等. 基于仿生偏振光的定向方法及其误差补偿方法[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(1): 242-251, 260.

导航带来巨大挑战。

为了探索自主导航新方法, 研究人员对大自然中的各类生物进行了系统研究, 发现部分昆虫可以利用自然光通过大气时产生的偏振信息进行路径规划。因此, 研究偏振光的仿生定向方法成为了当前导航领域的研究热点。文献 [10] 证明了倾斜姿态下, 航向角与偏振角间的对应关系; 文献 [11] 为了提高标定的解算精度, 提出了一种新型的基于最小二乘法的标定算法; 文献 [12] 建立了基于瑞利散射模型的天空偏振模式, 提出了一种基于阵列式偏振光罗盘的定向算法, 解决了复杂环境下的偏振光定向问题; 文献 [16] 针对复杂大气环境提出了基于多通道偏振光检测的太阳矢量估计算法, 使得太阳位置估计更加稳定、理想; 文献 [17] 分析了生物的偏振敏感生理结构, 实现了一种仿生偏振光定向传感器, 设计了用于补偿的硬件电路; 文献 [18] 提出了一种基于偏振光和惯导的自定位方法, 虽然定位精度有待提高, 但能获取相对可靠的位置信息, 经纬度误差均值分别为  $-0.149^\circ$  和  $0.418^\circ$ ; 文献 [14, 19, 22] 对昆虫光学导航机理进行了介绍, 对偏振光定向的发展趋势进行了探讨, 为偏振光定向技术的发展提供参考; 文献 [20] 指详细阐述了光学前端接收结构信号调理及主控硬件电路等功能模块设计, 设计了仿生偏振光系统, 结果表明该系统偏振角平均误差小于  $0.5^\circ$ ; 文献 [21] 提出了一种以太阳方向矢量为基准的偏振光导航方法, 该方法利用太阳方向矢量物理意义明确的特点, 消除了直接利用偏振光进行导航定向时存在的  $180^\circ$  模糊性问题;

有效获取偏振光传感器的定向信息是实现偏振光导航的基础。针对偏振光定向误差因素较多的问题, 本文改进了推导航向角的计算算法, 并建立了偏振光角量测模型, 从随机噪声、系统噪声等各个方面进行偏振角的误差补偿, 最终得到载体的航向角信息, 实现载体定向。

## 1 偏振角计算方法

### 1.1 偏振角与偏振度的关系

本文采用的偏振光传感器具有两个相互对立的偏振单元, 它们是仿照昆虫复眼里的偏振神经元设计的。通过这两个偏振对立单元获取大气偏振模式中的夹角信息, 便可求解出载体所在位置的偏振信息, 两个偏振对立单元 a、b 的输出可以通过以下公式表示<sup>[23]</sup>:

$$\begin{aligned} p_1(\varphi) &= \log_{10} \left( \frac{1 + d\cos(2\varphi - 2\beta_1)}{1 - d\cos(2\varphi - 2\beta_1)} \right) \\ p_2(\varphi) &= \log_{10} \left( \frac{1 + d\cos(2\varphi - 2\beta_2)}{1 - d\cos(2\varphi - 2\beta_2)} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $p_1(\varphi)$  表示偏振对立单元 a 在安装方向  $\beta_1$  下对应的输出,  $p_2(\varphi)$  表示偏振对立单元 b 在另一安装方

向  $\beta_2$  下对应的输出。

为了简便上述运算, 定义:

$$\bar{p}(\varphi) = \frac{1}{1 + 10^{p(\varphi)}} \quad (2)$$

则式 (1) 变为:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_1(\varphi) &= 1 - 2\bar{p}_1(\varphi) = d\cos(2\varphi - 2\beta_1) \\ \tilde{p}_2(\varphi) &= 1 - 2\bar{p}_2(\varphi) = d\cos(2\varphi - 2\beta_2) \end{aligned} \quad (3)$$

其中:  $\tilde{p}(\varphi)$  为偏振对立单元的测量输出, 展开上式中的三角函数, 并令  $U = d\sin 2\varphi, Q = d\cos 2\varphi$  得到:

$$\begin{aligned} Q\cos(2\beta_1) + U\sin(2\beta_1) &= \tilde{p}_1(\varphi) \\ Q\cos(2\beta_2) + U\sin(2\beta_2) &= \tilde{p}_2(\varphi) \end{aligned} \quad (4)$$

求解方程组可得:

$$\begin{aligned} Q &= a_1\tilde{p}_1(\varphi) + a_2\tilde{p}_2(\varphi) \\ U &= a_3\tilde{p}_1(\varphi) + a_4\tilde{p}_2(\varphi) \end{aligned} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{\sin(2\beta_2)}{\sin(2\beta_1 - 2\beta_2)} & a_2 &= \frac{\sin(2\beta_1)}{\sin(2\beta_1 - 2\beta_2)} \\ a_3 &= \frac{\cos(2\beta_2)}{\sin(2\beta_1 - 2\beta_2)} & a_4 &= -\frac{\cos(2\beta_1)}{\sin(2\beta_1 - 2\beta_2)} \end{aligned}$$

则可求得偏振度与偏振角:

$$d = \sqrt{Q^2 + U^2} \quad (6)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{U}{Q} \quad (7)$$

方程 (7) 两边进行运算可以得到:

$$\delta\varphi = \frac{-U}{2(Q^2 + U^2)} \delta Q + \frac{Q}{2(Q^2 + U^2)} \delta U \quad (8)$$

将  $U = d\sin 2\varphi, Q = d\cos 2\varphi$ , 式 (6) 和 (7) 和 (8) 中, 可以得到:

$$\delta\varphi = \frac{\cos(2\beta_2 - 2\varphi)}{2d\sin(2\beta_1 - 2\beta_2)} \delta\tilde{p}_1 + \frac{-\cos(2\beta_1 - 2\varphi)}{2d\sin(2\beta_1 - 2\beta_2)} \delta\tilde{p}_2 \quad (9)$$

由上述公式可以看出, 当输入某一偏振角  $d$  时, 系数  $\delta$  与偏振度  $\varphi$  呈现负相关。因此, 偏振度的测量精度会直接关系偏振角的测量精度, 在偏振度的实地测量和后续运算过程中不容大意。

### 1.2 最小二乘法求解偏振角

偏振对立单元的输出可以通过以下公式表示:

$$p_i(\varphi) = \log_{10} \left( \frac{1 + d\cos\left(2\varphi - \frac{2\pi}{3}(i-1)\right)}{1 - d\cos\left(2\varphi - \frac{2\pi}{3}(i-1)\right)} \right) \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

利用前面得出的结论, 由公式 (1)、公式 (4) 可得:

$$Q\cos(2\beta_i) + U\sin(2\beta_i) = \tilde{p}_i(\varphi) \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

其中:  $\beta_1 = 0^\circ, \beta_2 = 60^\circ, \beta_3 = 120^\circ$ 。更进一步的, 将公式 (11) 写成矩阵形式可得:



$$a_p^m = [\cos\varphi \quad \sin\varphi \quad 0]^T \quad (23)$$

偏振光传感器的视线方向在  $m$  系中的表示为:

$$a_i^m = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (24)$$

根据一阶 Rayleigh 散射模型, 入射偏振光最大 E-矢量方向垂直于由观察者、观测点及太阳所构成的散射平面。从而有:

$$a_p^m = ka_i^m \times a_s^m \quad (25)$$

式中, 太阳方向在  $m$  系中的单位矢量为  $a_s^m$ ,  $k$  为一个常数。将式 (21) ~ (24) 代入式 (25) 中, 可化简为:

$$\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = \frac{\sin\gamma\sin\theta\cos(\psi + \alpha_s)}{\cos\theta\cos(\psi + \alpha_s) + \sin\theta\tanh_s} - \frac{\cos\gamma\sin(\psi + \alpha_s) + \sin\gamma\cos\theta\tanh_s}{\cos\theta\cos(\psi + \alpha_s) + \sin\theta\tanh_s} \quad (26)$$

求解上式, 可得:

$$\psi = \arcsin\left(\frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - D - A, \quad \text{或}$$

$$\psi = \pi - \arcsin\left(\frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - D - A, \quad (27)$$

其中:

$$A = \cot\varphi\cos\theta - \sin\gamma\sin\theta$$

$$B = \cos\gamma$$

$$C = (\cot\varphi\sin\theta + \sin\gamma\cos\theta)\tanh_s$$

$$D = \arctan 2(A, B)$$

根据其他导航方式 (如惯导) 提供水平姿态角, 通过求解方程式 (27) 计算得到。从上述基于仿生偏振光的定向原理中不难看出, 实现偏振光定向必须准确求偏振角。

在实际的应用中, 偏振光传感器往往会和载体固定在一起安装。如果在静态的环境下, 载体的水平角的估计精度还是很高的。然而, 偏振光传感器不会始终保持水平。下面将分别讨论在载体水平、倾斜条件下, 根据偏振角来求解载体航向角的计算方法<sup>[10]</sup>。

1) 当  $\gamma = \theta = 0^\circ$  时, 由式 (24) 得:

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha_s \\ -\sin\alpha_s \\ -\tanh_s \end{bmatrix} \cosh_s \quad (28)$$

为使上述等式中两端的模相等, 取  $k = \pm \frac{1}{\cosh_s}$ ,

可得:

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} -\sin(\psi + \alpha_s) \\ \cos(\psi + \alpha_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

进一步得到:

$$\psi = -(\alpha_s - \varphi - 90^\circ) \quad \text{或者} \quad \psi = -(\alpha_s - \varphi + 90^\circ) \quad (30)$$

2)  $\gamma = 0^\circ$  或  $\theta = 0^\circ$  时, 当  $\gamma = 0^\circ$ , 由式 (24) 得:

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} -\sin(\psi + \alpha_s) \\ \cos\theta\cos(\psi + \alpha_s) + \sin\theta\tanh_s \\ 0 \end{bmatrix} \cosh_s \quad (31)$$

进一步得到:

$$\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = \frac{-\sin(\psi + \alpha_s)}{\cos\theta\cos(\psi + \alpha_s) + \sin\theta\tanh_s} \quad (32)$$

同理, 当  $\theta = 0^\circ$  时有:

$$\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = \frac{\sin(\psi + \alpha_s)\cos r\cosh_s + \sin r\sinh_s}{-\cos(\psi + \alpha_s)\cosh_s} \quad (33)$$

根据上式即可求解出航向角  $\psi$ 。

3) 当  $\gamma \neq 0^\circ$  且  $\theta \neq 0^\circ$ , 由式 (24) 整理得到:

$$\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = \frac{\sin r\sin\theta\cos(\psi + \alpha_s)}{\cos\theta\cos(\psi + \alpha_s) + \sin\theta\tanh_s} - \frac{\cos r\sin(\psi + \alpha_s) + \sin r\cos\theta\tanh_s}{\cos\theta\cos(\psi + \alpha_s) + \sin\theta\tanh_s} \quad (34)$$

式 (34) 在特殊情况下就会退化为前面的几种结果。令:

$$A = \cot\varphi\cos\theta - \sin\gamma\sin\theta$$

$$B = \cos\gamma$$

$$C = (\cot\varphi\sin\theta + \sin\gamma\cos\theta)\tanh_s$$

可以得到:

$$\sin(\psi + \alpha_s + D) = \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (36)$$

式中,  $D = \arctan \frac{A}{B}$ 。

求解式 (36) 可得:

$$\psi_1 = \arcsin\left(\frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - D - \alpha_s \quad \text{或者}$$

$$\psi_2 = \pi - \arcsin\left(\frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - D - \alpha_s \quad (37)$$

由上面的讨论, 我们得到了根据偏振角求解航向角的计算方法。当两个水平角均为  $0^\circ$  时, 两个航向角,  $\psi_1$  与  $\psi_2$  相差  $180^\circ$ ; 当两个水平角不为  $0^\circ$ , 这个模糊度则无法求解; 当两个水平角均为  $5^\circ$  以下时, 两个航向角的差值大约为  $180^\circ$ 。

### 3 偏振光定向的误差分析及补偿方法

#### 3.1 偏振光角量测模型

研究发现, 偏振光定向的主要误差来源为偏振角测量误差。为了解析得到偏振光中的方位信息, 人们提出了两种偏振光角量测模型。第一种模型是基于仿生学理论得到的, 它具有 6 个偏振对立单元, 并利用对数运算将偏振对立单元两两联系起来, 使其结构与蟋蟀等的偏振敏感部位相近; 另外一种模型是基于数学解析的方法, 因为利用偏振对立单元建立数学方程时, 只具有 3 个未知量, 所以利用 3 个偏振对立单元就可以解算出偏振光中所携带的方位信息 (最大偏振方向)。相对于第二种解析模型而言, 第一种模型虽然更符合仿生的角

度,但是其中含有过多的冗余信息未曾利用,而且对数运算使得该模型的误差难以正体标定,多出的 3 个偏振对立单元及对数放大器也使得其小型化程度及制作工艺较第二种模型困难,因此利用第二种解析模型设计了偏振光传感器,并进行了误差分析及补偿。

偏振光传感器的示意图如图 2 所示。该传感器的主体部分为 3 个偏振对立单元,其中每个偏振对立单元是由线偏振光片、蓝光滤光片和光敏感传感器构成的。其中传感器坐标系 ( $m$  系) 的  $XOY$  平面与安装平面平行,  $Z$  轴指向观测方向。这三块线偏振光片的透过轴与基准方向的夹角分别为  $0^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $120^\circ$  [15]。通过将这 3 个偏振对立单元的输出代入偏振光角度测量模型进行角度计算,可以获得偏振光中所包含的方向信息。

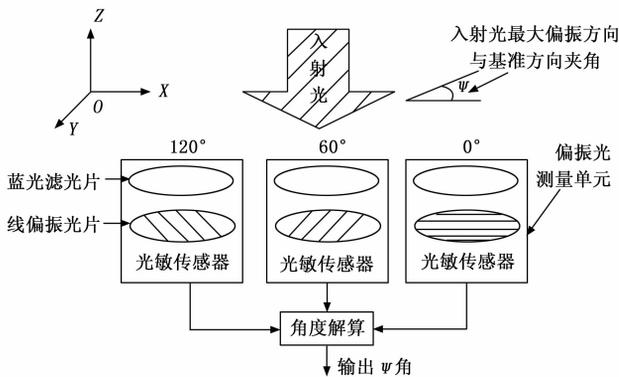


图 2 仿生偏振传感器示意图

偏振光传感器测量单元的输出可以表示为:

$$f_j(\varphi) = \frac{1}{2}KI[1 + d\cos(2\varphi - 2\vartheta_j)] \quad (38)$$

其中:  $I$  代表入射光的强度,  $K$  代表传感器的增益,  $d$  代表入射光的偏振度,  $\varphi$  代表入射光的最大偏振方向与  $m$  系基准方向之间的夹角,  $\vartheta_j$  代表线偏振光片的透过轴与  $m$  系基准方向之间的夹角。对于实际应用场景,显然:

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq d \leq 1 \end{cases} \quad (39)$$

则 3 个偏振对立单元输出为:

$$\begin{cases} f_1(\varphi) = \frac{1}{2}KI[1 + d\cos(2\varphi)] \\ f_2(\varphi) = \frac{1}{2}KI[1 + d\cos(2\varphi - \frac{2}{3}\pi)] \\ f_3(\varphi) = \frac{1}{2}KI[1 + d\cos(2\varphi - \frac{4}{3}\pi)] \end{cases} \quad (40)$$

下文将  $f_j(\varphi)$  简写为  $f_j$ 。由式 (40) 可得:

$$f_1 - f_3 = KI d \left[ \frac{3}{4}\cos(2\varphi) + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin(2\varphi) \right] \quad (41)$$

$$f_2 - f_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}KI d \sin(2\varphi) \quad (42)$$

将式 (42) 代入式 (41), 考虑  $\cos(2\varphi)$  与  $\sin(2\varphi)$  之间的关系有:

$$\cos(2\varphi) = \frac{f_1 - \frac{f_2 + f_3}{2}}{\sqrt{D}} \quad (43)$$

其中:

$$D = \frac{1}{2}(f_1 - f_2)^2 + \frac{1}{2}(f_2 - f_3)^2 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3)^2 > 0 \quad (44)$$

偏振度  $d$  及  $KI$  的解析表达式为:

$$KI = \frac{2}{3}(f_1 + f_2 + f_3) \quad (45)$$

$$P = \frac{2\sqrt{D}}{f_1 + f_2 + f_3} \quad (46)$$

则由倍角公式便可得到偏振角测量模型如下:

$$\varphi = \begin{cases} \arcsin\left(\sqrt{\frac{1 - \cos(2\varphi)}{2}}\right) & f_2 \geq f_3 \\ -\arcsin\left(\sqrt{\frac{1 - \cos(2\varphi)}{2}}\right) & f_2 \leq f_3 \end{cases} \quad (47)$$

通过上述偏振角测量模型,可以计算出天空大气偏振光中的角度信息,从而为辅助定向和姿态确定提供支持。

### 3.2 角量测模型误差详细分析

通过文献 [13] 得知,载体航向角的误差不仅受到计算方法的影响,还与偏振角测量误差密切相关。理想的情况下,偏振光角测量模型可由式 (47) 表示。但实际中还存在着许多误差因素,如随机量测噪声、传感器增益误差等,都会对该模型的解算精度产生影响。因此有必要分析各种误差对偏振光角测量模型的影响,以便通过补偿提高角量测模型的精度,为实际的偏振光传感器提供误差标定及理论基础。

设式 (37) 中  $f_j$  的误差为  $\Delta f_j$ ,由差分的方法可得到偏振光角量测模型式(44) 当  $f_2 \geq f_3$  时的误差模型为:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\sqrt{1-x}} \left( \frac{\partial \sqrt{x}}{\partial f_1} \Delta f_1 + \frac{\partial \sqrt{x}}{\partial f_2} \Delta f_2 + \frac{\partial \sqrt{x}}{\partial f_3} \Delta f_3 \right) \quad (48)$$

其中:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{f_1 - \frac{f_2 + f_3}{2}}{2\sqrt{D}} \quad (49)$$

整理得:

$$\Delta\varphi = -\frac{3}{16\sqrt{(1-x)xD}\sqrt{D}} [(f_2 - f_3)^2 \Delta f_1 - (f_3^2 + f_1 f_2 - f_1 f_3 - f_2 f_3) \Delta f_2 - (f_2^2 + f_1 f_3 - f_1 f_2 - f_2 f_3) \Delta f_3] \quad (50)$$

由于式 (47) 的对称性,所以当  $f_2 < f_3$  时,其误差模型同式 (50) 仅相差一个负号。忽略式 (50) 中高

阶无穷小项有:

$$\delta\varphi = -\frac{2}{3KId} \sum_{j=1}^3 \sin(2\delta - 2\vartheta_j) \Delta f_j \quad j = 1, 2, 3 \quad (51)$$

值得注意的是, 由于正弦函数的特性, 使得无论  $f_2 < f_3$  或是  $f_2 \geq f_3$ , 式 (51) 都成立。下面就利用式 (51) 分析偏振光角量测的模型的误差特性。

### 3.2.1 角量测模型随机误差分析

由于在量测过程中, 各个偏振对立单元都存在着随机量测噪声, 所以下面首先讨论这种随机量测噪声对角量测模型造成的影响。设各测量单元噪声相互独立, 则  $f_j$  的真实值可写为:

$$f_{jp}(\varphi) = \frac{1}{2} KI [1 + d\cos(2\varphi - 2\vartheta_j)] + \nu_j \quad j = 1, 2, 3 \quad (52)$$

其中:  $\nu_j$  为第  $j$  个偏振对立单元的随机量测噪声, 其满足高斯分布  $\nu_j \sim N(0, R_v^2)$ 。那么有:

$$\Delta f_j = \nu_j, j = 1, 2, 3 \quad (53)$$

代入式 (51) 可得:

$$\Delta\varphi = -\frac{2}{3KId} \sum_{j=1}^3 \sin(2\varphi - 2\vartheta_j) \cdot \nu_j \quad j = 1, 2, 3 \quad (54)$$

所以模型随机误差的数学期望为:

$$E(\Delta\varphi) = -\frac{2}{3KId} \sum_{j=1}^3 \sin(2\varphi - 2\vartheta_j) \cdot E(\nu_j) = 0 \quad (55)$$

方差为:

$$\text{var}(\Delta\varphi) = \frac{2R_v^2}{3(KId)^2} = \frac{3R_v^2}{8D} = \frac{4R_v^2}{(3KId)^2} \sum_{j=1}^3 \sin^2(2\varphi - 2\vartheta_j) \quad (56)$$

即模型随机误差满足如下高斯分布:

$$\delta\varphi \sim N\left(0, \frac{3R_v^2}{8D}\right) \quad (57)$$

可见, 由随机量测噪声造成的角量测模型随机误差仅与  $D$  有关, 即仅与  $KId$  有关, 而与最大偏振方向  $\psi$  无关。因此, 可以根据实际导航中允许的角误差方差的上限  $A \cdot R_v^2$  对  $D$  设置一个敏感阈值如式 (58)。当式 (58) 成立时, 偏振光角量测模型式 (57) 可以用来计算入射光的最大偏振方向, 由随机噪声造成的角误差将低于允许的误差上限。反之, 说明此时偏振光传感器输出的随机误差较大, 不能满足导航的精度要求:

$$D \geq \frac{3}{8A} \quad (58)$$

### 3.2.2 角量测模型系统误差分析

除了随机噪声的影响外, 由式 (37) 可见,  $f_j$  中还含有两种系统误差源: 传感器增益  $K$  及线偏振光片透过方向与基准方向间的安装角  $\vartheta_j$ 。设增益误差为  $\Delta K_j$ , 安装角误差为  $\Delta\vartheta_j$ , 那么  $f_j$  的真实值可写为:

$$f_{jp}(\varphi) = \frac{1}{2} KI (1 + \Delta K_j) \cdot$$

$$[1 + d\cos(2\varphi - 2(\vartheta_j + \Delta\vartheta_j))] \quad j = 1, 2, 3 \quad (59)$$

所以忽略高阶小项,  $\Delta f_j$  可写为:

$$\Delta f_j = \frac{1}{2} KI [1 + d\cos(2\varphi - 2\vartheta_j)] \cdot \Delta K_j + KI d \sin(2\varphi - 2\vartheta_j) \cdot \Delta\vartheta_j \quad j = 1, 2, 3 \quad (60)$$

将式 (60) 代入式 (51) 可得系统误差模型如下:

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{3d} \sum_{j=1}^3 \sin(2\varphi - 2\vartheta_j) \cdot [1 + d\cos(2\varphi - 2\vartheta_j)] \cdot \Delta K_j - \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 \sin^2(2\varphi - 2\vartheta_j) \cdot \Delta\vartheta_j \quad (61)$$

其中当以第  $j$  个偏振对立单元的传感器增益作为标准时,  $\Delta K_j = 0$ 。由式 (61) 可见, 角量测模型系统误差  $\Delta\varphi$  与输入光强  $I$  及传感器标准增益  $K$  无关。增益误差  $\Delta K_j$  造成的误差与偏振度及入射光的最大偏振方向  $\varphi$  有关; 而安装误差  $\Delta\vartheta_j$  造成的误差仅与入射光的最大偏振方向  $\varphi$  有关, 与偏振度  $d$  无关。另外, 我们知道量测噪声所造成的角量测模型随机误差仅与  $D$  有关, 而与最大偏振方向  $\varphi$  无关, 因此在实验室内, 可以通过改变入射光最大偏振方向  $\varphi$  产生一组试验数据, 辨识出传感器的系统误差源参数, 进而利用式 (61) 补偿系统误差对偏振光角量测模型的影响。具体方法如下:

我们获得最大偏振方向的真实值  $\varphi_1^{\text{true}}$ 、 $\varphi_2^{\text{true}}$ 、 $\dots$ 、 $\varphi_n^{\text{true}}$  可以通过多次改变入射光最大偏振方向, 相应的由式 (7) 得到的计算值  $\varphi_1^{\text{est}}$ 、 $\varphi_2^{\text{est}}$ 、 $\dots$ 、 $\varphi_n^{\text{est}}$ , 那么以第一路偏振对立单元的增益作为标准, 得:

$$\Delta\varphi = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \dots \\ \Delta\varphi_n \end{bmatrix} = H_\varphi \begin{bmatrix} \Delta K_2 \\ \Delta K_3 \\ \Delta\vartheta_1 \\ \Delta\vartheta_2 \\ \Delta\vartheta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{k2}^1 & H_{k3}^1 & H_{\vartheta 1}^1 & H_{\vartheta 2}^1 & H_{\vartheta 3}^1 \\ H_{k2}^2 & H_{k3}^2 & H_{\vartheta 1}^2 & H_{\vartheta 2}^2 & H_{\vartheta 3}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{k2}^n & H_{k3}^n & H_{\vartheta 1}^n & H_{\vartheta 2}^n & H_{\vartheta 3}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta K_2 \\ \Delta K_3 \\ \Delta\vartheta_1 \\ \Delta\vartheta_2 \\ \Delta\vartheta_3 \end{bmatrix} \quad (62)$$

其中:

$$\begin{cases} \Delta\varphi_i = \varphi_i^{\text{est}} - \varphi_i^{\text{true}} \\ H_{k2}^i = -\frac{1}{3d} \sin\left(2\varphi_i^{\text{est}} - \frac{2\pi}{3}\right) \left[1 + d\cos\left(2\varphi_i^{\text{est}} - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ H_{k3}^i = -\frac{1}{3d} \sin\left(2\varphi_i^{\text{est}} - \frac{4\pi}{3}\right) \left[1 + d\cos\left(2\varphi_i^{\text{est}} - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \\ H_{\vartheta 1}^i = -\frac{2}{3} \sin^2\left(2\varphi_i^{\text{est}}\right) \\ H_{\vartheta 2}^i = -\frac{2}{3} \sin^2\left(2\varphi_i^{\text{est}} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ H_{\vartheta 3}^i = -\frac{2}{3} \sin^2\left(2\varphi_i^{\text{est}} - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (63)$$

$d$ 可由式(6)求解得到。辨识出系统误差源参数可以由最小二乘法:

$$\begin{bmatrix} \Delta K_2 \\ \Delta K_3 \\ \Delta \vartheta_1 \\ \Delta \vartheta_2 \\ \Delta \vartheta_3 \end{bmatrix} = (H_\varphi^T H_\varphi)^{-1} H_\varphi^T \Delta \varphi \quad (64)$$

利用辨识出的系统误差源参数及式(62)对由角量测模型计算出的角度进行误差补偿,偏振光传感器的系统误差即可消除。

### 3.3 角量测误差模型仿真分析

下面将通过仿真分析验证上面给出的角量测误差模型的正确性。由于总体而言,晴朗的天空中太阳高度角越大,光强越强,而天空中的偏振度也会随之减小,所以下面的仿真将入射光强  $I$  分别设置为 40 000 Candela 及 120 000 Candela,相应的偏振度  $d$  为 0.7 及 0.25,传感器增益  $K$  为 10/150 000。

#### 3.3.1 随机误差仿真分析

忽略系统误差,设在实际系统的量测过程中,各偏振对立单元的随机量测噪声为  $\nu_j \sim N(0, 0.001^2)$ ,则可得角量测模型随机误差的均方差应为  $\sigma = 0.001$

$$\sqrt{\frac{3}{8D}}^\circ$$

图 3 为  $I = 40\ 000, d = 0.7$  时的最大偏振方向  $\varphi$  由  $-90^\circ$  变化至  $90^\circ$  时模型角误差的变化曲线。可见由量测噪声造成的角量测模型随机误差不随  $\varphi$  变化,而且其误差界限可由  $3\sigma$  实时计算得到。该结论与式(56)相符。

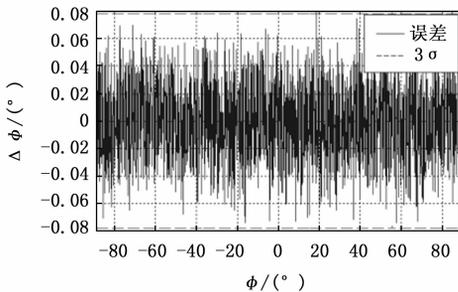


图 3  $\varphi$  变化时角随机误差图

当  $I = 40\ 000, \varphi = 45^\circ, d$  由 0.1 变化至 1 时,随机误差变化曲线如图 4 所示。由图可见,由于随着  $d$  的增大,  $D$  也逐渐增大,所以使得随机误差逐渐减小,该结论也与式(56)相符。并且图中  $3\sigma$  曲线可以很好的表示由随机量测噪声引起的角量测模型随机误差的范围。

#### 3.3.2 系统误差仿真分析

1) 传感器增益误差引起的系统误差:

仿真中,选择第一路偏振对立单元的传感器增益作为标准,忽略安装角误差及随机量测噪声。图 5 为  $\Delta K_2$

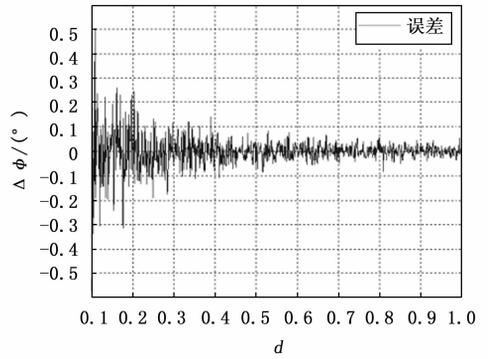


图 4  $d$  变化时角随机误差图

$= 0.01, \Delta K_3 = 0$  时由角量测模型计算出的角度误差变化曲线,图 6 为  $\Delta K_2 = 0, \Delta K_3 = 0.01$  时角度误差变化曲线,两图中都分别绘制了  $(I = 120\ 000, d = 0.25), (I = 40\ 000, d = 0.7)$  及  $(I = 120\ 000, d = 0.7)$  三种情况下角度误差随最大偏振方向  $\varphi$  的变化情况。可以看出,角度误差与入射光强  $I$  无关,其随着最大偏振方向  $\varphi$  及偏振度  $d$  的变化而变化,且当偏振度较小时 ( $d = 0.25$ ),误差较大。该结论与式(64)相符。

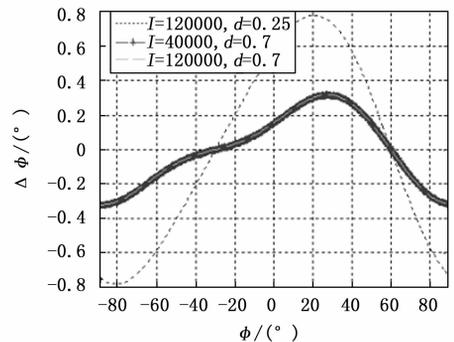


图 5  $\Delta K_2 = 0.01$  时角量测模型误差图

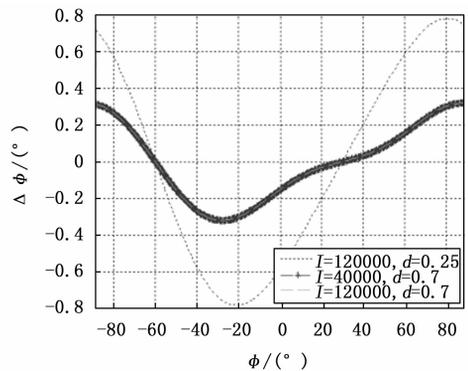


图 6  $\Delta K_3 = 0.01$  时角量测模型误差图

2) 线偏振片安装角误差引起的系统误差:

忽略传感器增益误差及随机量测噪声,仅考虑线偏振光片安装角误差。图 7、8、9 分别为  $(\Delta \vartheta_1 = 0.2^\circ, \Delta \vartheta_2 = \Delta \vartheta_3 = 0^\circ), (\Delta \vartheta_2 = 0.2^\circ, \Delta \vartheta_1 = \Delta \vartheta_3 = 0^\circ)$  及  $(\Delta \vartheta_3$

$= 0.2^\circ, \Delta\vartheta_1 = \Delta\vartheta_2 = 0^\circ$ ) 时角量测模型计算出的角度误差随最大偏振方向  $\varphi$  的变化曲线。从图中可见角度误差曲线随着  $\varphi$  的变化而变化, 但与偏振度  $d$  及光强  $I$  无关, 且分别当 ( $\varphi = 45^\circ$  及  $-45^\circ$ )、( $\varphi = 15^\circ$  及  $-75^\circ$ ) 和 ( $\varphi = 75^\circ$  及  $-15^\circ$ ) 时, 三种情况的绝对误差分别达到最大。该结论与式 (61) 相符。

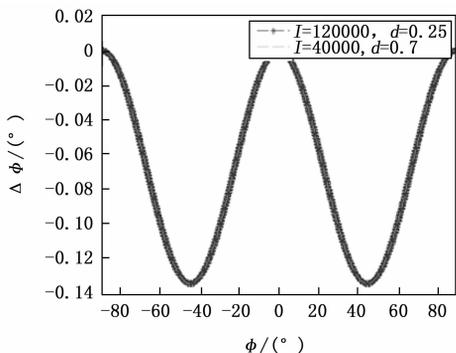


图 7  $\Delta\vartheta_1 = 0.2^\circ$  时角量测模型误差图

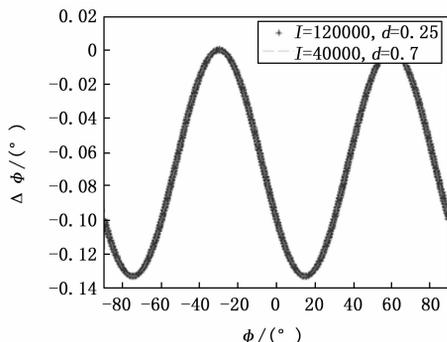


图 8  $\Delta\vartheta_2 = 0.2^\circ$  时角量测模型误差图

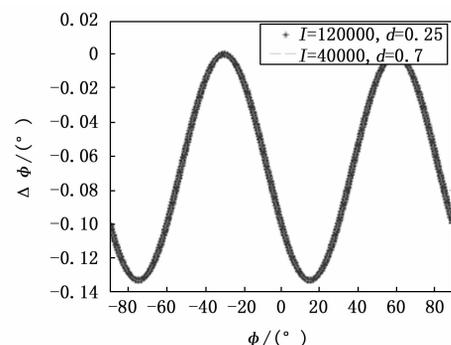


图 9  $\Delta\vartheta_3 = 0.2^\circ$  时角量测模型误差图

### 3.4 偏振光定向的系统误差补偿方法

为验证上述给出的角量测模型系统误差补偿方法的正确性, 下面首先给出忽略系统随机量测噪声情况下的标定及补偿结果。然后考虑实际情况, 给出具有系统随机量测噪声时的仿真结果。

选取第一路偏振对立单元传感器增益作为标准。当忽略系统随机测量噪声时仿真参数设置为:  $I = 40\ 000$ ,

$d = 0.7, \varphi$  从  $0^\circ$  至  $90^\circ$  变化, 采样间隔为  $1^\circ$ , 总采样 91 组数据, 利用式 (64) 可辨识出系统误差源参数。表 1 为忽略随机噪声时的辨识结果, 可见该方法可以较好的辨识出系统误差源参数。

表 1 忽略随机噪声时系统误差源参数辨识结果

系统误差	$\Delta K_2$	$\Delta K_3$	$\Delta\vartheta_1$	$\Delta\vartheta_2$	$\Delta\vartheta_3$
实际参数	0.01	-0.005	$0.15^\circ$	$0.2^\circ$	$-0.3^\circ$
辨识参数	0.010 0	-0.005 0	$0.151\ 4^\circ$	$0.204\ 6^\circ$	$-0.300\ 7^\circ$

利用辨识出的系统误差源参数及式 (61) 对角量测模型的系统误差进行补偿。补偿过程中  $d$  及  $\varphi$  皆利用名义值, 即  $d, \varphi$  分别由式 (46) 及式 (47) 计算得到。图 10 为系统误差补偿前后对比图。可见利用此方法可以很好的补偿模型的系统误差。

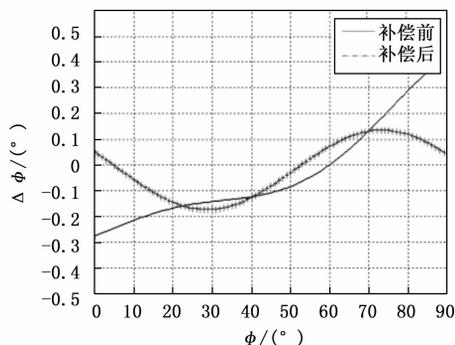


图 10 忽略随机噪声时系统误差补偿对比图

可见其补偿效果相当明显, 在不考虑随机噪声时, 补偿后由原来的最大误差  $0.426\ 9^\circ$  降到最大误差为  $-0.173\ 1^\circ$ 。

通过上面的仿真结果, 已经可以很好的验证系统误差模型及系统误差源标定原理的正确性。然而, 在实际系统中, 各偏振对立单元皆存在着随机量测噪声, 下面在 3 个偏振对立单元中皆加入满足  $N(0, 0.001^2)$  的随机量测噪声, 考察具有量测噪声时文中方法的误差源标定及误差补偿情况。仿真参数设置为:  $I = 40\ 000, d = 0.7, \varphi$  从  $0^\circ$  至  $90^\circ$  变化, 为有效的克服随机噪声影响, 仿真中增加了采样点数目, 采样间隔设为  $0.01^\circ$ , 总采样 9 001 组数据。表 2 即为加入随机噪声后利用式 (61) 得到的系统误差源标定的结果, 可见虽然加入了随机量测噪声, 但文中方法仍然可以较好的辨识出系统的误差源参数。

表 2 考虑随机噪声时系统误差源参数辨识结果

系统误差	$\Delta K_2$	$\Delta K_3$	$\Delta\vartheta_1$	$\Delta\vartheta_2$	$\Delta\vartheta_3$
实际参数	0.01	-0.005	$0.15^\circ$	$0.2^\circ$	$-0.3^\circ$
辨识参数	0.011 5	-0.002 8	$0.141\ 4^\circ$	$0.240\ 4^\circ$	$-0.325\ 0^\circ$

利用表 2 中辨识出的系统误差源参数及式 (61) 对

角量测模型的系统误差进行补偿。补偿过程中  $d$  及  $\varphi$  仍利用名义值, 图 11 为补偿前后误差曲线图, 可见在含有量测噪声的情况下, 利用文中的方法仍然可以很好的补偿角量测模型的系统误差。在考虑随机噪声时, 补偿后由原来的最大误差  $0.410 2^\circ$  降到最大误差为  $-0.186 8^\circ$ 。通过对比可以发现, 此时误差主要是系统误差引起的, 而非随机量测噪声引起的。

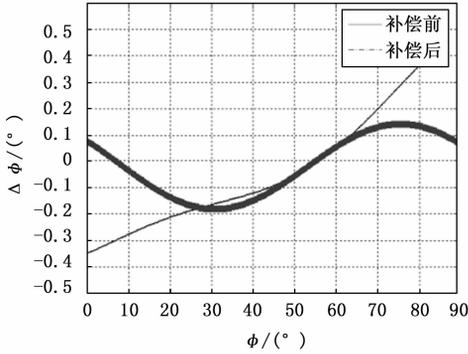


图 11 考虑随机噪声时系统误差补偿对比图

### 4 实测数据实验验证

车载定向系统以测试车为运动平台, 将偏振光传感器固定在车上方, 视角对准天空进行数据采集, 计算出偏振度和偏振角, 并利用惯导模块提供水平角信息, 利用笔记本进行解算, 输出航向角。测试环境选择一段城市环形道路, 其轨迹如图 13 所示。



图 12 实验设备图



图 13 跑车行驶轨迹

图 14 为太阳方位角的计算结果, 其变化趋势与时间呈正比, 变化幅值为  $0.7^\circ$ 。图 15 为太阳高度角的计算结果, 其变化趋势与时间呈反比, 变化幅值为  $1^\circ$ 。

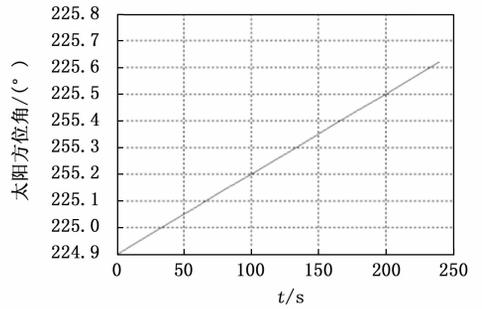


图 14 太阳方位角

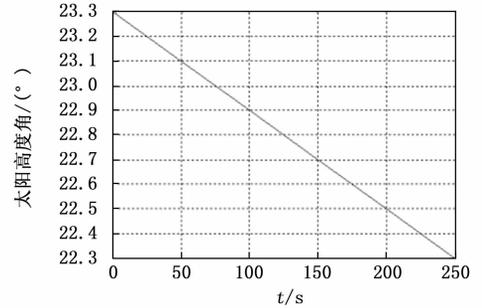


图 15 太阳高度角

图 16 和图 17 分别展示了俯仰角和横滚角随时间的变化曲线。由图可知, 俯仰角的变化幅度为  $11^\circ$ , 横滚角的变化幅度为  $6^\circ$ , 俯仰角和横滚角的变化幅度均较大。根据前文的分析, 水平角的增加会显著影响航向角的计算精度。

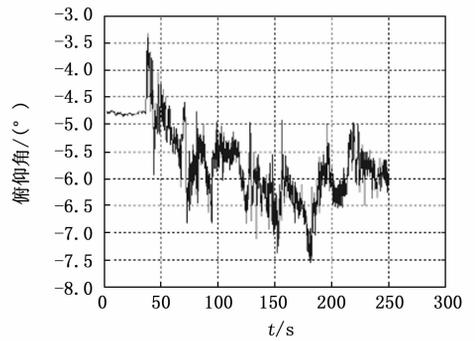


图 16 俯仰角信息

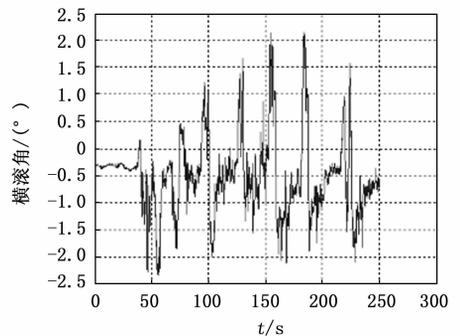


图 17 横滚角信息

图 18 和图 19 是偏振光传感器偏振角与偏振度的输出结果。

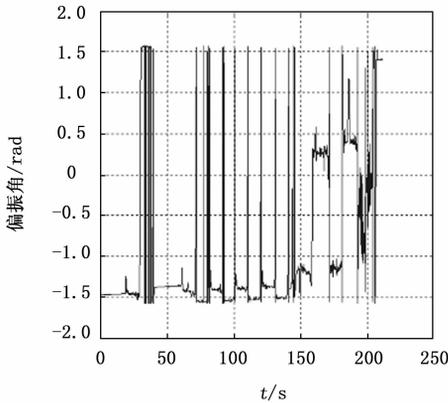


图 18 偏振角信息

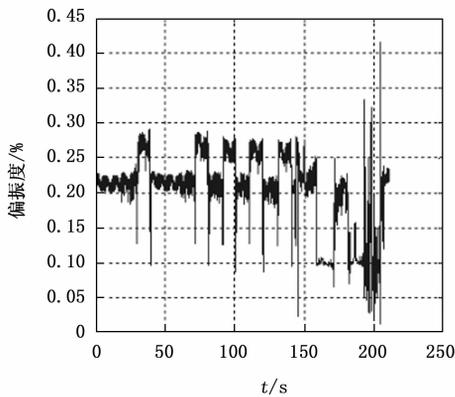


图 19 偏振度信息

由太阳高度角、方位角、偏振角和偏振度以及横摇角纵摇角的数据根据航向角的计算方法可以计算出航向角。计算出的航向角的情况如图 20 所示。

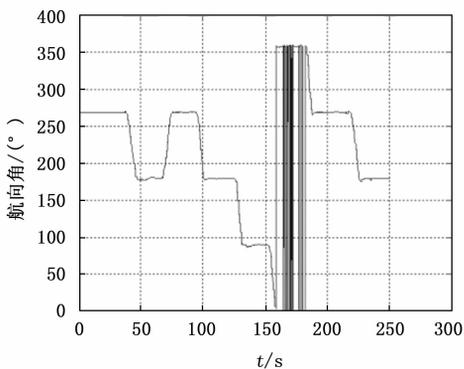


图 20 航向角信息

## 5 结束语

本文以仿生机理为切入点, 研究了偏振光定向的具体方法及其误差分析。结论如下: 偏振角和航向角的计算是后续实现偏振光导航的核心内容。偏振光角量测模

型误差是影响偏振光传感器定向精度的主要原因, 补偿角量测模型带来的随机误差和系统误差之后, 可以得出误差为  $0.2^\circ$  左右, 而偏振光传感器采集的数据得到的误差大约为  $0.4^\circ$  左右, 这说明对传感器进行误差补偿是有效的。最后截取一段实际采集的数据进行了航向角计算, 验证了航向角计算算法的正确性。

## 参考文献:

- [1] 秦永元. 惯性导航 [M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [2] 王玉杰, 胡小平, 练军想, 等. 仿生偏振视觉定向机理与实验 [J]. 光学精密工程, 2016, 24 (9): 2109-2116.
- [3] 王 飞, 唐 军, 任建斌, 等. 基于 Rayleigh 大气偏振模式的太阳空间位置优化计算 [J]. 光子学报, 2014, 43 (12): 62-67.
- [4] BROWN A, LU Y. Performance test results on an integrated GPS/MEMS inertial navigation package [A]. Proceedings of ION GNSS 2004 [C] // Fairfax VA: US Institute of Navigation, Inc., 2004: 825-832.
- [5] KREYE C, EISSFELLER B, WINKEL J O. Improvements of GNSS receiver performance using deeply coupled INS measurements [A]. Proceeding of institute of navigation GPS 2000 [C] // Salt Lake City: UT, 2000: 923-936.
- [6] HORVÁTH G. Polarized light and polarization vision in animal sciences (2'') [M]. Berlin: Springer, 2014.
- [7] WEHNER R. Desert ant navigation: how miniature brains solve complex tasks [J]. Journal of Comparative Physiology A, 2003, 189 (8): 579-588.
- [8] EL JUNDI B, PFEIFFER K, HEINZE S, et al. Integration of polarization and chromatic cues in the insect sky compass [J]. Journal of Comparative Physiology A, 2014, 200 (6): 575-589.
- [9] 何佳华, 吴新冬, 申 冲, 等. 一种高鲁棒仿生偏振定向方法 [J]. 导航与控制, 2022, 21 (s1): 92-101.
- [10] 王玉杰, 胡小平, 练军想, 等. 仿生偏振光定向算法及误差分析 [J]. 宇航学报, 2015, 36 (2): 211-216.
- [11] 先治文. 基于拓扑图节点递推的自主导航方法研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2019.
- [12] 王玉杰. 多目偏振视觉仿生导航方法研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2020.
- [13] 黄山笑. 基于大气偏振模式的定向方法研究 [J]. 现代导航, 2023, 14 (4): 279-282.
- [14] 范 晨, 胡小平, 何晓峰, 等. 仿生偏振光导航研究综述 [C] //中国惯性技术学会第七届学术年会论文集, 2015: 265-269.
- [15] 蔡永恒. 天空偏振模式的测量及其辅助定向的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [16] 刘佳琦. 偏振光辅助定姿在组合导航中的应用 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.

(下转第 260 页)