

基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算融合算法

周杰^{1,2}, 张晓明^{1,3}, 杜江波^{1,2}, 邱江涛⁴

(1. 中北大学 电子测试技术国家重点实验室, 太原 030051;

2. 中北大学 仪器与电子学院, 太原 030051;

3. 中北大学 仪器科学与动态测试教育部重点实验室, 太原 030051;

4. 淮海工业集团有限公司, 山西 长治 046012)

摘要: 针对磁传感器在一定特殊环境下可能出现俯仰角“二值性”问题, 导致无法正确判断其俯仰角变化方向, 提出了一种基于地磁/陀螺信息的自适应扩展卡尔曼滤波(AEKF)数据融合算法, 在分析弹体短期机动姿态运动特性的基础上, 利用地磁信息无时间累计误差和 MEMS 陀螺短时精度高的优势, 建立了卡尔曼状态系统方程和非线性量测方程, 实现了姿态角的实时修正和参数的自适应更新; 通过仿真和半物理试验分析验证了该融合算法的有效性, 试验结果表明, 该算法消除了单历元地磁解算姿态角出现的“二值性”问题和传统卡尔曼滤波发散的问题, 显著提高了滚转角和俯仰角的解算精度, 解算精度误差可保持在 $\pm 1^\circ$ 以内; 该算法有效减小了磁场干扰对精度解算带来的影响, 在旋转弹药的姿态角测量及导航领域具有广泛的应用前景。

关键词: 自适应扩展卡尔曼; 数据融合; 姿态测量; 旋转弹; 磁传感器; MEMS 陀螺

Fusion Algorithm for Geomagnetic and Gyroscope Attitudes Based on AEKF

ZHOU Jie^{1,2}, ZHANG Xiaoming^{1,3}, DU Jiangbo^{1,2}, QIU Jiangtao⁴

(1. National Key Laboratory for Electronic Measurement Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China;

2. School of Instrument and Electronics, North University of China, Taiyuan 030051, China;

3. Key Laboratory of Instrumentation Science & Dynamic Measurement of Ministry of Education, North University of China, Taiyuan 030051, China;

4. Huaihai Industries Group Co., Ltd., Changzhi 046012, China)

Abstract: Magnetic sensors perhaps have the duality of pitch angle in under certain special environments, it is difficult to correctly judge changes in pitch angle, an adaptive extended Kalman filter (AEKF) data fusion algorithm based on geomagnetic/gyroscopic information is proposed. On the basis of analyzing the short-term manoeuvring attitude characteristics of bombs, the no time accumulation error of geomagnetic information and high short-time accuracy of MEMS gyros are used to build the Kalman system equations and nonlinear measurement equations, and realize the real-time correction of attitude angle and adaptive updating of parameters. The effectiveness of the fusion algorithm is verified through simulation and semi-physical analysis, and the test results show that the algorithm eliminates the duality for attitude angle of single-calendar-element geomagnetic solution and the divergence of traditional Kalman filtering, and significantly improves the solving accuracy of roll angle and pitch angle, and the solving accuracy error reaches within $\pm 1^\circ$. The algorithm effectively reduces the influence of magnetic field interference on the accuracy of the solution, and has a wide application prospect in the field of attitude angle measurement and navigation of rotating bombs.

Keywords: adaptive extended Kalman; data fusion; attitude measurement; rotation bomb; magnetic sensor; MEMS gyro

收稿日期:2024-03-09; 修回日期:2024-03-29。

基金项目:国防科技基础加强计划项目(2021-JCJQ-JJ-0947);航空科学基金项目(202000010U0004)。

作者简介:周杰(1997-),男,硕士研究生。

通讯作者:张晓明(1976-),男,博士,教授,博士研究生导师。

引用格式:周杰,张晓明,杜江波,等. 基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算融合算法[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(5): 271-279.

0 引言

近年来,由于纯地磁单元的姿态解算受发射时高过载、高自旋的极端环境影响,导致解算精度较低,受干扰较为严重,纯陀螺测姿误差会积累,为了提高导航的准确性和可靠性,国内外许多学者逐渐开始研究地磁与惯导导航(如陀螺仪和加速度计)的融合测姿,利用地磁测姿无时间累计误差、稳定性高、体积小和 MEMS 陀螺短时精度高的优势,二者之间优势互补,这种融合的方法可以克服单一导航系统存在的局限性,提供更准确和鲁棒的位置和方向估计,在旋转弹的高精度飞行姿态测量与导航方面具有广泛的应用前景。

文献 [1] 提出了利用卡尔曼滤波器将地磁和陀螺传感器信息进行融合,修正捷联惯导系统的累积误差,但其在仿真及实弹试验中仍存在试验数据精度不高、解算结果有误差的问题^[1];文献 [2] 提出了 H_{∞} 滤波融合算法,在精对准参数辨识的基础中,创新性地引入了可变遗忘因子机制。通过灵活调整遗忘因子的大小和步长,能够更精确地捕捉参数的动态变化,从而显著提升对准的效率和精确性。此外,为了增强组合系统的容错性能,运用了递推算法并结合惯导系统的辅助判断功能,对磁通门罗盘的航向数据进行精细的滤波处理。这一系列的改进措施,不仅提高了系统的可靠性,还进一步优化了整体性能。但是该方法中 γ 参数的选择是设计 H_{∞} 滤波器的关键,还存在无法快捷、准确的确定 γ 参数的问题^[2];文献 [3] 提出利用 MEMS 陀螺信息积分求解弹体偏航角,然后利用三轴磁传感器解算弹体俯仰角,但陀螺积分会引入累积误差,一段时间后解算精度会下降^[3];文献 [4] 提出了利用磁强计辅助 MEMS 惯性器件的互补滤波器的新型数据融合算法,并基于二阶低通滤波器推导出滤波模型。相较于卡尔曼滤波器,该方法不需要对传感器噪声进行精确标定,避免了系统建模过程中的线性化问题以及矩阵运算,但其仅能够满足小型捷联惯性导航的设计,更适用于低成本的硬件实现^[4];文献 [5] 建立了基于自适应加权融合算法的数学模型和基于自适应卡尔曼滤波的误差模型,根据模拟信号在 MATLAB 环境下进行融合仿真,在研究基于权系数的融合算法时,通过对简单模拟信号的处理,得到信息融合结果和误差曲线,根据弹箭姿态信号特点和对精度的要求,选取自适应加权信息融合算法处理地磁/陀螺信号,采用自适应卡尔曼滤波方法抑制滤波发散并对姿态误差角进行估计,尽管该方法在理论上具有一定的精度,但实际影响解算精度的因素却远不止于此,例如,陀螺建模的误差、磁场干扰等都可能对其精度产生显著影响。因此为了更深入地了解该方法的性能,还需要依托大量的实测数据进行验证^[5];文献 [6] 提出了一种改进型卡尔曼滤波算法对地磁和陀螺进行数据融合,利用 BP 神经网络修正卡尔曼滤波增益矩阵系数,能够对磁强计和陀螺的解算出的姿态角信息进行融合,使误差更加接近于实际情况^[6];文献 [7] 针对磁阻传感器和光纤陀螺仪的噪声输出特性,提出了小波阈值滤波算法对测量信号降噪^[7];文献 [8] 提出了采用陀螺测量的弹体轴向角速率信息辅助三轴磁传感器信息进行弹体滚转角解算的融合算法,给出了制导导弹自由飞行段和制导飞行段滚转角的解算方法,但其姿态解算精度只能保持在 5° 以内,且没有考虑俯仰角二值性判断的问题^[8];文献 [9] 提出利用无迹卡尔曼滤波估计某特种飞机飞行过程中的俯仰角和偏航角,得到更准确的俯仰角和偏航角,利用地磁传感器计算滚转角度,通过真实飞行轨迹数据和计算机仿真模型,验证了算法有效性的可行性和可行性^[9]。文献 [10] 在陀螺辅助地磁方法的基础上提出了地磁/陀螺互补测姿算法,根据实际数据类型简化传统误差函数最优求解方法和误差互补方式,解决单一信息源的解算不准确问题,但该方法未能在硬件系统中进行在线精度测试^[10]。

综合上述分析,本文针对弹体短期机动姿态运动特性及弹载地磁传感器、MEMS 陀螺仪的特性,提出了一种基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算及角速率估计算法,通过建立 MEMS 陀螺输出和地磁传感器输出为观测量的观测方程,为实现对误差角的准确估计,采用自适应扩展卡尔曼滤波方法,并对解算结果进行了相应的修正。然而,考虑到陀螺和磁强计的输出中通常包含非严格的白噪声,且这些噪声的统计特性难以精确获得,这可能导致滤波器易发散的问题。为了解决这一问题,本文引入了自适应因子,该因子能够在线估计噪声的统计特性。通过利用观测值间接推算出自适应滤波增益,该算法确保了滤波过程具有良好的收敛性质。

1 基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算融合算法原理

1.1 坐标系的定义及坐标系转换

描述旋转弹外弹道运动的坐标系原则是该坐标系必须能够正确描述旋转弹在空间中的运动,同时描述弹药运动的方程形式必须简单明了,运动参数分析必须直观^[11]。在弹药外弹道飞行力学中,必须定义不同的右手正交坐标系,并构建坐标系之间关系的变换矩阵。在描述旋转弹的运动时,可以用发射坐标系和弹体坐标系来分别描述其运动状态。

所谓发射坐标系是与发射平台或发射点相关联的坐标系,用于描述旋转弹的发射和初始状态,发射坐标系为一静止的坐标系。在发射坐标系中,通常选择一个原点和一组坐标轴来描述发射平台和发射方向,以便确定

旋转弹的初始位置和速度。发射坐标系 $Ox_fy_fz_f$ (简称为 f 系) 如图 1 所示, 其与地球固连, 发射坐标系原点 O 位于旋转弹发射点处, x_fOz_f 与地理水平面重合, Ox_f 轴沿水平方向指向旋转弹发射方向为正方向, Oy_f 轴垂直于 Ox_f 轴向上与旋转弹发射点铅垂线平行, Oz_f 轴垂直于 x_fOy_f 平面指向右方, 与 Ox_f 轴、 Oy_f 轴形成右手直角坐标系。

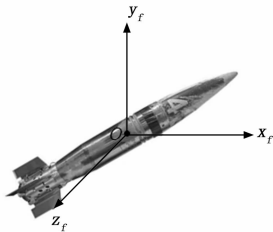


图 1 发射坐标系

所谓弹体坐标系是固连于旋转弹自身的坐标系, 通常以弹体为参考对象建立。在弹体坐标系中, 通常选择一个原点和一组固定于弹体上的坐标轴来描述弹体的运动状态和姿态变化。对于旋转弹而言, 弹体坐标系通常会随着弹体的旋转而变化, 确保描述其运动状态的准确性。弹体坐标系 $Ox_by_bz_b$ (简称为 b 系) 如图 2 所示, 其与旋转弹固连, 弹体坐标系原点 O 位于旋转弹质心处, Ox_b 轴与旋转弹弹轴重合, 轴向指向弹头方向, 当滚转角为 0° 时, Oy_b 轴垂直于 Ox_b 轴向上, Oz_b 轴垂直于 x_bOy_b 平面指向右方, 与 Ox_b 轴、 Oy_b 轴形成右手直角坐标系。

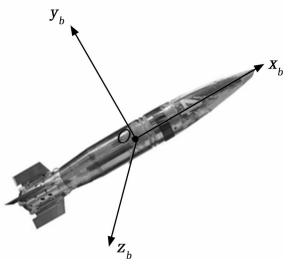


图 2 弹体坐标系

利用地磁传感器信息得到弹体姿态角是常用的姿态角解算方法, 磁传感器通过采集实时磁场三分量, 并与初始位置三分量进行坐标转换, 即发射坐标系与弹体坐标系之间的转换关系, 计算实时角度与初始零位角之间的差值, 则为旋转弹实时姿态角, 因此需要研究发射坐标系与弹体坐标系之间的转换关系。弹体坐标系与旋转弹固连, 旋转弹在飞行过程中会发生变化, 此时弹体坐标系与发射坐标系之间的夹角则为旋转弹的实时飞行姿态角。两坐标系之间的旋转关系通过欧拉角的旋转矩阵得到, 设 φ 为偏航角, θ 为俯仰角, γ 为滚转角, 发射坐标系与弹体坐标系的转换关系图如图 3 所示。

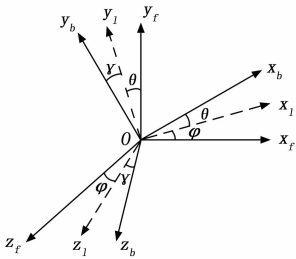


图 3 坐标系转换关系图

由图 3 可知, 发射坐标系通过三次变化得到弹体坐标系, 即先偏航、再俯仰、最后滚转, 第一次转动后, 发射坐标系 $Ox_fy_fz_f$ 绕 y 轴旋转偏航角 φ 得到 $Ox_1y_1z_1$; 第二次转动后, 坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 绕 z 轴旋转俯仰角 θ 得到 $Ox_by_1z_1$; 第三次转动后, 坐标系 $Ox_by_1z_1$ 绕 x 轴旋转滚转角 γ 得到 $Ox_by_bz_b$ 。

1.2 单历元地磁姿态解算原理

使用纯地磁解算姿态角, 首先需要计算出发射坐标系下初始位置的磁场三分量信息, 根据发射坐标系下旋转弹在初始位置得到的初始磁场矢量 B_f 与弹体坐标系下的实时磁场矢量 B_b , 通过坐标旋转矩阵建立磁场值与姿态角之间的数学关系, 进一步实现对姿态角的解算。发射坐标系的初始磁场三分量通过当地的经纬高使用 IGRF 模型计算或者高精度磁力计实地测量得到地理坐标系下的磁场三分量, 再通过旋转矩阵关系得到发射坐标系下的初始磁场三分量, 弹体坐标系下的实时三分量通过磁传感器采集并计算得到。姿态测量装置与旋转弹固连, 磁传感器的三轴敏感方向与弹体坐标系一致, 通过发射坐标系下的初始磁场矢量 B_f 和弹体坐标系下的实时磁场矢量 B_b 的旋转矩阵关系:

B_b = C_f^b B_f (1)

就可以实现对滚转角的解算^[12-13]。其中 C_f^b 为从发射坐标系到弹体坐标系的旋转矩阵,

C_f^b = R_x(γ)R_z(θ)R_y(φ) (2)

$R_x(γ)$ 、 $R_z(θ)$ 、 $R_y(φ)$ 为单轴旋转后得到的旋转矩阵, 表示为:

R_y(φ) = [cosφ, 0, -sinφ; 0, 1, 0; sinφ, 0, cosφ]
R_z(θ) = [cosθ, sinθ, 0; -sinθ, cosθ, 0; 0, 0, 1]
R_x(γ) = [1, 0, 0; 0, cosγ, -sinγ; 0, sinγ, cosγ] (3)

将式 (3) 代入式 (2) 得:

C_f^b =

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & \sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta \\ \sin\gamma\sin\varphi - \cos\gamma\cos\varphi\sin\theta & \cos\gamma\cos\theta & \sin\gamma\cos\varphi + \cos\gamma\sin\varphi\sin\theta \\ \cos\gamma\sin\varphi + \sin\gamma\cos\varphi\sin\theta & -\sin\gamma\cos\theta & \cos\gamma\cos\varphi - \sin\gamma\sin\varphi\sin\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

将式 (1) 表示为三分量形式为:

$$\begin{bmatrix} B_x^b \\ B_y^b \\ B_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & \sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta \\ \sin\gamma\sin\varphi - \cos\gamma\cos\varphi\sin\theta & \cos\gamma\cos\theta & \sin\gamma\cos\varphi + \cos\gamma\sin\varphi\sin\theta \\ \cos\gamma\sin\varphi + \sin\gamma\cos\varphi\sin\theta & -\sin\gamma\cos\theta & \cos\gamma\cos\varphi - \sin\gamma\sin\varphi\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x^f \\ B_y^f \\ B_z^f \end{bmatrix} \quad (5)$$

在非制导旋转弹中根据偏航角较小的运动规律假设偏航角 $\varphi=0$, 对式 (4) 进行简化可得:

$$\mathbf{C}_f^b = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\cos\gamma\sin\theta & \cos\gamma\cos\theta & \sin\gamma \\ \sin\gamma\sin\theta & -\sin\gamma\cos\theta & \cos\gamma \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (5) 后并将其展开为不同坐标系下的三轴分量形式可得:

$$\begin{aligned} B_x^b &= B_x^f\cos\theta + B_y^f\sin\theta \\ B_y^b &= -B_x^f\cos\gamma\sin\theta + B_y^f\cos\gamma\cos\theta + B_z^f\sin\gamma \\ B_z^b &= B_x^f\sin\gamma\sin\theta - B_y^f\sin\gamma\cos\theta + B_z^f\cos\gamma \end{aligned} \quad (7)$$

则可以得到带有两个姿态角和三轴磁场值分量的方程组, 根据三角万能公式即可解算俯仰角和滚转角, 这就是地磁解算滚转角的原理。但是由于在实际情况中制导旋转弹的飞行过程包括无控飞行段和制导有控飞行段, 在无控飞行段可以按照非制导旋转弹的运动规律解算旋转弹的姿态角。在制导有控飞行段弹体偏航角会受弹体章动影响产生变化, 不满足 $\varphi=0$ 的假设, 因此需外加信息源更加准确解算姿态角信息。

1.3 基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算原理

基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算原理如图 4 所示, 其设计思路为: 由磁传感器得到姿态测量信息和 MEMS 陀螺仪输出的角速率信息作为观测量发送到扩展卡尔曼滤波器, 系统观测方程以发射坐标系和弹体坐标系下的地磁三分量转化关系及 MEMS 陀螺仪的角速率建立。然后通过扩展卡尔曼滤波器对地磁和陀螺数据进行融合, 由于系统观测方程是非线性的, 因此采用扩展卡尔曼滤波器进行迭代估计, 实现姿态角信息的最优估计。在 EKF 算法的基础上加入自适应机制, 以对系统的噪声进行估计, 达到减小误差的效果。EKF 算法是解决非线性状态估计最为直接且性能较好的方法^[14-15]。但由于噪声的不可知性, 会对 EKF 算法解算姿态造成

误差影响, 使用 AEKF 既有 EKF 适用于非线性系统的优点, 又能够对未知的噪声进行估计, 进而适应不断变化的噪声情况^[16-18]。

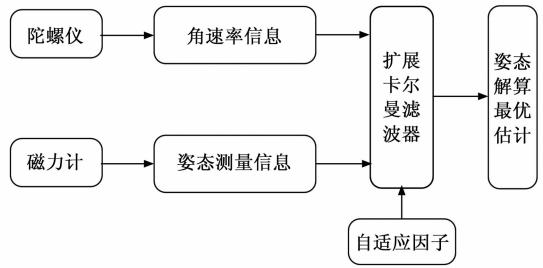


图 4 基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算原理图

由于旋转弹在飞行过程中的姿态变化具有低频特性, 姿态角信息处在连续平滑的改变状态, 因此, 可将偏航角、俯仰角及滚转角近似视为按时间 t 的二次曲线变化, 即

$$i = a_i t^2 + b_i t + c_i \quad (8)$$

其中: $i = \varphi, \theta, \gamma$; 式中 a_i 、 b_i 、 c_i 分别对应相应姿态角变化的二次项、一次项及常数项系数。为构建姿态估计系统, 设定待估计的姿态角状态向量为 $\mathbf{X} = [\varphi \ \bar{\varphi} \ \ddot{\varphi} \ \theta \ \bar{\theta} \ \ddot{\theta} \ \gamma \ \bar{\gamma} \ \ddot{\gamma}]^T$, 并据此建立姿态估计系统的状态方程:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \quad (9)$$

其中: $\mathbf{X}(t)$ 为姿态角 t 时刻的状态信息, $\mathbf{F}(t) =$

$$\begin{bmatrix} F_\varphi & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & F_\theta & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_\gamma \end{bmatrix} \text{ 为姿态角的状态转移矩阵, 是姿态}$$

角状态向量非线性函数泰勒级数展开式的一阶项, 其中

$$\mathbf{F}_\varphi = \mathbf{F}_\theta = \mathbf{F}_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} w_\varphi \\ w_\theta \\ w_\gamma \end{bmatrix} \text{ 为姿态角的}$$

$$\text{系统噪声, } \mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} G_\varphi \\ G_\theta \\ G_\gamma \end{bmatrix} \text{ 为 } \mathbf{w}(t) \text{ 的系数矩阵, 其中}$$

$$\mathbf{G}_\varphi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

设 $\mathbf{w}(t)$ 为零均值高斯白噪声向量, 且 $E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\tau)] = \mathbf{q}(t)\delta(t-\tau)$ 。 $\mathbf{q}(t)$ 为白噪声的方差强度矩阵。当采样周期为 T_s 时, 对模型作离散化处理得到连续状态方程等效的离散化形式为:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k/k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \boldsymbol{\eta}_{k-1} \quad (10)$$

其中: $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$, $\boldsymbol{\eta}_k$ 为系统噪声矩阵, 且 $E[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj}$ 。

由于陀螺测量信息的存在, 弹体在机动飞行时无需满足零偏航的假设条件。基于弹体的运动学模型, 可以得知弹体的姿态角速率信息满足特定条件:

$$\boldsymbol{\omega}^b = \boldsymbol{\omega}_f^b = \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\gamma\cos\theta & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma\cos\theta & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\gamma} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

此时地磁矢量在发射坐标系和弹体坐标系的坐标的转换关系为:

$$\begin{bmatrix} B_x^b \\ B_y^b \\ B_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & \sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta \\ \sin\gamma\sin\varphi - \cos\gamma\cos\varphi\sin\theta & \cos\gamma\cos\theta & \sin\gamma\cos\varphi + \cos\gamma\sin\varphi\sin\theta \\ \cos\gamma\sin\varphi + \sin\gamma\cos\varphi\sin\theta & -\sin\gamma\cos\theta & \cos\gamma\cos\varphi - \sin\gamma\sin\varphi\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x^f \\ B_y^f \\ B_z^f \end{bmatrix} \quad (12)$$

以磁传感器测量磁场信息和陀螺测量角速率信息为观测量建立系统的量测方程为:

$$Z_k = f[X_k] + n_k \quad (13)$$

其中: $Z_k = [B_x^b \ B_y^b \ B_z^b \ \omega_x^b \ \omega_y^b \ \omega_z^b]^T$ 为 k 时刻的实时磁场矢量和弹体角速率的观测向量; $f[X_k]$ 表示三轴地磁、三轴 MEMS 陀螺输出信息与系统状态 X_k 间关系的非线性方程组; n_k 为测量噪声矩阵, 且设其为满足零均值的高斯白噪声, 与系统模型噪声 η_k 相互独立, 且 $E[n_k n_j^T] = R_k \delta_{kj}$, R_k 为测量噪声的方差矩阵。通过应用泰勒展开, 对非线性方程组实施了线性化处理。在此过程中, 忽略高次项, 而仅保留一次线性项, 从而得出了关于状态偏差的滤波方程:

$$J_k = \frac{\partial Z_k}{\partial X_k} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial B_b}{\partial \varphi} \right|_{X_k} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & \left. \frac{\partial B_b}{\partial \theta} \right|_{X_k} & 0_{3 \times 1} \\ \left. \frac{\partial \omega^b}{\partial \varphi} \right|_{X_k} & \left. \frac{\partial \omega^b}{\partial \psi} \right|_{X_k} & 0_{3 \times 1} & \left. \frac{\partial \omega^b}{\partial \theta} \right|_{X_k} & \left. \frac{\partial \omega^b}{\partial \bar{\theta}} \right|_{X_k} \\ 0_{3 \times 1} & \left. \frac{\partial B_b}{\partial \gamma} \right|_{X_k} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & \\ 0_{3 \times 1} & \left. \frac{\partial \omega^b}{\partial \gamma} \right|_{X_k} & \left. \frac{\partial \omega^b}{\partial \bar{\gamma}} \right|_{X_k} & 0_{3 \times 1} & \end{bmatrix} \quad (14)$$

对关于状态偏差的滤波方程变换, 得到非线性系统 EKF 递推滤波方程。状态预测方程:

$$\hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{X}_{k-1}$$

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (15)$$

更新增益方程:

$$K_k = P_{k/k-1} J_k^T (J_k P_{k/k-1} J_k^T + R_k)^{-1} \quad (16)$$

更新状态估计方程:

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \hat{X}_{k/k-1} + K_k [Z_k - f(X_{k/k-1})] \\ P_k &= (I - K_k J_k) P_{k/k-1} \end{aligned} \quad (17)$$

至此建立了基于地磁/MEMS 陀螺的 EKF 姿态融合解算, 在此基础上, 本文还加入自适应因子, 具体为:

自适应因子:

$$d_k = (1 - b)(1 - b^k)^{-1} \quad (18)$$

计算残差:

$$\epsilon_k = Z_k - f(X_{k/k-1}) \quad (19)$$

量测噪声方差阵:

$$R_k = (1 - d_k) R_k +$$

$$d_k (I - J_k K_k) \epsilon(k) \epsilon(k)^T (I - J_k K_k)^T + J_k P_{k/k-1} J_k^T \quad (20)$$

系统噪声方差阵:

$$Q_k = (1 - d_k) Q_{k-1} + d_k (K_k \epsilon(k) \epsilon(k)^T K_k^T) \quad (21)$$

其中: b 为遗忘因子, $0 < b < 1$, 其作用为加强新数据对滤波的作用。在计算预测的状态协方差矩阵时, d_k 的不断减小会实时不断地修正系统噪声方差矩阵 Q_k , 使得 Q_k 不会发散, 这就减少了状态估计误差。其中 P_k 为系统的协方差矩阵, I 为单位矩阵。其中滤波初值 X_0 、 P_0 由磁传感器及 MEMS 陀螺仪的测量数据确定, 系统噪声方差矩阵 Q_k 由弹体运动规律的先验知识得到, 量测噪声方差矩阵 R_k 由弹载磁传感器、弹载 MEMS 陀螺测量补偿精度进行估计^[19-20]。

2 试验验证

2.1 计算机仿真试验

为了初步验证基于 AEKF 的地磁/MEMS 陀螺信息融合算法的有效性, 利用 Matlab 软件对该算法进行计算机仿真试验分析。根据旋转弹在飞行过程中的运动特点, 由于偏航角对飞行轨迹的影响较小, 我们可以假设弹体的偏航角保持不变, 即不发生明显的左右偏移, 近似为零; 随着弹体自由飞行, 重力会使得弹体不断向下倾斜, 俯仰角会逐渐减小, 其速率变化可近似看作匀速变化; 由于弹体的旋转惯性和气动力的影响, 滚转角速率变化较快, 其衰减规律符合修正后的柔格里经验模型公式, 其表达式为:

$$\bar{\gamma} = \bar{\gamma}_0 \exp\left(-0.4k \frac{LD^3}{A} t\right) \quad (22)$$

其中: $\bar{\gamma}_0$ 为炮弹膛口等效自转角速率 (rad/s); L 为弹体长度 (m); D 为弹体直径 (m); A 为弹丸极转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$); k 为修正系数。结合旋转弹运动规律, 建立旋转弹抛物线弹道模型轨迹, 如图 5 所示。

首先根据旋转弹抛物线弹道模型轨迹对单历元地磁姿态解算方法进行计算机仿真, 仿真得到的俯仰角信息存在“二值性”问题, 如图 6 所示。由于地磁数据的解算完全依赖于传感器在当前时刻所测得的地磁矢量在弹

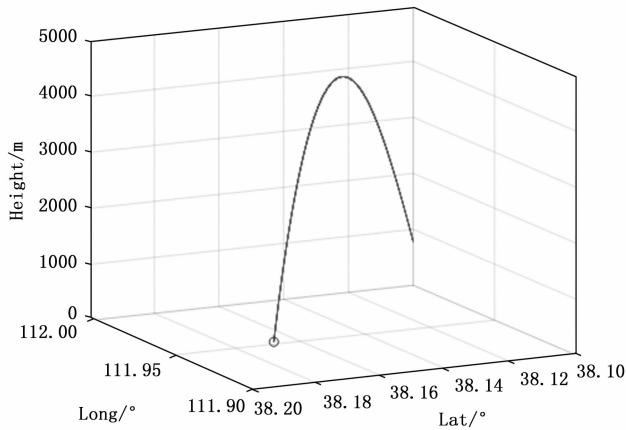


图 5 旋转弹抛物线弹道模型轨迹

体坐标系下的投影,与地磁前期的测量数据无关,这会导致无法判断俯仰角数据的符号,最终导致姿态角的解算出现错误。

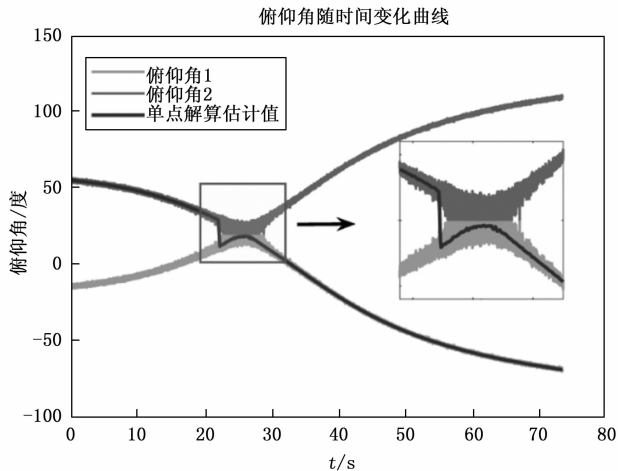


图 6 单历元地磁信息解算俯仰角

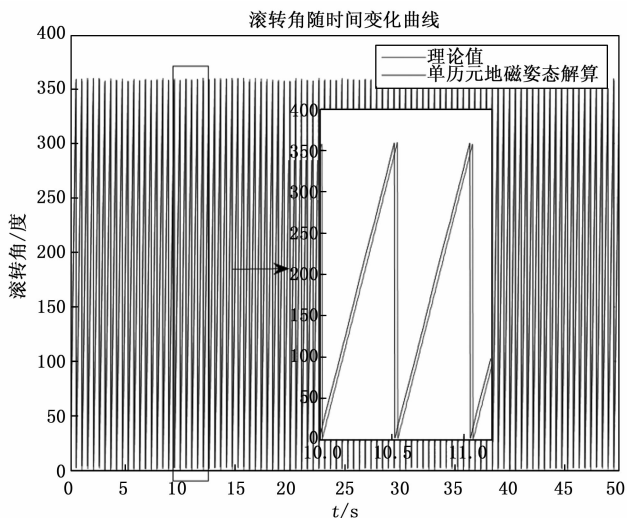


图 7 单历元地磁信息解算滚转角

通过图 6 可以看出,单历元地磁姿态解算方法通过磁场原始数据解算得到的俯仰角信息会出现两个解,即图中的俯仰角 1 和俯仰角 2。如想进一步解算得到滚转角 γ ,则需要对俯仰角的符号进行判断。目前常用的判断方法有两种:一种是根据先验信息,如弹体射向、射角和弹道模型轨迹规律,推导出弹体当前的俯仰角信息;另一种是利用滤波算法估计状态信息,如利用弹体飞行过程中的轨迹模型进行卡尔曼滤波。通过以上方法可以确定俯仰角的正负号,进而推导出滚转角的信息,如图 7 所示。接着对基于 AEKF 的地磁传感器/MEMS 陀螺姿态解算算法进行计算机仿真试验,得到图 8、图 9 所示俯仰角和滚转角信息。

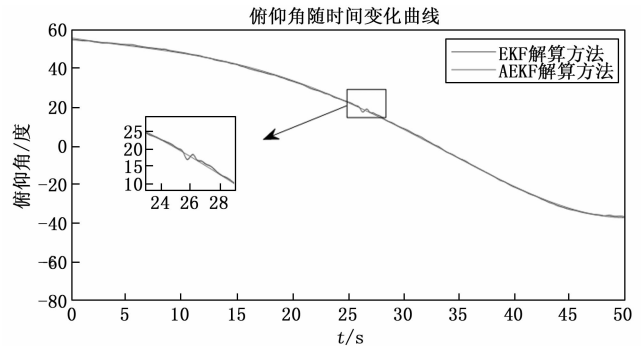


图 8 基于 AEKF 的地磁/MEMS 陀螺融合算法解算俯仰角

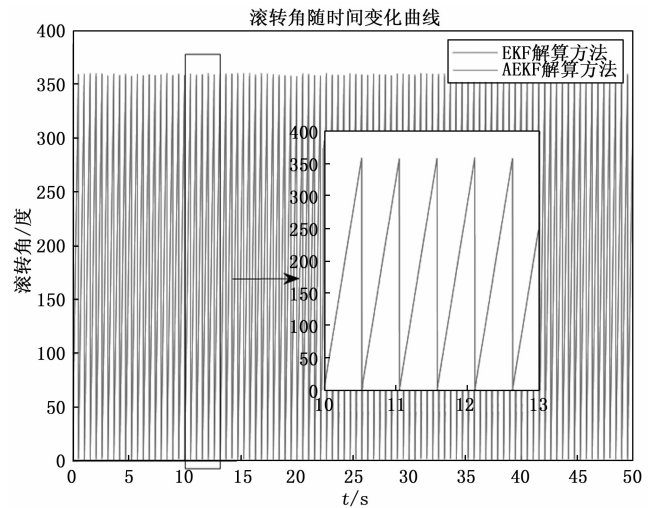


图 9 基于 AEKF 的地磁/MEMS 陀螺融合算法解算滚转角

由图 8、图 9 可以看出,基于 AEKF 的地磁/MEMS 陀螺姿态解算算法消除了单历元地磁姿态解算方法中出现的“二值性”问题。最后对两种方法解算得到的姿态角进行误差对比分析,如图 10、图 11 所示。

从图 10、图 11 可以看出,本文所使用的基于 AEKF 的地磁/MEMS 陀螺融合算法比单历元地磁姿态解算方法得到的姿态角误差小(具体误差数据见表 1 所示),并且消除了“二值性”问题所带来的影响,可以

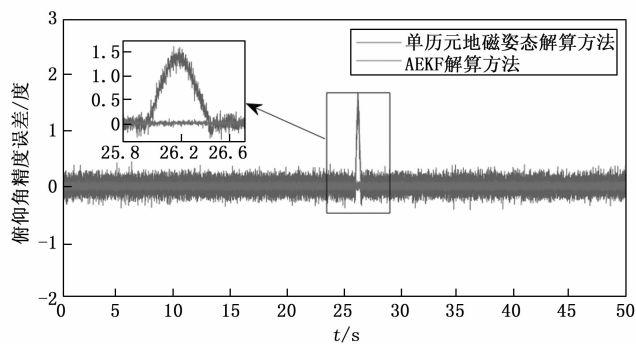


图 10 俯仰角精度误差分析对比图

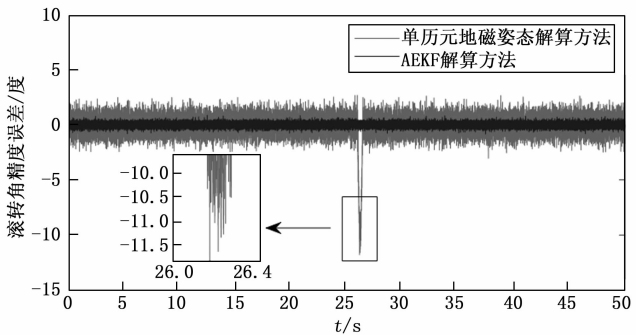


图 11 滚转角精度误差分析对比图

准确判断姿态角变化，使其解算精度得到了显著提高。

表 1 单历元地磁姿态解算、EKF 解算、AEKF 解算姿态角误差数据对比

		滚转角误差		俯仰角误差	
		均值 /(°)	标准差 /(°)	均值 /(°)	标准差 /(°)
单历元地磁姿态解算方法	整个过程	-1.25	0.96	0.62	1.58
	二值性区域	-5.73	5.34	1.37	2.44
EKF 姿态解算方法	整个过程	0.42	0.75	0.17	0.43
	二值性区域	0.88	0.83	0.35	0.29
AEKF 姿态解算方法	整个过程	0.31	0.74	0.12	0.37
	二值性区域	0.62	0.80	0.27	0.45

2.2 半物理仿真试验

为了进一步验证基于 AEKF 的地磁/MEMS 陀螺融合算法的实用性和可行性，本文利用用于高冲击、高过载环境下某型旋转弹药姿态测量所设计的高精度姿态估计系统进行了半物理仿真试验，试验平台使用高精度三轴飞行仿真转台，如图 12 所示为转台示意图。

为了能更精准地模拟旋转弹的飞行状态，需对高精度三轴飞行仿真转台进行旋转轨迹设定，首先设定滚转角速率从 0 r/s 逐渐加速到 5 r/s，并保持 5 r/s 匀速运动；为了验证“二值性”问题，设定俯仰角在 0°~90°之间做缓慢匀速变化，初始俯仰角为 45°，整个仿真时间为 25 秒。将转台反馈回来的数据作为理论值，姿态估计系统 STM32 单片机采集到磁阻传感器的数据作为

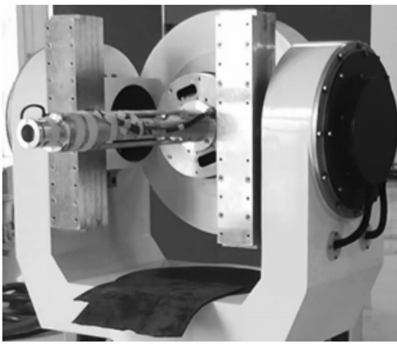


图 12 转台示意图

实际测量值与理论值进行比较分析，仿真结果如图 13、图 14 所示。

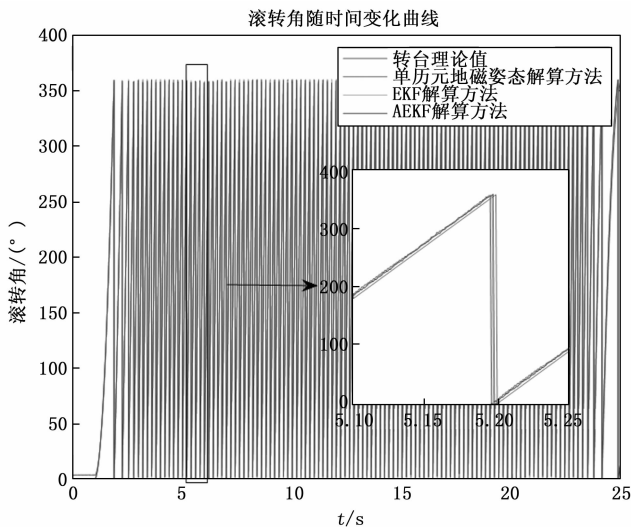


图 13 转台仿真滚转角结果图

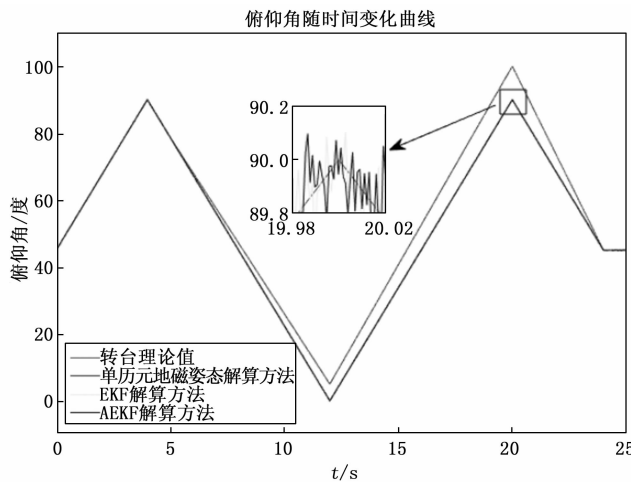


图 14 转台仿真俯仰角结果图

通过图 13、图 14 所得到的数据结果对单历元地磁姿态解算、EKF 解算、AEKF 解算姿态角进行误差分析，如图 15、图 16 所示，具体误差数据对比分析如表 2 所示。

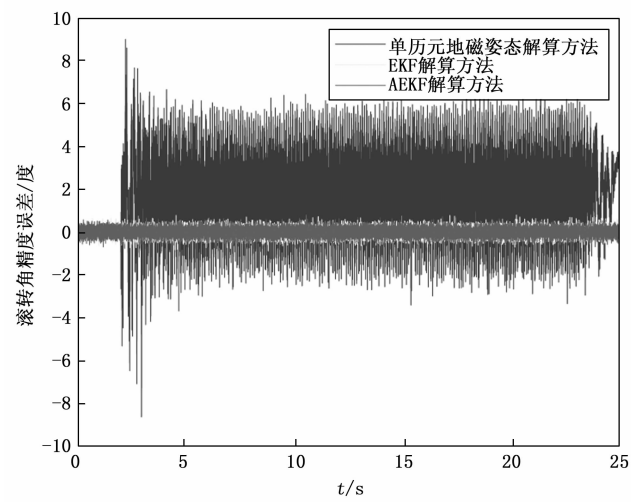


图 15 滚转角误差分析对比图

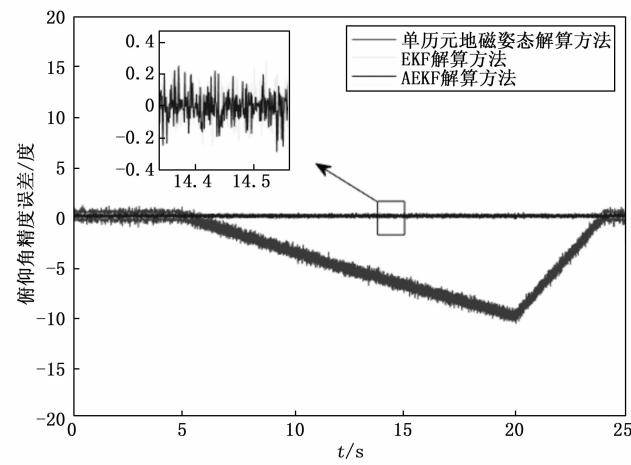


图 16 姿态角误差分析对比图

表 2 半物理仿真试验姿态角误差数据对比表

	滚转角误差		俯仰角误差	
	均值/°	标准差/°	均值/°	标准差/°
单历元地磁姿态解算方法	2.65	1.85	-3.91	3.35
EKF 姿态解算方法	0.84	0.80	0.89	0.33
AEKF 姿态解算方法	0.77	0.76	0.84	0.29

通过分析图 15、图 16 与表 2 仿真数据结果可以得到，基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算方法相比于传统的单历元地磁姿态解算方法，解算精度提高了近一个数量级的变化，误差值明显减小；相比于原始的 EKF 解算方法，其能够实时地估计和修正系统的系统噪声和量测噪声，减小了滤波易发散的问题。

为进一步验证算法的有效性，对姿态角的角速率进行了验证。姿态估计系统解算的角速率数据及其误差图如图 17、图 18 所示，具体误差数据对比分析如表 3 所示。

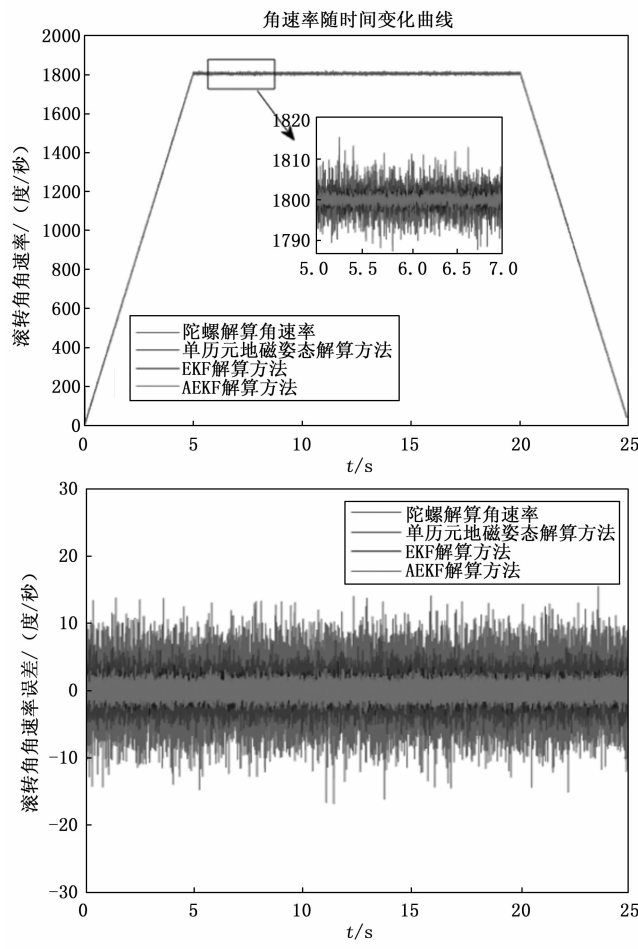


图 17 滚转角角速率数据及其误差图

表 3 半物理仿真试验角速率误差数据对比表

	滚转角误差		俯仰角误差	
	均值(°/s)	标准差(°/s)	均值(°/s)	标准差(°/s)
陀螺解算方法	-4.88	4.02	3.12	3.95
单历元地磁姿态解算方法	-2.06	2.01	-1.83	1.51
EKF 姿态解算方法	0.39	0.99	0.45	0.51
AEKF 姿态解算方法	0.32	0.99	0.34	0.45

通过分析图 17、图 18 与表 3 仿真数据结果可以得到，基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算方法相比于陀螺解算角速率，其对角速率变化的跟踪效果较好；相比于原始的 EKF 解算方法，其噪声波动范围不如原始的 EKF 解算方法稳定。

3 结束语

本文针对弹体短期机动姿态运动特性及弹载地磁传感器、MEMS 陀螺仪的特性，提出了一种基于 AEKF 的地磁/陀螺姿态解算及角速率估计算法，通过建立 MEMS 陀螺输出和地磁传感器输出为观测量的观测方程，使用自适应扩展卡尔曼滤波方法对误差角进

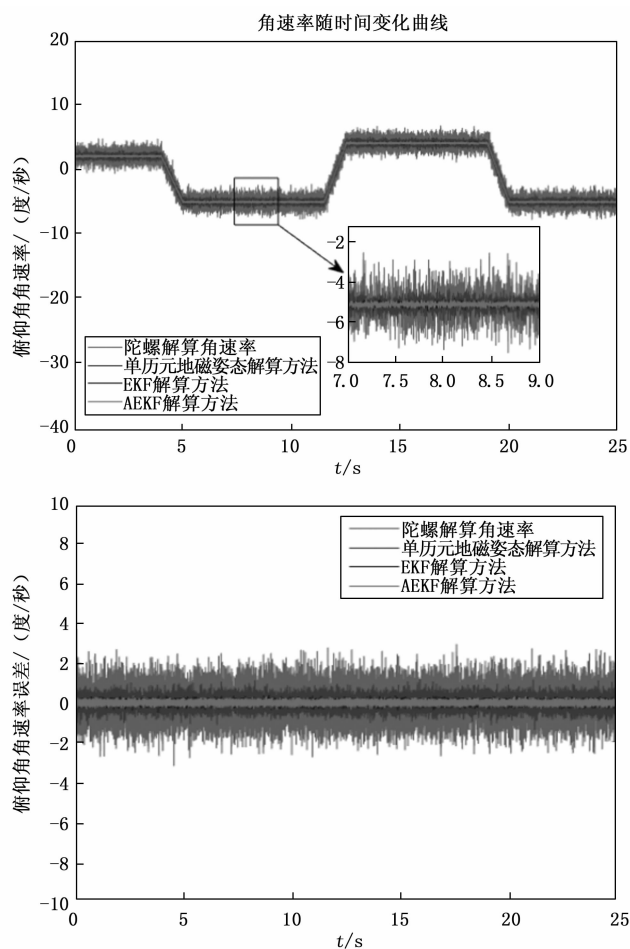


图18 俯仰角速率数据及其误差图

行估计,并对解算结果进行修正。考虑到地磁传感器和MEMS陀螺仪输出中包含的噪声并不为严格的白噪声,且其统计特性无法精确获得,为避免由此带来的滤波器易发散的问题,本文使用一种能够在线估计噪声统计特性的自适应扩展卡尔曼滤波算法。为了验证分析该算法的实用性和有效性,对其进行了计算机仿真试验和半物理仿真试验。试验结果表明,该算法方法简单、计算方便、跟踪效果好、数据准确度高,能够在旋转弹的运动过程中实时估计出弹体的姿态角信息和角速率信息。

参考文献:

- [1] 段精婧. 基于地磁、陀螺原理的姿态测试技术研究 [D]. 太原: 中北大学, 2010.
- [2] 张庆. 惯性/地磁组合航姿系统 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2011.
- [3] LONG L, ZHANG H. Method of attitude measurement based on the geomagnetic and gyroscope [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 336-338 (1): 180-184.
- [4] 马龙, 张锐, 苏志刚. 磁强计辅助 MEMS 惯性器件的新型数据融合算法 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (8): 2518-2522.
- [5] 王嘉雨. 地磁/陀螺信息融合的姿态解算算法研究 [D]. 太原: 中北大学, 2015.
- [6] 李慧. 基于改进型卡尔曼滤波的旋转弹姿态测试 [D]. 太原: 中北大学, 2015.
- [7] 杨迎迎. 地磁惯性组合姿态测量技术研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2016.
- [8] 张晓明, 檀杰, 吕辰, 等. 航向机动环境中基于陀螺/地磁信息融合的滚转角解算算法 [J]. 弹道学报, 2018, 30 (1): 1-5.
- [9] ZHANG P A, WANG W, GAO M, et al. Research on Attitude Measurement Method of Special Aircraft Using Geomagnetic Sensor/Gyroscope Based on UKF [J]. Hindawi Limited, 2021.
- [10] 薛羽阳. 基于地磁/陀螺信息的弹体滚转角估计方法 [D]. 太原: 中北大学, 2022.
- [11] ADAM R, PECHEUR E, BERNARD L, et al. In-flight roll angle estimation for a guided high spin projectile [C] //Sensors Applications Symposium (SAS) [J]. IEEE, 2016: 1-6.
- [12] 李衡, 薛林, 高庆丰. 马格努斯效应对旋转弹自动驾驶仪影响的研究 [J]. 现代防御技术, 2011, 39 (6): 100-105.
- [13] 赵博博, 刘荣忠, 郭锐, 等. 扭曲尾翼飞行器滚转特性 [J]. 航空动力学报, 2015, 30 (1): 142-148.
- [14] MAHBOUB V, MOHAMMADI D. A constrained total extended Kalman filter for integrated navigation [J]. The Journal of Navigation, 2018, 71 (4): 971-988.
- [15] LONG D F, LIU J, ZHANG X M, LI J. Orientation estimation algorithm applied to high-spin projectiles [J]. Meas. Sci. Technol, 2014, 25 (6), 065-001.
- [16] LONG Z X, ZHANG X L, PENG X F. An improved adaptive extended Kalman filter used for target tracking [C] //Proc. of the Chinese Automation Congress, 2019: 1017-1022.
- [17] GAO L, ZHANG Y, ZHANG X, et al. A real-time estimation method of roll angle and angular rate based on geomagnetic information [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020.
- [18] 董一平, 刘宁, 苏中, 等. 基于AEKF的高速自旋飞行体组合导航方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44 (6): 1977-1983.
- [19] DING W D, WANG J L, RIZOS C, et al. Improving adaptive Kalman estimation in GPS/INS integration [J]. Journal of Navigation, 2007, 60 (3): 517-529.
- [20] 陈洋, 杨鹏翔. 基于长航时飞行器的SINS/GNSS自适应组合导航算法 [J]. 弹箭与制导学报, 2016, 36 (3): 18-21.