

Delta 并联机器人关节轨迹规划与联合仿真

陶亮¹, 吕光欣¹, 汪明¹, 宋圆圆², 郑学汉¹, 高鹤^{1,2}

(1. 山东建筑大学 信息与电气工程学院, 济南 250101;

2. 山东正晨科技股份有限公司, 济南 250101)

摘要: 并联机器人中存在刚性和柔性部分, 且多个执行器同时运动, 其建模与控制一直是难点; 针对其建模与运动控制的难题, 提出了一种优化加速度曲线用于并联机器人关节空间内的轨迹规划, 优化搭建了并联机器人的联合仿真平台并进行实验验证; 利用几何法对并联机器人进行运动学分析, 推导设备在不同姿态时各关节的坐标, 得到其正、逆运动学模型与求解公式, 在此基础上, 优化加速度曲线以用于关节空间内的轨迹规划, 实现对机构末端的运动控制; 借助 Solidworks、Adams 软件建立其刚柔耦合的三维模型, 结合 Matlab 软件优化搭建并联机器人的联合仿真平台; 在联合仿真平台和 Delta 并联机器人上进行了门型轨迹拾取实验, 仿真和实验结果验证了所提出方法的有效性。

关键词: 并联机器人; 运动学建模; 几何法; 轨迹规划; 联合仿真

Joint Trajectory Planning and Co-simulation for Delta Parallel Robots

TAO Liang¹, LÜ Guangxin¹, WANG Ming¹, SONG Yuanyuan², ZHENG Xuehan¹, GAO He^{1,2}

(1. School of Information and Electrical Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, China;

2. Shandong Zhengchen Technology Co., Ltd., Jinan 250101, China)

Abstract: Parallel robots have the characteristics of rigidity and flexibility, with multiple actuators moving simultaneously. Its modeling and control are always a challenge; To address this problem, an optimized acceleration curve is proposed for trajectory planning in the joint space of the parallel robot, and a joint simulation platform for the parallel robot is optimized, built and verified by experiments; The geometrical method is used to analyze the movement of the parallel robot, derive the coordinates of each joint of the equipment in different attitudes, and obtain the forward and inverse kinematic models and solution formulas. On this basis, the acceleration curve is optimized for trajectory planning in the joint space to realize the motion control of the end of the mechanism; the rigid-flexible coupling three-dimensional model is established with the help of Solidworks and Adams software, and the co-simulation platform for the parallel robot is optimized and built by combining with Matlab software. The experiments of gate trajectory picking are carried out on the co-simulation platform and Delta parallel robot, and simulation and experimental results verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: parallel robots; kinematic modeling; geometric method; trajectory planning; co-simulation

0 引言

在当今的工业和科研领域, 机器人技术正逐渐成为推动自动化和智能化的关键引擎。《中国制造 2025》行动纲领提出将机器人作为制造强国战略的一大重点领域^[1], 旨在推动工业机器人的产业化与应用的同时, 攻克智能机器人的关键技术。而 Delta 型并联机器人作为机器人工业应用的代表, 一直以来就是相关领域的研究

热点。Delta 并联机器人是一种三自由度的空间平动机构, 具有刚柔耦合且复杂多变的特性, 最早由 Laryushkin^[2]于 1985 年提出, 呈现出承载力强、速度快、精度高、惯性小等诸多优点, 已广泛应用于制造业、医疗保健和航空航天等领域^[3], 在生产、加工等环节中实现物品的分拣、安装等操作^[4]。显著提高生产效率的同时降低经营成本, 并且在化工厂、核电站等危险环境中, 也发挥着重要作用。在过去的几十年里, 国内外学者对

收稿日期:2024-01-20; 修回日期:2024-03-06。

基金项目:国家自然科学基金(62073196)。

作者简介:陶亮(1981-),男,博士,副教授。

通讯作者:汪明(1976-),男,博士,教授。

引用格式:陶亮,吕光欣,汪明,等. Delta 并联机器人关节轨迹规划与联合仿真[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(4):178

Delta 型并联机器人进行了大量的研究, 涉及动力学模型、运动学分析、轨迹规划、跟踪控制等多方面内容^[5-8]。

运动学分析是进行机器人研究的首要任务, 是研究机器人在空间中运动控制与轨迹规划的基础^[9-12]。对于并联机器人的正、逆运动学分析, 目前主要的求解方法有解析法(也称几何法)、数值法两种^[13]。其中解析法公式繁琐但求解快^[14-15]; 数值法适用复杂结构但会存在误差且在奇异位置计算速度慢^[16-17]。

在工业应用中, 并联机器人通常使用关节空间轨迹规划, 较笛卡尔空间中的轨迹规划具有计算简单、不用考虑关节奇异点和冗余问题的优点^[18]。关节空间内的轨迹规划是将关节角度、角速度和角加速度等表示为关于时间的函数, 实现无特殊路径要求的机构末端点到底运动^[19]。过往通常采用多项式或曲线插补对加速度曲线进行规划, 取得了不错的效果^[20]。但在实际应用中, 往往难以兼具平稳与计算效果, 存在冲击阶跃过大与计算失真的问题。

仿真实验一直以来都是一种低成本且有效的理论检验方法^[21]。目前, 国内针对并联机器人普遍通过 Solidworks 软件建模后导入 Adams 软件进行仿真分析^[22], 工作量小但存在操作繁琐、结果不够直观的缺陷。后来人们在这基础上, 引入 Simulink 工具箱^[23]。虽然对联合仿真的模型控制进行了优化, 但仍然存在搭建繁琐与开放自主性差的问题。

本文针对 Delta 并联机器人, 利用几何法构造易于求解的低阶方程组对其运动学进行分析与建模, 以解决公式繁琐的问题; 基于点对点运动, 优化正弦修正加速度曲线, 并在关节空间内进行轨迹规划, 以解决设备运行过程中的冲击与关节抖动问题; 优化仿真模型的搭建, 以解决刚柔耦合机构建模困难、联合仿真平台搭建、操作繁琐和开放自主性差的问题。在联合仿真平台上, 基于关节空间内优化正弦加速度曲线, 规划进行了末端门型轨迹拾取实验, 并与实物实验进行对比, 检验了本文所提出方法的有效性和真实性。

1 Delta 并联机器人运动学分析

1.1 结构分析与坐标标定

Delta 并联机器人主要由静、动平台和主、从动臂 4 部分组成。为了方便分析、描述与理解, 简化设备结构并设定世界坐标系如图 1 所示。

静平台与动平台分别简化为空间中平行于水平面的正三角形 $A_1A_2A_3$ 、 $C_1C_2C_3$, 其外接圆的半径分别为 R 、 r 。以静平台三角形 $A_1A_2A_3$ 的内心为世界坐标系原点 O , 设定 X 轴平行于直线 A_3A_1 , Y 轴与直线 OA_2 重合。

A'_1B_1 、 A'_2B_2 、 A'_3B_3 代表主动臂, 长度为 L_1 ; B_1C_1 、 B_2C_2 、 B_3C_3 代表从动臂, 长度为 L_2 。 A'_1 、 A'_2 、 A'_3 分别代

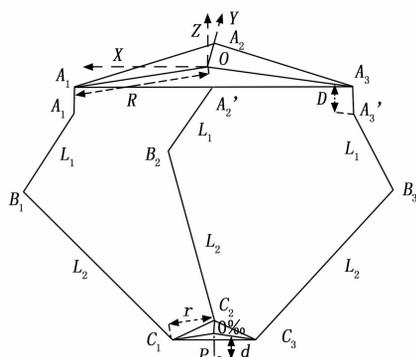


图 1 并联机器人结构简图

表各轴步进电机的电机轴与其主动臂的连接点, 各自对应位于三点 A_1 、 A_2 、 A_3 的正下方 D 距离处。 B_1 、 B_2 、 B_3 分别代表各轴主动臂与从动臂的连接点, C_1 、 C_2 、 C_3 分别代表各轴从动臂与动平台的连接点。

O' 为动平台三角形的内心, P 为并联机器人的机构末端, 代表动平台所连接电磁铁的在 Z 轴方向的最低点, PO' 的长度为 d 。为了方便描述, 下文将 A_1 到 C_1 间的一系列连接称为轴一, 对应的 A_2 到 C_2 称为轴二, A_3 到 C_3 称为轴三。

1.2 逆运动学

为了简化计算过程并方便理解, 以基本处于 YZ 平面的轴二为例进行分析, 已知机构末端 P 点的坐标 $P(x, y, z)$, 可以得到下列关节的坐标: $A_2: (0, R, 0)$; $A'_2: (0, R, -D)$; $O': (x, y, z + d)$; $C_2: (x, y + r, z + d)$ 。

只需求得轴二上唯一未知的 B_2 点坐标, 利用反三角函数得到主动臂与静平台间的夹角, 即可实现对轴二的运动学逆解。

由于机构连接形式对自由度的限制, 关节点的变化呈现一定的规律。主动臂末端与从动臂的连接点随夹角变化的轨迹是 YZ 平面上以 A'_1 为圆心, L_1 为半径的圆 \odot_1 , 其表达式为:

$$\odot_1: (Y - R)^2 + (Z + D)^2 = L_1^2 \quad (1)$$

从动臂上与主动臂连接点的轨迹是以 C_2 为球心, L_2 为球半径的运动球体。投影到 YZ 平面上, 是以投影点 C'_2 为圆心, L_2 投影 L'_2 为半径的圆 \odot_2 , 如图 2 所示。两圆交点中, 更趋于 Y 轴正方向的交点即为 B_2 点。

这样就将原来复杂的三维空间问题转换到二维平面进行求解, 简化了公式并提高了求解效率。

结合几何关系, 得到以下信息:

$$C'_2: (y + r, z + d), L'_2 = \sqrt{(L_2^2 - x^2)}$$

从而得到圆 \odot_2 的表达式为:

$$\odot_2: [Y - (y + r)]^2 + [Z - (z + d)]^2 = L_2'^2 \quad (2)$$

两圆方程联立后求解并筛选, 得到 B_2 点的坐标, 从而可以写出轴二主动臂与静平台间的夹角 θ_2 为

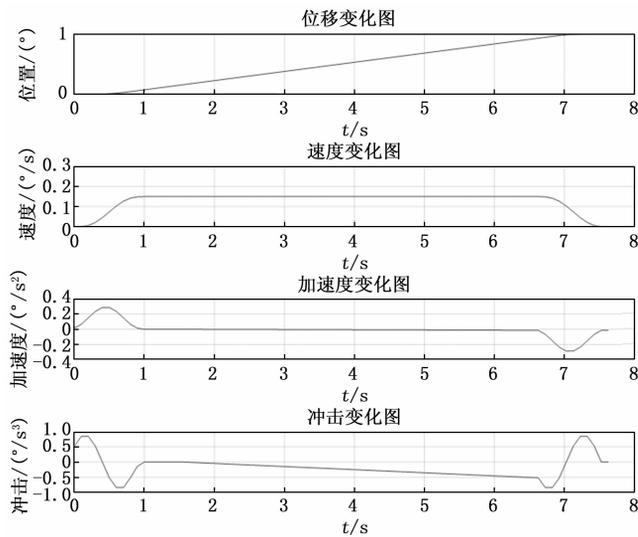


图 3 运动特性曲线

尽量控制速度不产生较大波动。

由图 3 得知, 优化正弦加速度最大值较小、曲线连续且突变小, 速度曲线连续且光滑, 位移曲线平滑准确, 可以实现平稳的关节变速运动。

用梯形加速度曲线、插值多项式规划类似的关节运动, 得到的冲击变化曲线如图 4 所示。

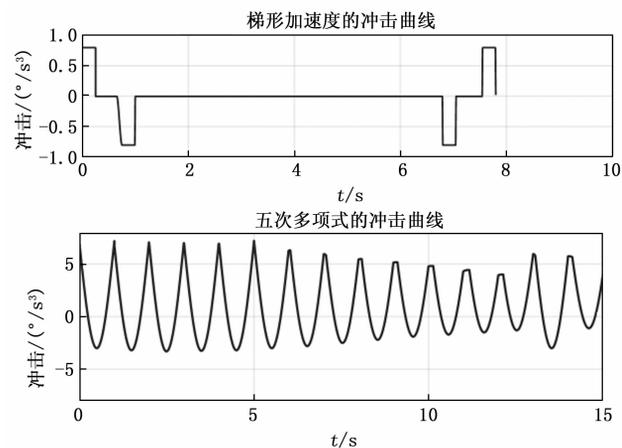


图 4 冲击变化曲线

分析图 3 与图 4, 采用优化正弦加速度曲线规划的运动, 计算简单、可以将冲击维持在较小范围内且冲击曲线变化平稳, 没有阶跃的现象, 能够有效地减小关节抖动。梯形加速度规划的冲击曲线加速度存在阶跃, 容易引起冲击和关节抖动, 适用于低速且轨迹参数配置较多的情形。5 次多项式规划的冲击曲线虽有改善但仍有明显突变, 同时阶数较高在计算时容易造成失真现象。由此可得, 所提方法规划的机器人稳定性更高, 寿命更长。

在实际应用时, 对于给定的并联机器人末端点对点运动的初、末位置, 通过运动学逆解可得到其 3 个轴各

自的关节夹角变化初始位置与目标位置, 根据各轴角位移的值, 按比例设定各轴的最高运动速度。对优化正弦加速度运动的位移曲线进行采样以作为运动的控制信号, 并根据关节目标位置对采样结果的最后一个数据进行修正, 可以很大程度上避免累计误差, 保证三轴同时精准地到达目标位置。

3 联合仿真搭建

为了检验运动学分析的正确性和应用优化正弦加速度曲线的关节空间轨迹规划的效果, 进行联合仿真平台的搭建, 以为后续的实验做准备, 并在搭建过程中解决目前普遍存在的搭建、操作繁琐与数据不直观的问题。

首先是 Delta 并联机器人的三维物理建模, 由于 Delta 并联机器人设备的从动臂是一种刚柔耦合的 4S (S, 球形关节) 机构^[24], 这对其建模提出了更高要求。

传统形式的通过 Solidworks 软件对刚性零部件进行建模, 并按照各自的配合关系进行装配得到的 Delta 并联机器人装配体模型。由于 Solidworks 软件无法建立从动臂上预紧弹簧的柔性模型, 导致装配体模型在仿真运动时, 从动臂与其它零部件之间会出现干涉和不稳定旋转的问题。

因此将装配体模型导入 Adams 软件中, 为其添加运动副、驱动、重力与摩擦力等, 以尽可能地模拟真实环境。并为从动臂添加弹性阻尼, 通过调试确定弹性阻尼的参数, 来模拟预紧弹簧的效果, 以实现模型零部件的稳定连接与正常运动, 完成的模型如图 5 所示。

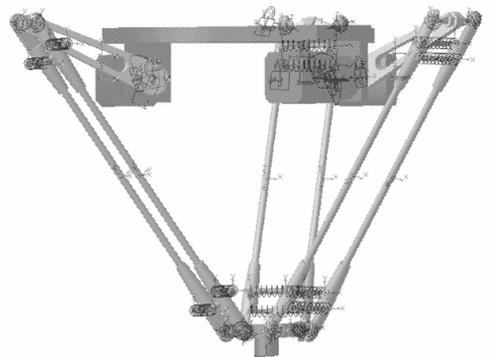


图 5 Delta 并联机器人模型

搭建好物理模型后, 还需将机械系统导出到 Matlab 软件中, 以实现并联机器人模型按照规划轨迹运动。为了简化模型集成过程, 将 Adams 与 Matlab 软件的起始位置设为同一文件夹。并在 Adams 中通过系统单元定义运动副驱动、测量传感器的表达式。这样通过 Adams Controls 选项导出的机械系统, 可以很好地实现软件间的联合。

通过 Matlab 命令行打开导出机械系统 Simulink 模型 adams_sub 模块, 在此基础上补充输入、处理和观

测模块，搭建好的仿真模型如图 6 所示。

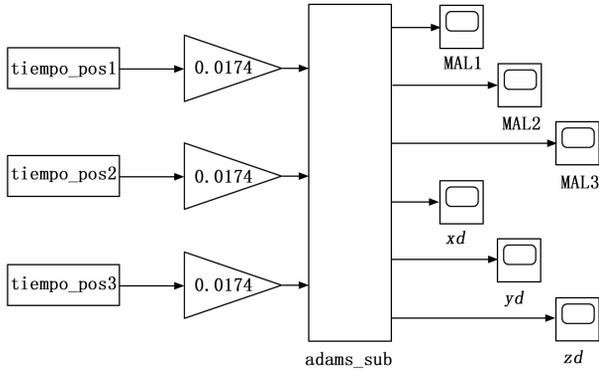


图 6 Simulink 仿真模型

在 Matlab 中编写逆运动学求解、关节运动特性生成函数。并在此基础上对关节角位移曲线进行采样，以生成仿真模型输入参数随时间变化的数值，结果以表格形式保存在 Matlab 工作区中，作为 Simulink 仿真模型的输入信号。表格中第一列数据表示运动过程中的时刻，从零时刻开始间隔 0.01 s 至运动结束；第二列数据表示运动进行到对应该行第一列时刻时，轴所处的位置。

至此，联合仿真平台的输入、处理、传递、演示和观测各个部分配置完成。在进行联合仿真时，将末端的轨迹节点的坐标依次写入 Matlab 主程序，通过调用编写好的函数，在其工作区中生成模型控制数据。在 Simulink 中通过 From Workspace 模块导入并进行处理，将其作为机械子系统的输入信号，以实现 Adams 中并联机器人模型各轴旋转副按照指定运动特性动作。在仿真过程中，通过 Scope 模块可以实时观察 Adams 中测量传感器数值的变化。

这样搭建的联合仿真平台，解决了以往学者搭建的联合仿真平台中，在 Simulink 中以 Step 模块为信号源、S-function 模块处理的模型信号处理、模块定义繁琐的问题。并且步进电机连接的主动臂关节运动特性不再局限于 Adams 软件中 STEP 驱动函数，可以灵活设定并联机器人模型中旋转副的运动特性，更简洁明了且具有良好的开放性。

4 实验部分

基于优化搭建的联合仿真平台，以多种关节运动特性曲线，开展并联机器人模型末端门型轨迹拾取运动，以验证前期工作在实际应用中的表现。

并联机器人末门型轨迹拾取实验预想轨迹如图 7 所示。

拾取运动分为 7 段，末端从 R_0 出发，以 $R_0 \rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_3 \rightarrow R_0$ 的顺序进行运动，完成工件的拾取与释放，并最终回到初始位置。

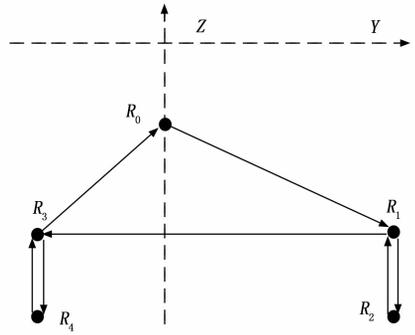


图 7 门型拾取轨迹示意图

在笛卡尔空间中，确定末端运动的节点坐标，结果如表 1 所示。

表 1 门型拾取轨迹节点坐标

节点	坐标
R_0	(0,0,-276)
R_1	(0,82,-320)
R_2	(0,82,-373.5)
R_3	(0,-25,-320)
R_4	(0,-25,-373.5)

利用 Matlab 逆运动学求解函数，得到节点状态对应的各轴主动臂与静平台夹角 θ_i ，结果如表 2 所示。

表 2 节点对应各轴夹角

节点	轴一夹角 θ_1	轴二夹角 θ_2	轴三夹角 θ_3
R_0	-16.61	-16.61	-16.61
R_1	26.76	-15.71	26.76
R_2	45.69	10.65	45.69
R_3	3.38	16.06	3.38
R_4	26.18	36.39	26.18

依照末端历经节点的先后顺序，依次调用控制信号生成函数，并整合所有运动段控制信号的第一列数据，以得到连续的整个运动控制信号。

将机械系统的信息导入 Matlab 工作区，运行 Simulink 中的仿真模型。可以在打开的 Adams 界面中，观察并联机器人模型的动作，并同时得到的末端轨迹如图 8 所示。

对图 8 中并联机器人模型的末端运动轨迹进行分析，模型各轴的运动同步使得其末端可以准确地历经各个节点，节点之间的路径基本上与预想的末端门型拾取轨迹吻合。

依据联合仿真搭建方法的不同，设置了实验对照组。将使用优化正弦加速度曲线、采用 From Workspace 模块的实验组称为联合仿真 1；使用 Step 模块作为信号源，S-function 模块处理，STEP 驱动函数的实验组称为联合仿真 3；在上一个基础上，对路径增加插值点，多次调用 STEP 函数的称为联合仿真 2。



图 8 Adams 中末端机构轨迹图

STEP 驱动函数与梯形加速度函数类似, 并且结合多次插值, 可以起到不错的参照作用。由于门型轨迹拾取实验设定的轨迹处于 YZ 平面, 轴三与轴一的角度变化情况相同, 所以不再赘述。

将所有实验组的传感器结果按测量对象归类并导出, 得到的仿真结果如图 9~13 所示。

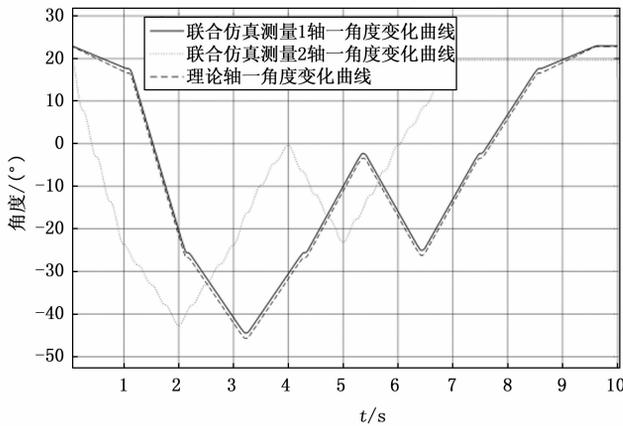


图 9 轴一夹角变化曲线图

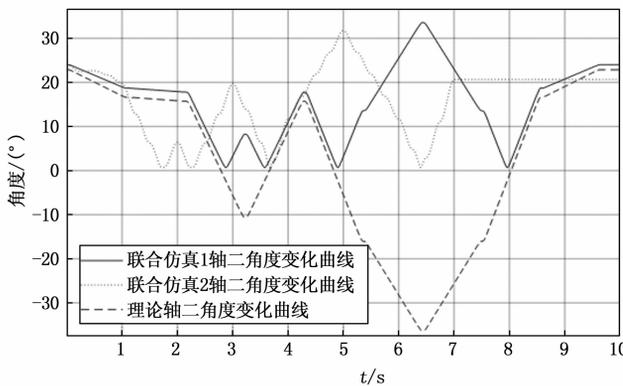


图 10 轴二夹角变化曲线图

图 9 和图 10 中, 虚线表示理想情况下各轴主动臂与静平台夹角 θ_i 的变化曲线, 点线表示联合仿真 2 所得

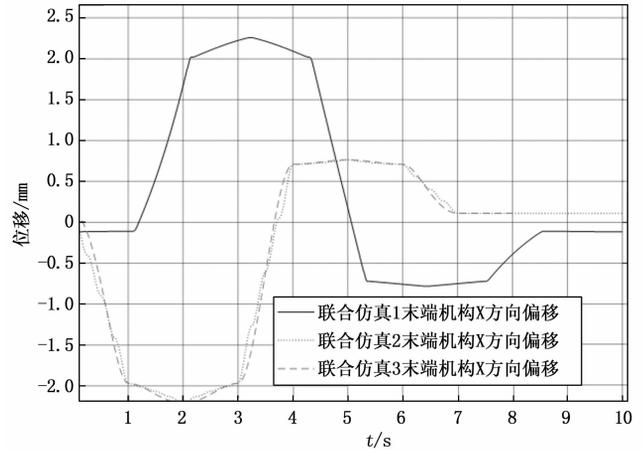


图 11 机构末端 X 方向位移变化曲线图

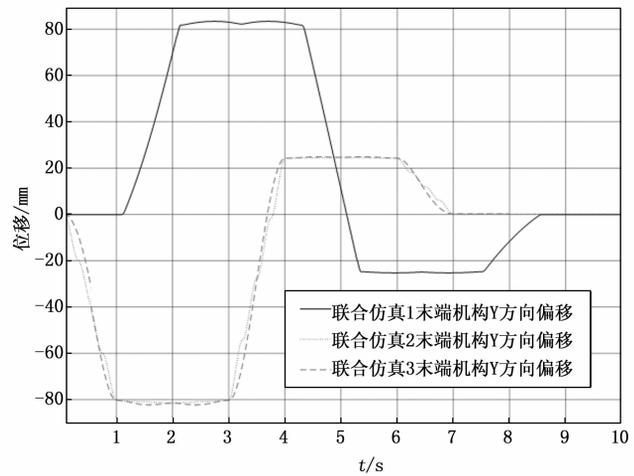


图 12 机构末端 Y 方向位移变化曲线图

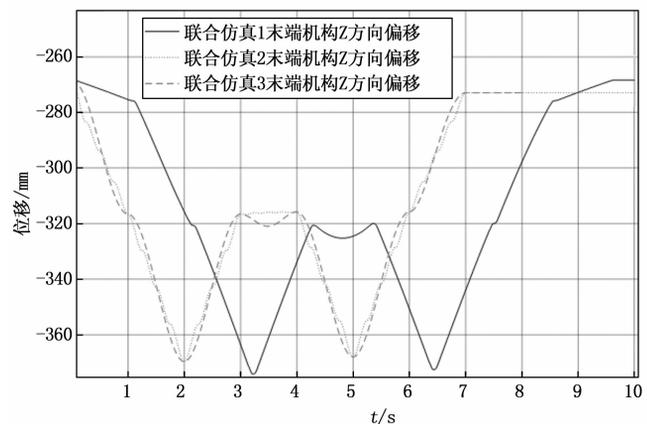


图 13 机构末端 Z 方向位移变化曲线图

到的各轴主动臂与静平台夹角 θ_i 变化曲线, 实线表示联合仿真 1 所得到的各轴主动臂与静平台夹角 θ_i 变化曲线。

在进行联合仿真 2, 3 后, 发现在装配零部件的过程中, 设置角度限制时, 忽略了主动臂工件的弧度。导

致了并联机器人模型中电机的初始位置与实际设备中电机的初始位置存在 -6.24° 的偏差, 从而影响了运动的精度。对此有两种解决方案, 一是在拾取运动前增加电机轴移动到实际初始位置的一步; 第二种是将 R_0 点坐标对应仿真模型初始状态进行修改。在进行联合仿真 1 时, 采用了第一种解决方案, 所以图 9 和图 10 中联合仿真 1 的曲线有些滞后。

在 Adams 软件中进行轴角度观测器设置时, 需要精确定义观测器所需的 3 个坐标, 这就对水平方向坐标点提出了很高的要求。在设定时存在微小偏差就使得观测器测量结果偏大且无法显示负值, 进而导致了图 9 中, 理论角度变化曲线与实际测量的角度变化曲线部分关于 $x=0$ 对称, 但不影响对照实验的测量结果的参考价值。

根据图 9 和图 10, 对仿真实验结果进行分析, 可以明显看出联合仿真 1 的电机轴运动更精准, 并且在运动方向发生改变时更平滑连贯。证明了应用优化正弦加速度曲线的关节轨迹规划具有更好的动态性能。

根据图 11~13, 对并联机器人模型末端在各坐标方向的位移进行分析。图 11 和图 12 中, 不同实验组的曲线幅值方向发生改变, 这是由于在进行联合仿真 1 时, 考虑了 Adams 中坐标系与设定坐标系方向上的差异。

由于拾取路径规划在 YZ 平面中, 理想情况下的末端机构在 X 方向的偏移应始终为 0。由图 11 分析所有实验组的实际测量曲线, 存在最大 2.3 mm 的偏差。但检查轴一与轴三在工作区中的控制信号, 并不存在不同步的问题。分析可能是在装配体模型导入 Adams 软件中时, 轴一与轴三初始位置不一致引起的, 并不影响实验价值, 可以通过调整装配体模型消除。

根据图 12 对所有实验组在轨迹节点处和节点间路径在 Y 方向的偏差进行分析。联合仿真 1 的偏差最大分别为 0.4 mm、1.3 mm; 联合仿真 2、3 的偏差最大分别为 1.6 mm、3.1 mm。

根据图 13 对所有实验组在轨迹节点处和节点间路径在 Z 方向的偏差进行分析, 联合仿真 1 的偏差最大分别为 0.9 mm、5.2 mm; 联合仿真 2 的偏差最大分别为 1.4 mm、2.7 mm; 联合仿真 3 的偏差最大分别为 1.7 mm、3.9 mm。

考虑传感器误差、状态配置的影响, 对上述结果进行分析。显然联合仿真 1 的抓取运动, 可以更加精准地到达各个轨迹节点, 并且轨迹更加平滑、连贯, 可以很好地完成对节点间路径无特殊要求的并联机器人末端点对点运动, 验证了加速度曲线与联合仿真平台的优化效果。

为验证运动学分析的准确性和联合仿真平台的真实性, 在实验室的 Delta 并联机器人设备上上进行门型轨迹

拾取实验。

通过配套的上位机软件, 完成 PLC 的设置、编程、操控和设备状态观测。同样按照图 7 所示的轨迹编写好梯形图, 下载并运行程序以控制并联机器人进行拾取运动, 并将实验过程中节点状态以图片形式记录, 如图 14 所示。

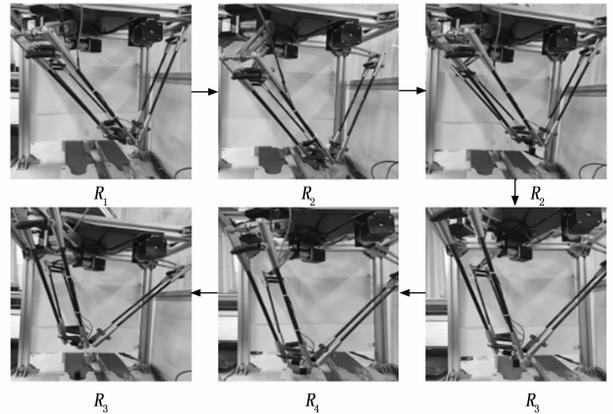


图 14 并联机器人门型轨迹拾取实验

根据图 14 可以看出实际设备的运动与联合仿真模型的运动保持一致。实验过程中, 当各轴步进电机运动到节点位置时, 对末端机构的坐标进行测量, 得到的结果与运动学分析的结果保持一致。

5 结束语

本文在充分了解并联机器人设备所有构件与工作原理的基础上, 利用几何法对并联机器人进行了运动学分析, 建立了正、逆运动学更简洁明了的模型和求解公式; 在此基础上以整个周期正弦函数对并联机器人关节运动加速度曲线进行优化, 并就冲击针对不同方法进行了对比分析。利用 Solidworks、Adams 软件建立了并联机器人刚柔耦合的三维模型, 并优化了并联机器人的联合仿真搭建方法。在联合仿真平台和实物设备上开展实验。实验结果证明了应用本文提出的优化正弦加速度曲线的并联机器人末端点对点运动更加精准和平稳, 联合仿真平台真实并且更开放灵活。

参考文献:

- [1] 工信部装备工业司. 《中国制造 2025》推动机器人发展 [J]. 机器人技术与应用, 2015 (3): 31-33.
- [2] LARYUSHKIN P, FOMIN A, ANTONOV A. Kinematic and singularity analysis of a 4-DOF Delta-type parallel robot [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2023, 45 (4): 218-235.
- [3] FANG Q, ZHANG J Y, SUN D Y, et al. Soft lightweight small-scale parallel robot with high-precision positioning [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,

2023, 28 (6): 3480 - 3491.

- [4] KAEWKORN S, JOOCHIM C, KEERATIWINTAKORN P, et al. Development of pick and place delta robot [C] //22nd International Conference on Interactive Collaborative Learning (ICL), Bangkok, Thailand, 2019; 475 - 486.
- [5] ANVARI Z, ATAEI P, MASOULEH MT. Collision-free workspace and kinetostatic performances of a 4-DOF delta parallel robot [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41 (2): 99 - 106.
- [6] AQUINO G, RUBIO J D, PACHECO J, et al. Novel nonlinear hypothesis for the delta parallel robot modeling [J]. IEEE Access, 2020, 8: 46324 - 46334.
- [7] BOUDJEDIR CE, BOURI M, BOUKHETALA D. Iterative learning control for trajectory tracking of a parallel delta robot [J]. At-Automatisierungstechnik, 2019, 67 (2): 145 - 156.
- [8] IDA E, BRIOT S, CARRICATO M. Natural oscillations of underactuated cable-driven parallel robots [J]. IEEE Access, 2021, 9: 71660 - 71672.
- [9] ZHANG S Y, DAI S L, ZANCHETTIN A M, et al. Trajectory planning based on non-convex global optimization for serial manipulators [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 84: 89 - 105.
- [10] 闫旺星. Delta 并联机器人运动学分析与路径优化 [D]. 太原: 中北大学, 2021.
- [11] 陈 原, 郭登辉, 田丽霞. 绳牵引刚柔式波浪补偿并联机构的设计与建模 [J]. 浙江大学学报 (工学版), 2021, 55 (5): 810 - 822.
- [12] 李万莉, 李官原, 朱福民. 解耦式精调机的正运动学建模与误差分析 [J]. 机电一体化, 2020, 26 (4): 3 - 12.
- [13] 丁培燎. DELTA 并联机器人运动学分析与控制系统研究 [D]. 太原: 中北大学, 2023.
- [14] HADFIELD H, WEI L, LASENBY J. The forward and

inverse kinematics of a Delta robot [C] //37th Computer Graphics International (CGI) Conference, 2020; 447 - 458.

- [15] LI Y, SHANG D Y, LIU Y. Kinematic modeling and error analysis of Delta robot considering parallelism error [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16 (5): 1 - 9.
- [16] KANSAL, S, MUKHERJEE S. Vision-based kinematic analysis of the Delta robot for object catching [J]. Robotica, 2021, 40 (6): 2010 - 2030.
- [17] 卢凌霄, 董乾鹏, 张天乐, 等. 机器人运动学与运动规划算法综述 [J]. 印刷与数字媒体技术研究, 2023 (5): 1 - 16.
- [18] 郭 勇, 赖 广. 工业机器人关节空间轨迹规划及优化研究综述 [J]. 机械传动, 2020, 44 (2): 154 - 165.
- [19] 王 昆, 王晓峰, 郝 潇. 基于 STFT 的微创手术机器人运动控制系统设计 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (5): 45 - 48.
- [20] ZHAO J, YANG G L, SHI H Y, et al. Virtual passive-joint space based time-optimal trajectory planning for a 4-DOF parallel manipulator [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2023, 8 (8): 5039 - 5046.
- [21] WANG L J, GAO G Y, ZHANG J B, et al. Trajectory planning and design of parallel robot based on solidworks and Adams [J]. International Core Journal of Engineering, 2019, 5 (12): 49 - 56.
- [22] 孙 丹. 三自由度 Delta 并联机器人拾取轨迹规划与仿真研究 [D]. 太原: 中北大学, 2023.
- [23] 祝新洋. Delta 高速并联机器人轨迹规划及联合仿真 [D]. 长沙: 湖南理工学院, 2023.
- [24] MENG Q Z, LIU X J, XIE F G. Design and development of a Schonflies-motion parallel robot with articulated platforms and closed-loop passive limbs [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2022; 77.

(上接第 177 页)

- [14] ZHANG K, XU J, CHEN H, et al. Jamming analysis and force control for flexible dual peg-in-hole assembly [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66 (3): 1930 - 1939.
- [15] 刘乃龙, 刘钊铭, 崔 龙, 等. 基于深度强化学习的仿真机器人轴孔装配研究 [J]. 计算机仿真, 2019, 36 (12): 296 - 301.
- [16] LI S D, YUAN X G, NIU J, et al. Robotic peg-in-hole assembly strategy research based on reinforcement learning algorithm [J]. Applied Sciences, 2022, 12 (21): 11149.

- [17] 申玉鑫, 刘晓明, 肖 逸, 等. 基于 PPO 算法的机器人轴孔装配控制与仿真 [J]. 机械, 2023, 50 (12): 74 - 80.
- [18] XU J, HOU Z, WANG W, et al. Feedback deep deterministic policy gradient with fuzzy reward for robotic multiple peg-in-hole assembly tasks [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15 (3): 1658 - 1667.
- [19] WHITNEY D E, GILBERT O L. Representation of geometric variations using matrix transforms for statistical tolerance analysis in assemblies [C] //Proceedings-IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1993, 2: 314 - 321.