

饱和输入下四旋翼无人机滑模轨迹跟踪控制

郑 潇, 文 颖, 丁佳雨, 仇 翔

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 为解决四旋翼无人机在饱和输入下的轨迹跟踪控制问题, 同时兼顾系统存在的参数不确定性和外部风力扰动影响, 设计了一种改进的抗干扰自适应鲁棒滑模控制方法; 基于六自由度架构, 设计四旋翼无人机简化的系统模型, 进而降低控制器设计的复杂程度; 引入带有误差信号的滑模函数, 设计带有误差信号的饱和补偿自适应控制律, 同时增加鲁棒控制项, 降低由于饱和输入问题带来的抖振影响, 并减小参数不确定和外部风力扰动对系统稳定性的影响; 系统模型与抗干扰自适应控制律相结合, 形成了改进的抗干扰自适应鲁棒滑模控制策略, 实现四旋翼无人机的位置轨迹和姿态轨迹的稳定跟踪; 最后通过数值仿真与传统PD控制算法进行仿真比较, 验证控制方法的有效性和优越性。

关键词: 饱和输入; 四旋翼; 轨迹跟踪; 滑模控制; 自适应控制

Sliding Mode Trajectory Tracking Control of Quadrotor UAV Under Input Saturation

ZHENG Xiao, WEN Ying, DING Jiayu, QIU Xiang

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: In order to solve the problem of trajectory tracking control of quadrotor UAV under saturated input, taking into account the parameter uncertainty of the system and the influence of external wind disturbance, an improved anti-jamming adaptive robust sliding mode control method is designed; Based on Six-degree-of-freedom architecture, a simplified system model of the quadrotor UAV is designed to reduce the complexity of controller; The sliding mode function with error signal is introduced to design a saturation compensation adaptive control law with error signal, and the robust control term is increased to reduce the chattering effect caused by the saturated input, which reduces the influence of parameter uncertainty and external wind disturbance on the system stability; The system model is combined with the anti-interference adaptive control law to form the improved the anti-jamming adaptive robust sliding mode control strategy, which realizes the stable tracking of the position and attitude trajectory of the quadrotor UAV. Finally, compared with the traditional PD control algorithm, the numerical simulation verifies the effectiveness and superiority of the control method.

Keywords: input saturation; quadrotor; trajectory tracking; sliding mode control; adaptive control

0 引言

四旋翼无人机以其小巧灵活、可无人自主飞行的特点, 被广泛应用于各种行业工作中, 例如空中监测、遥感处理、无线通信等^[1-3]。其呈现出非线性、强耦合、欠驱动的特性, 然而由于存在参数不确定、外部风力等因素造成的扰动问题以及电机转速限制造成的输入饱和问题, 开展四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制受到广泛的关注, 成为多方学者研究的热点。

国内外对于研究四旋翼无人机抗干扰控制问题已有许多研究, 文献[4-5]分别研究了存在外部风扰下的自适应终端滑模控制和具有状态相关增益的轨迹跟踪控制, 文献[6-7]在参数不确定因素影响下均提出一种自适应轨迹跟踪策略, 较好地提高了四旋翼无人机的抗干扰能力, 但是

上述的文献都仅从干扰角度对四旋翼系统进行研究, 缺乏对其输入饱和问题的考虑。

近年来, 针对四旋翼无人机输入饱和问题也已开展了一些研究, 文献[8]采用了带Nussbaum函数的反步方法设计一个先验有界转动子系统, 实现四旋翼在输入饱和和状态下的轨迹跟踪, 文献[9]将四旋翼模型解耦并构造为级联结构, 解决其输入约束下的控制问题, 但是这些方法都依赖于高精度的模型构造, 在模型参数无法准确获取时都是非常保守的, 文献[10-11]均提出一种结合辅助输入饱和和补偿的有限时间收敛反推控制器, 文献[12]考虑了在输入饱和、风力扰动下四旋翼无人机有限时间轨迹跟踪控制, 但是却缺少对参数不确定性等方面的综合考虑。

滑模变结构控制以其鲁棒性好、可靠性高的特点被广泛应用于运动控制中, 文献[13]提出了一种基于终端滑

收稿日期: 2022-05-24; 修回日期: 2022-06-27。

基金项目: 浙江省科技计划项目-重点研发(2020C03056); 浙江省属高校基本科研业务费项目(RF-C2020003)。

作者简介: 郑 潇(2001-), 男, 浙江乐清人, 大学本科, 主要从事自动化专业方向的研究。

引用格式: 郑 潇, 文 颖, 丁佳雨, 等. 饱和输入下四旋翼无人机滑模轨迹跟踪控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(1): 86-92.

模的四旋翼飞行器非线性轨迹跟踪控制方法, 将四旋翼模型分成 3 个子系统进行研究, 借助终端滑模实现有限时间状态误差收敛, 文献 [14] 提出一种反推鲁棒滑模控制方法, 但是却如同大多数一阶滑模控制方法一样引入了不可消除的抖动, 为消除一阶系统带来的抖动, 文献 [15-16] 进行了对高阶滑模控制器的研究, 在保持鲁棒性的同时抑制颤振, 但是由于高阶滑模控制方法复杂度高, 对高阶微分器有着更高的性能要求。随着硬件的发展, 四旋翼无人机的控制方法有了更进一步提升, 文献 [17] 提出了一种非线性连续终端滑动流形和一个快速到达定律并进行了环处理器 (PIL) 实验, 大幅提升了跟踪性能, 文献 [18] 提出的基于 USDE 设计的滑模控制器具有精确静态跟踪性能的快速动态响应, 但这些方法多依赖于高性能的硬件基础。

现代控制学中, 为提高系统的稳定性, 往往会采用增加扰动观测器的方法, 文献 [19] 提出了一种基于扰动观测器的机械臂自适应反演滑模控制, 利用非线性扰动观测器进行补偿, 文献 [20] 建立了一个自适应观测器来估计角速度和集中干扰, 有效实现了无角速度和柔性模态变量测量的柔性被控对象受外扰动的姿态稳定控制。

综合现有成果, 针对一类六自由度非线性不确定四旋翼无人机系统, 考虑输入饱和、参数不确定、外部风力扰动问题, 提出一种改进的抗干扰自适应鲁棒滑模控制策略。本文的主要工作包括: 1) 基于四旋翼无人机六自由度架构, 设计简化的系统模型, 将已知信号纳入回归矩阵, 将未知参数纳入参数矩阵, 提高问题分析的便捷性; 2) 设计带有误差信号的饱和补偿控制律, 大幅度降低由于输入饱和和问题带来的抖振; 3) 考虑参数不确定和外部风力扰动问题, 设计鲁棒控制项, 减小内外部扰动对系统稳定性的影响。最后采用 Matlab/Simulink 仿真平台与传统 PD 控制算法进行仿真比较, 验证本文控制策略的有效性和优越性。

1 问题描述

1.1 参考坐标系

如图 1 所示, 四旋翼无人机的数学模型是在地球固定坐标系上建立的, 地球固定坐标系在本文的意义中又可特指惯性坐标系, 与此同时, 又存在机体坐标系。惯性坐标系的原点 O_e 位于地面的某一点处, 其 x 轴正方向为地理意义上的东方, 其 y 轴正方向为地理意义上的北方, 其 z 轴正方向满足右手定则, 表示地理意义上垂直于水平面向上。四旋翼无人机的机体坐标系固定在四旋翼无人机的机体上, 其原点 O 位于四旋翼无人机的质心处, 其 x 轴位于旋翼 2 和旋翼 4 所连接的直线上, 且指向旋翼 4, 其 y 轴位于旋翼 1 和旋翼 3 所连接的直线上, 且指向旋翼 1, 其 z 轴与 x 轴、 y 轴满足右手定则, 垂直于四旋翼无人机机体向下。

1.2 飞行原理

四旋翼无人机不同于传统的固定翼无人机, 四旋翼无人机在飞行的过程中需要通过搭配 4 个旋翼的转速来实现

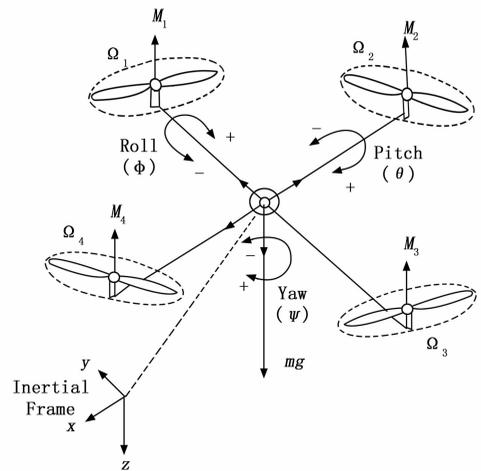


图 1 四旋翼无人机框架

各种飞行目标, 往往控制处于对角方向的两个旋翼保持相同方向的转矩, 在实验中, 取旋翼 1 和旋翼 3 两个旋翼的旋转方向为顺时针方向, 取旋翼 2 和旋翼 4 两个旋翼的旋转方向为逆时针方向。四旋翼无人机最基本的飞行目标动作为垂直方向飞行、滚转飞行、俯仰飞行、偏航飞行。

垂直飞行中, 四旋翼无人机沿地球固定坐标系中的 z 轴方向运动, 当旋翼 1 和旋翼 3 朝顺时针方向运动而旋翼 2 和旋翼 4 朝逆时针方向运动且 4 个旋翼的转速相同时, 将产生一个相对于机体的反扭矩, 进而产生一个竖直向上升力, 当 4 个旋翼的转速等幅度增加时, 相应的升力大小也随之线性增大。当升力大小超过四旋翼无人机机体重力大小时, 四旋翼无人机将竖直上升; 当升力大小小于四旋翼无人机机体重力大小时, 四旋翼无人机将竖直下降; 当升力大小等于四旋翼无人机机体重力大小时, 四旋翼无人机将处于悬停状态, 而悬停状态又可以分为自稳状态和定高状态, 根据四旋翼无人机飞行高度与所需要的飞行目标不同而改变。

滚转飞行中, 四旋翼无人机会绕着机体坐标系 x 轴旋转而做角运动。假设四旋翼无人机进行右方向的滚转运动, 通过降低旋翼 3 的电机转速、增加旋翼 1 的电机转速, 从而实现滚转角的变化, 但与此同时, 不能改变四旋翼无人机的总升力和总反扭转矩, 就需要将旋翼 3 的电机转矩减少量和旋翼 1 的电机转矩增加量保持一致, 进而使得四旋翼无人机在进行滚转运动的过程中, 让升力仅仅只产生一个在 y 轴方向上的分量, 从而产生在横向方向上的左右运动。

俯仰飞行中, 四旋翼无人机会绕着机体坐标系 y 轴旋转而做角运动。假设四旋翼无人机进行前方向的俯仰运动, 通过降低旋翼 2 的电机转速、增加旋翼 4 的电机转速, 从而实现俯仰角的变化, 但与此同时, 不能改变四旋翼无人机的总升力和总反扭转矩, 就需要将旋翼 2 的电机转矩减少量和旋翼 4 的电机转矩增加量保持一致, 进而使得四旋翼无人机在进行俯仰运动的过程中, 让升力仅仅只产生一个在 x 轴方向上的分量, 从而产生在纵向方向上的前后运动。

偏航飞行中,四旋翼无人机会绕着机体坐标系 z 轴旋转而做角运动。假设四旋翼无人机进行右前方向的偏航运动,通过降低旋翼 3 和旋翼 1 的电机转速、增加旋翼 2 和旋翼 4 的电机转速,从而实现偏航角的变化,但与此同时,不能改变四旋翼无人机的总升力和总反扭转矩,就需要将旋翼 3 与旋翼 1 的电机转矩减少量和旋翼 2 与旋翼 4 的电机转矩增加量保持一致,进而使得四旋翼无人机在进行偏航运动的过程中,让升力仅仅只产生一个仅让四旋翼无人机偏航角度改变的分量。

1.3 欠驱动系统

四旋翼无人机存在 6 个自由度,分别为 x 方向位置自由度、 y 轴方向位置自由度、 z 轴方向位置自由度、 Φ 滚转角姿态自由度、 θ 俯仰角姿态自由度、 Ψ 偏航角姿态自由度,而四旋翼无人机通过每个翼臂上的电机转矩形成对四旋翼无人机系统的控制输入,由于每个旋翼的翼臂上通常只有一个电机,即各个旋翼的电机转矩输入,因此只有 4 个控制输入,这种六自由度四输入的系统构成一个欠驱动的四旋翼无人机系统。在欠驱动的四旋翼无人机系统中,往往会出现多个自由度由一个控制输入进行控制或者多个自由度由多个控制输入耦合控制的情况,这些情况都会降低控制方法的控制精度,进而会影响四旋翼无人机飞行状态下的稳定性,抖振问题往往也由此产生,因此需要寻找或设计控制精度更加高的、能够降低颤振问题对四旋翼无人机系统影响的控制方法。

本文当中的四旋翼无人机控制系统中对部分自由度采用了一个控制输入控制一个自由度的方式,另一部分自由度采用了一个控制输入控制多个自由度的方式。针对一个控制输入控制了多个自由度的方式,在设计控制器的过程中要采用控制输入的分量形式,往往这种措施会增加控制器的复杂度,因此可以采用设置虚拟控制量的方式,将单一的控制输入拆分成 3 个虚拟的控制量,每一个虚拟控制量都由该控制量的某一分量或多个分量耦合构成,从而大幅降低控制器设计的难度。本文将 Φ 滚转角、 θ 俯仰角、 Ψ 偏航角分别由 U_ϕ 、 U_θ 、 U_ψ 电机控制输入加以控制,针对 x 方向位置自由度、 y 轴方向位置自由度、 z 轴方向位置自由度由 U_T 电机控制输入加以控制,在设计控制器的过程中将 U_T 电机控制输入拆分成 u_x 、 u_y 、 u_z 虚拟控制量,详细关系式可见下文描述,3 个虚拟控制量分别控制 x 方向位置自由度、 y 轴方向位置自由度、 z 轴方向位置自由度,从而在一定程度上也形成了一个控制输入控制一个自由度的控制方式,大大简化了所研究系统的复杂度,从而提升了控制器设计的便捷性。

1.4 数学模型

本文选取地球固定惯性坐标系来描述四旋翼无人机的运动状态,四旋翼无人机系统可以采用欧拉形式来建模。如图 1 所示,四旋翼无人机是由 4 个旋翼构成的十字钢架结构,每一个旋翼上装载一个电机提供控制输入,基于简化的转子模型^[21],利用转速矢量 $\omega \in R^4$,可以得到映射的控

制输入^[22]:

$$\begin{cases} U_T = H_f(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_\phi = lH_f(-\omega_2^2 + \omega_4^2) \\ U_\theta = lH_f(-\omega_1^2 + \omega_3^2) \\ U_\psi = H_m(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (1)$$

式中, ω_i 为第 i 个旋翼的螺旋桨转速, H_f 为阻力系数, H_m 为推力系数,满足 $H_f > 0$, $H_m > 0$, l 为质心到每个转子的距离, $U_T \in R$ 为推力大小, U_ϕ 、 U_θ 、 U_ψ 分别为滚转力大小、俯仰力大小、偏航力大小,以 $(U_T, U_\phi, U_\theta, U_\psi)$ 作为系统的实际控制输入。

四旋翼无人机的动力学模型可以用如下公式表示:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = U_T(\cos\phi\sin\theta\sin\psi + \sin\phi\sin\psi) - k_x\dot{x} - \tau_x \\ m\ddot{y} = U_T(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\sin\psi) - k_y\dot{y} - \tau_y \\ m\ddot{z} = U_T(\cos\theta\cos\phi) - mg - k_z\dot{z} - \tau_z \\ I_\phi\ddot{\phi} = lU_\phi + \dot{\theta}\dot{\psi}(I_\psi - I_\phi) - k_\phi\dot{\phi} - \tau_\phi \\ I_\theta\ddot{\theta} = lU_\theta + \dot{\phi}\dot{\psi}(I_\psi - I_\theta) - k_\theta\dot{\theta} - \tau_\theta \\ I_\psi\ddot{\psi} = U_\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}(I_\phi - I_\theta) - k_\psi\dot{\psi} - \tau_\psi \end{cases} \quad (2)$$

式中, I_ϕ 、 I_θ 、 I_ψ 分别代表绕机体坐标系的转动惯量, m 表示四旋翼无人机的质量, g 为重力加速度, k_i ($i = x, y, z, \phi, \theta, \psi$) 为系统内部不确定参数, τ_i ($i = x, y, z, \phi, \theta, \psi$) 表示外部扰动力,且满足:

$$\begin{cases} \tau_\phi = \dot{\phi}(\tau_x/I_\phi + \tau_y/I_\theta + \tau_z/I_\psi) \\ \tau_\theta = \dot{\theta}(\tau_x/I_\phi + \tau_y/I_\theta + \tau_z/I_\psi) \\ \tau_\psi = \dot{\psi}(\tau_x/I_\phi + \tau_y/I_\theta + \tau_z/I_\psi) \end{cases} \quad (3)$$

由模型 (2) 可知,四旋翼系统的位置控制信息均受推力大小 U_T 控制,为简化其平动动力学模型,定义平动动力学虚拟控制输入 u_x 、 u_y 、 u_z 满足:

$$\begin{cases} u_x = U_T(\cos\phi\sin\theta\sin\psi + \sin\phi\sin\psi) \\ u_y = U_T(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\sin\psi) \\ u_z = U_T(\cos\theta\cos\phi) \end{cases} \quad (4)$$

模型 (2) 考虑了在外力风力扰动下的四旋翼无人机系统模型,但在实际应用中,四旋翼无人机的外部扰动很难获取,因此本文参考文献 [23] 提出的四旋翼持续扰动信号模型,后续的控制通过自适应识别未知的持续扰动矢量,将扰动信号视为慢时变信号,进而将其导数设为零来补偿扰动的影响。

2 存在饱和输入的自适应鲁棒滑模控制器设计

本文分别设计了四旋翼无人机的位置控制器和姿态控制器,在此基础上,考虑外部风力扰动、参数不确定性和输入饱和问题,提出了一种改进的自适应鲁棒滑模控制器,该控制器通过引入鲁棒控制项来减小外部风力扰动和内部参数不确定性带来的影响,引入误差信号来修正补偿平动动力学和转动动力学的饱和现象所造成的抖振问题,使四旋翼系统在受到内外部干扰和输入饱和影响下快速达到稳定状态。

2.1 四旋翼系统

平动、转动子系统跟踪误差如下:

$$\begin{aligned} e_i &= \xi_i - \xi_{id}, \dot{e}_i = \dot{\xi}_i - \dot{\xi}_{id}, \\ i &= x, y, z, \varphi, \theta, \psi \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\xi_i, \dot{\xi}_i$ 为实际轨迹和相应的速度或角速度, $\xi_{id}, \dot{\xi}_{id}$ 为期望轨迹和相应的期望速度或期望角速度。

设计平动、转动滑模函数如下:

$$s_i = \dot{e}_i + \alpha_i e_i - \chi_i, i = x, y, z, \varphi, \theta, \psi \quad (6)$$

式中, α_i 为滑模面参数, 且满足 Hurwitz 条件为正, χ_i 为引入的辅助误差信号, 可以通过自适应变化减弱输入饱和带来的影响, 后续将对其自适应规律加以讨论。

针对平动滑模面, 做如下处理, 对时间 t 进行微分, 得到:

$$\dot{s}_i = \ddot{e}_i + \alpha_i \dot{e}_i - \dot{\chi}_i = \ddot{\xi}_i - (\ddot{\xi}_{id} - \alpha_i \dot{e}_i + \dot{\chi}_i) \quad (7)$$

结合式 (2) 和式 (7) 可以得到 x 和 y 方向模型为:

$$\begin{aligned} m\dot{s}_i &= m\ddot{\xi}_i - m(\ddot{\xi}_{id} - \alpha_i \dot{e}_i + \dot{\chi}_i) = \\ u_i - k_i \dot{\xi}_i - \tau_i - m(\ddot{\xi}_{id} - \alpha_i \dot{e}_i + \dot{\chi}_i), i &= x, y \end{aligned} \quad (8)$$

为了简便起见, 可将式 (8) 写成以下形式:

$$m\dot{s}_i = u_i - H_i \rho_i - m\dot{\chi}_i, i = x, y \quad (9)$$

式中, $H_i \in R^{1 \times 3}$ 为给定已知的回归矩阵,

$$H_i = [\dot{\xi}_i, 1, \ddot{\xi}_{id} - \alpha_i \dot{e}_i], i = x, y \quad (10)$$

$\rho_i \in R^{3 \times 1}$ 为未知参数向量:

$$\rho_i = [k_i, \tau_i, m]^T, i = x, y \quad (11)$$

同理, 依据式 (2) 和式 (7) 定义 z 方向的回归矩阵和参数向量:

$$H_z = [\dot{z}, 1, \ddot{\xi}_{zd} - \alpha_z \dot{e}_z + g] \quad (12)$$

$$\rho_z = [k_z, \tau_z, m]^T \quad (13)$$

因此, 带有参数不确定性和误差信号的平移子系统可表示如下:

$$m\dot{s}_i = u_i - H_i \rho_i - m\dot{\chi}_i, i = x, y, z \quad (14)$$

针对转动子系统, 结合式 (9) 和式 (2) 做相似的处理, 可以得到如下:

$$\begin{aligned} I_i \dot{s}_i &= g_i(\varphi, \theta, \psi) \bar{I}_i + l_i u_i - k_i l_i \dot{\xi}_i - \\ \tau_i - I_i(\ddot{\xi}_{id} - \alpha_i \dot{e}_i + \dot{\chi}_i), i &= \varphi, \theta, \psi \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $g_\varphi = \ddot{\theta}\dot{\psi}, g_\theta = \dot{\psi}\ddot{\varphi}, g_\psi = \dot{\varphi}\ddot{\theta}, \bar{I}_\varphi = I_\theta - I_\psi, \bar{I}_\theta = I_\psi - I_\varphi, \bar{I}_\psi = I_\varphi - I_\theta, l_\varphi = l, l_\theta = l, l_\psi = 1$, 为了简便起见, 将转动子系统写成如下形式:

$$I_i \dot{s}_i = l_i u_i - H_i \rho_i - I_i \dot{\chi}_i, i = \varphi, \theta, \psi \quad (16)$$

其中, 回归矩阵和未知参数向量为:

$$H_i = [-g_i(\varphi, \theta, \psi), l_i \dot{\xi}_i, 1, \ddot{\xi}_{id} - \alpha_i \dot{e}_i], i = \varphi, \theta, \psi \quad (17)$$

$$\rho_i = [\bar{I}_i, k_i, \tau_i, I_i]^T, i = \varphi, \theta, \psi \quad (18)$$

2.2 自适应鲁棒滑模控制器设计

由于在实际应用中翼臂电机的转速会受到限制, 控制输入 (2) 无法正常使用, 因此, 实际的控制输入受到如下饱和函数的约束:

$$u_i = \text{sat}(u_{iL}, \bar{u}_i, u_{iM}) = \begin{cases} u_{iL} & \bar{u}_i < u_{iL} \\ \bar{u}_i & u_{iL} < \bar{u}_i < u_{iM} \\ u_{iM} & \bar{u}_i > u_{iM} \end{cases} \quad (19)$$

式中, u_{iM}, u_{iL} 分别为 4 个控制输入的上限约束和下限约束, 如果不考虑饱和约束的影响, 一旦发生饱和现象, 对四旋

翼的轨迹跟踪误差就会增大, 从而导致滤波误差信号增大, 进而导致自适应律发生振荡。

考虑输入饱和、参数不确定性、外部风力扰动因素影响下, 设计自适应鲁棒滑模控制律:

$$\begin{cases} u_i = \text{sat}(u_{iL}, \bar{u}_i, u_{iM}) \\ \bar{u}_i = \bar{u}_{ic} + \bar{u}_{is} + \bar{u}_{id} \end{cases} \quad i = x, y, z \quad (20)$$

式 (20) 中, \bar{u}_{ic} 为理想控制律, 满足:

$$\bar{u}_{ic} = H_i \hat{\rho}_i - \mu_i s_i \quad (21)$$

式中, μ_i 表示理想控制器参数, $\hat{\rho}_i$ 表示未知参数向量的估计, 满足如下:

$$\dot{\hat{\rho}}_i = \int_0^t \Gamma_i H_i^T s_i d\tau, i = x, y, z \quad (22)$$

式 (20) 中, \bar{u}_{is} 为饱和补偿项, 满足:

$$\bar{u}_{is} = -\beta_i \chi_i, i = x, y, z \quad (23)$$

式中, β_i 为饱和补偿项参数, 辅助误差信号 χ_i 满足如下:

$$\dot{\chi}_i = -\frac{\beta_i}{m} \chi_i + \frac{u_i - \bar{u}_i}{m}, i = x, y, z \quad (24)$$

式 (20) 中, \bar{u}_{id} 为鲁棒控制项, 满足:

$$\bar{u}_{id} = -\delta_i \text{sgn}(s_i), i = x, y, z \quad (25)$$

式中, δ_i 为鲁棒控制项参数。

考虑到在实际环境中难以获取四旋翼无人机的精确物理参数, 比如质量 m , 转动惯量 $I_\varphi, I_\theta, I_\psi$, 因此, 基于这些参数的不变性与输入的边界性, 需要给出定义与约束。

定义 1: 定义四旋翼无人机质量的差比关系为 $\lambda_m = m/\hat{m} - 1$, 且已知差比关系边界值 λ_m^* , 满足 $\lambda_m^* > |\lambda_m| = |m/\hat{m} - 1|$, 同时依据式 (24), 存在饱和约束 $\bar{u}_{is}^* > |\beta_i \chi_i - u_i + \bar{u}_i|$, 且 $i = x, y, z$, 辅助误差信号 $\beta_i \chi_i$ 将随着 $u_i - \bar{u}_i$ 的变化而变化, 直到自适应误差为零, 因此, \bar{u}_{is}^* 将作为其饱和约束上界存在。

与上述设计过程类似, 转动子系统的自适应鲁棒滑模控制律设计如下:

$$\begin{cases} u_i = \text{sat}(u_{iL}, \bar{u}_i, u_{iM}) \\ \bar{u}_i = (\bar{u}_{ic} + \bar{u}_{is} + \bar{u}_{id})/l_i \end{cases} \quad i = \varphi, \theta, \psi \quad (26)$$

式中, 理想控制律 \bar{u}_{ic} 、饱和补偿项 \bar{u}_{is} 、鲁棒控制项 \bar{u}_{id} 满足如下:

$$\begin{cases} \bar{u}_{ic} = H_i \hat{\rho}_i - \mu_i s_i \\ \bar{u}_{is} = -\beta_i \chi_i \\ \bar{u}_{id} = -\delta_i \text{sgn}(s_i) \end{cases} \quad i = \varphi, \theta, \psi \quad (27)$$

式中, 未知参数向量的估计 $\hat{\rho}_i$ 和辅助误差信号 χ_i 满足如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\rho}}_i = \int_0^t \Gamma_i H_i^T s_i d\tau \\ \dot{\chi}_i = -\frac{\beta_i}{I_i} \chi_i + \frac{u_i - \bar{u}_i}{I_i} \end{cases} \quad i = \varphi, \theta, \psi \quad (28)$$

针对四旋翼无人机惯性参数不确定性和输入转矩饱和问题, 给出相应的定义与约束。

定义 2: 定义四旋翼无人机转动惯量的差比关系为 $\lambda_i = I_i/\hat{I}_i - 1$, 且已知差比关系边界值 λ_i^* , 满足 $\lambda_i^* > |\lambda_i| = |I_i/\hat{I}_i - 1|$, 同时依据式 (26), 存在饱和约束 $\bar{u}_{is}^* > |\beta_i \chi_i - u_i + \bar{u}_i|$, 且 $i = \varphi, \theta, \psi$, 辅助误差信号 $\beta_i \chi_i$ 将随着 u_i

$-\bar{u}_i$ 的变化而变化,直到自适应误差为零,因此, \bar{u}_i^* 将作为其饱和约束上界存在。

3 稳定性分析

依据位置子系统 (14) 和姿态子系统 (16), 可以得到四旋翼无人机整体系统:

$$\begin{cases} m\dot{s}_i = u_i - H_i\rho_i - m\dot{\chi}_i, i = x, y, z \\ I_i\dot{s}_i = l_i u_i - H_i\varphi_i - I_i\dot{\chi}_i, i = \varphi, \theta, \psi \end{cases} \quad (29)$$

定理 1: 考虑在定义 1 和定义 2 情况下, 系统 (28) 存在饱和输入、参数不确定、外部风力扰动问题, 在受到改进自适应鲁棒滑模控制器 (20)、(26) 控制下, 同时满足约束:

$$\begin{cases} \delta_i > \lambda_m^* \bar{u}_i^*, i = x, y, z \\ \delta_i > \lambda_i^* \bar{u}_i^*, i = \varphi, \theta, \psi \end{cases} \quad (30)$$

且理想控制器参数 $\mu_i > 0$, 饱和补偿项参数 $\beta_i > 0$, 可以实现对系统位置和姿态轨迹的稳定跟踪。

证明: 针对平动子系统, 设计 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2}ms_i^2 + \frac{1}{2}\bar{\rho}_i^T\Gamma_i^{-1}\bar{\rho}_i \quad i = x, y, z \quad (31)$$

式中, $\bar{\rho}_i$ 满足 $\bar{\rho}_i = \rho_i - \hat{\rho}_i$, 且依据式 (14) 和式 (22), 对上述式子求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_i m \dot{s}_i + \bar{\rho}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\bar{\rho}}_i = \\ &= s_i (u_i - H_i \hat{\rho}_i - m \dot{\chi}_i) + \bar{\rho}_i^T \Gamma_i^{-1} \Gamma_i H_i^T s_i = \\ &= s_i (u_i - H_i \hat{\rho}_i - m \dot{\chi}_i) \end{aligned} \quad (32)$$

考虑定义 1, 再将式 (20), 式 (24) 引入式中, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_i (u_i - H_i \hat{\rho}_i + \frac{m}{m}(\beta_i \chi_i - u_i + \bar{u}_i)) = \\ &= s_i (u_i - H_i \hat{\rho}_i + (\lambda_m + 1)(-u_i + \bar{u}_i)) = \\ &= s_i (\bar{u}_i - H_i \hat{\rho}_i + \beta_i \chi_i + \lambda_m (\beta_i \chi_i - u_i + \bar{u}_i)) = \\ &= s_i (H_i \hat{\rho}_i - \mu_i s_i - \beta_i \chi_i - \delta_i \text{sgn}(s_i) - \\ &= H_i \hat{\rho}_i + \beta_i \chi_i + \lambda_m (\beta_i \chi_i - u_i + \bar{u}_i)) = \\ &= -\mu_i s_i^2 - s_i \delta_i \text{sgn}(s_i) + \lambda_m (\beta_i \chi_i - u_i + \bar{u}_i) s_i \leq \\ &= -\mu_i s_i^2 - \delta_i |s_i| + \lambda_m^* u_i^* |s_i| = \\ &= -\mu_i s_i^2 + |s_i| (\lambda_m^* u_i^* - \delta_i) \leq -\mu_i s_i^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

针对转动子系统, 设计 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2}I_i s_i^2 + \frac{1}{2}\bar{\rho}_i^T\Gamma_i^{-1}\bar{\rho}_i \quad i = \varphi, \theta, \psi \quad (34)$$

对上述式子求导, 考虑定义 2, 再将式 (26~28) 代入求导后的式子中, 可以得到相似的结果:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\mu_i s_i^2 - \delta_i |s_i| + \lambda_i^* u_i^* |s_i| = \\ &= -\mu_i s_i^2 + |s_i| (\lambda_i^* u_i^* - \delta_i) \leq -\mu_i s_i^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (35)$$

当 $\dot{V} \equiv 0$ 时, 满足 $s_i \equiv 0, \bar{\rho}_i \equiv 0, \dot{\rho}_i \equiv 0$, 根据 LaSalle 不变性原理, 在满足 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_i \rightarrow 0, e_i \rightarrow 0, \dot{e}_i \rightarrow 0, \bar{\rho}_i \rightarrow 0$, 四旋翼无人机系统渐近稳定, 则在输入饱和、参数不确定、外部风力扰动影响下, 四旋翼无人机受本文控制律控制可以实现对其轨迹的稳定跟踪。

4 仿真结果与分析

为了验证本文方法的有效性, 利用了 MATLAB/Simulink 进行仿真。在仿真过程中, 四旋翼系统的具体参数参考

文献 [24] 在表 1~2 给出。

表 1 模型参数和仿真初始化参数

参量	大小	单位
转动惯量 I_φ	0.004	kg/m ²
转动惯量 I_θ	0.004	kg/m ²
转动惯量 I_ψ	0.008 4	kg/m ²
四旋翼质量 m	0.74	kg
臂翼长度 l	0.2	m
重力加速度 g	9.81	m/s ²

表 2 控制参数

参数	数值
δ_i	(0.25, 0.25, 0.25, 0.5, 0.5, 0.5) $i = x, y, z, \varphi, \theta, \psi$
μ_i	(15, 15, 15, 10, 10, 10) $i = x, y, z, \varphi, \theta, \psi$
β_i	(10, 10, 10, 5, 5, 5) $i = x, y, z, \varphi, \theta, \psi$
τ_i	(1, 1, 1, 1, 1, 1) $i = x, y, z, \varphi, \theta, \psi$
k_i	(0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5) $i = x, y, z, \varphi, \theta, \psi$

从仿真开始就存在参数不确定增益, 给出参数不确定增益 $k_i = 0.5 (i = x, y, z, \Phi, \theta, \Psi)$, 并给出外部风力扰动如下: $\tau_x = 1 \text{ N}$ 在 $t = 5 \text{ s}$ 时, $\tau_y = 1 \text{ N}$ 在 $t = 15 \text{ s}$ 时, $\tau_z = 1 \text{ N}$ 在 $t = 25 \text{ s}$ 时, $\tau_\varphi = 1 \text{ Nm}$ 在 $t = 10 \text{ s}$, $\tau_\theta = 1 \text{ Nm}$ 在 $t = 20 \text{ s}$, $\tau_\psi = 1 \text{ Nm}$ 在 $t = 30 \text{ s}$ 时。做 PD 算法和本文改进自适应鲁棒滑模控制策略的对比实验, 同时针对四旋翼无人机的平动子系统和偏航角, 选取理想位置参考轨迹和理想偏航角参考轨迹:

$$\begin{aligned} &[\xi_{xd}, \xi_{yd}, \xi_{zd}, \xi_{\varphi d}] = \\ &(0.1 \sin(t + \pi/6), 0.1 \sin(t + \pi/3), 0.1 \sin t, 0.1 \sin(t + \pi/2)] \end{aligned} \quad (36)$$

作为输入轨迹, 理想滚转角轨迹和理想俯仰角轨迹依据输入轨迹而生成, 仿真结果如下。

图 2 至图 7 的仿真结果图分别显示了四旋翼无人机给定理想轨迹、PD 控制算法下的实时轨迹、本文控制方法下的实时轨迹。从图 2 至图 7 的仿真结果图可以看出, 在开始时刻 PD 算法和本文算法的跟踪效果都略有波动, 但都可以快速达到稳定跟踪, 且本文提出的方法反应速度更快, 能够实现更加快速达到稳定跟踪的效果; 从图 2 和图 4 可以看出, 四旋翼无人机在 x 方向和 z 方向上的跟踪效果较好, 本文方法和 PD 控制方法在这两个自由度方向上跟踪性能相近; 从图 3、图 5、图 6、图 7 可以看出, 在 y 方向和 3 个姿态角轨迹跟踪上, 本文控制方法明显优于 PD 控制方法, 且由于较大的跟踪误差, PD 控制方法容易受饱和输入影响而无法实现稳定跟踪控制, 而本文提出的方法降低了前期的跟踪误差, 较好地解决了存在饱和输入和内外干扰影响

下的抖振问题。

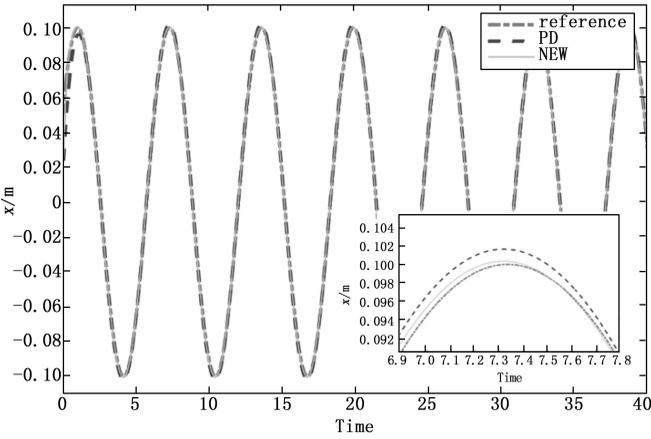


图 2 x 方向轨迹跟踪

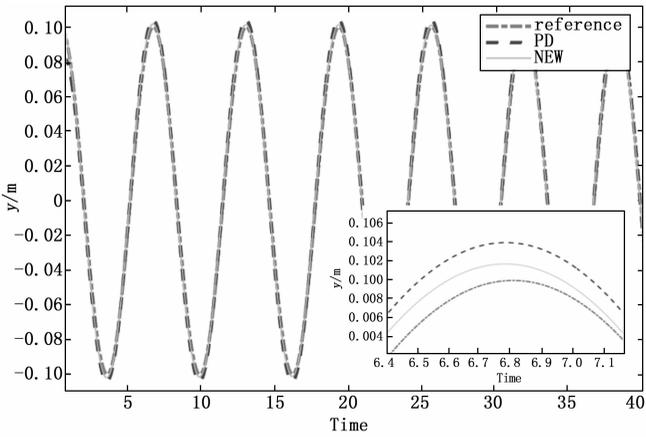


图 3 y 方向轨迹跟踪

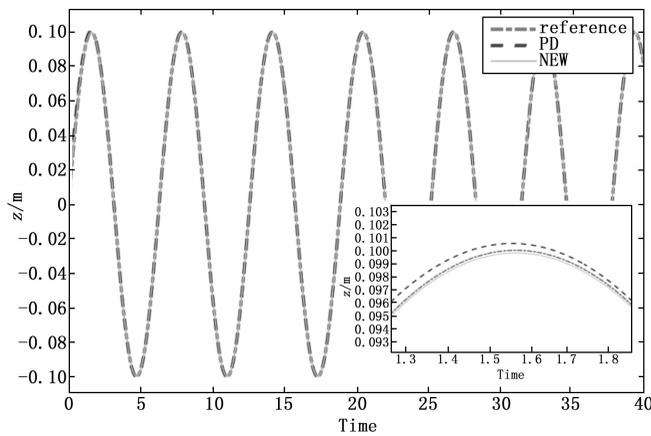


图 4 z 方向轨迹跟踪

且从仿真结果图中可以看出, 无论是在开始阶段还是趋近稳定阶段, 本文提出的控制算法相较于 PD 控制方法都具有更好的跟踪性能, 且跟踪速度更快, 最终能够实现跟踪误差减小为零。从以上结果说明: 本文提出的一种改进的自适应鲁棒滑模控制策略可以有效降低饱和输入问题带来的抖振现象、减小参数不确定和外部风力扰动对系统稳定性的影

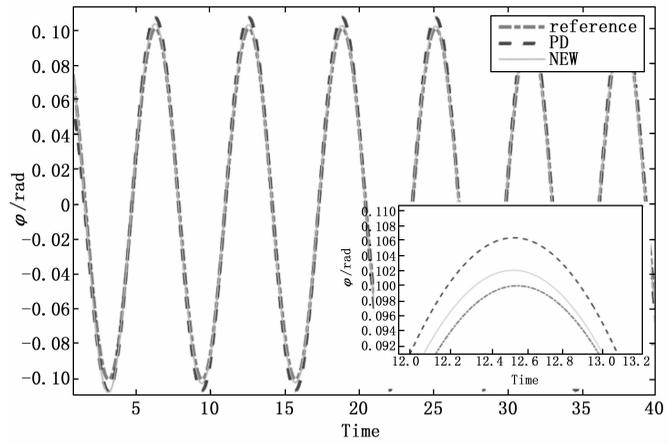


图 5 φ 姿态轨迹跟踪

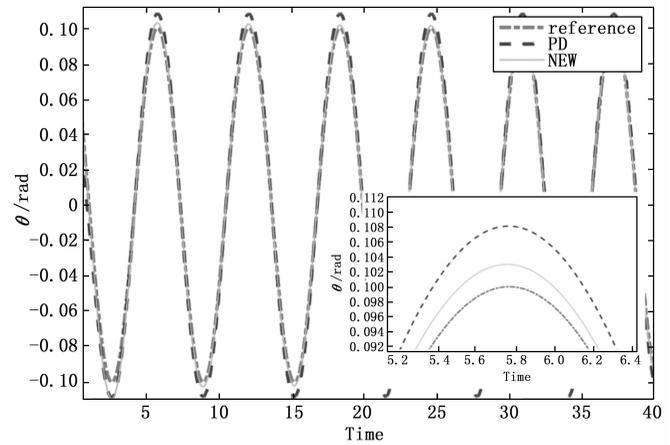


图 6 θ 姿态轨迹跟踪

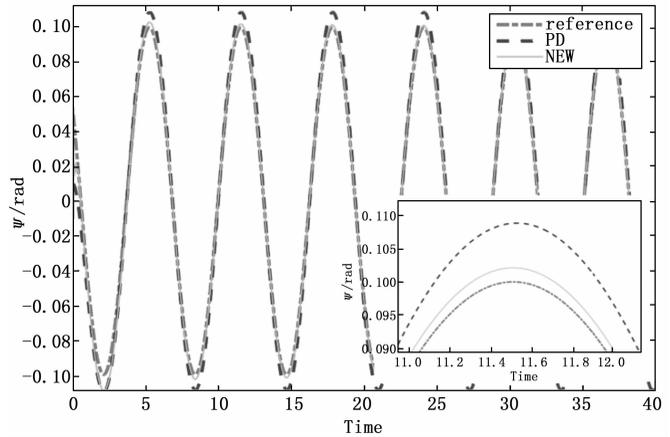


图 7 ψ 姿态轨迹跟踪

响, 实现在饱和输入、参数不确定及外部风力扰动影响下四旋翼无人机位置和姿态轨迹信息的稳定高效跟踪。

5 结束语

本文为了解决四旋翼无人机在飞行过程中的轨迹跟踪控制问题, 并且考虑到四旋翼无人机存在饱和输入、参数不确定、外部风力扰动影响, 提出一种改进的抗干扰自适应

应鲁棒滑模控制策略。本文基于四旋翼无人机六自由度架构,设计简化的系统模型,将已知信号纳入回归矩阵,将未知参数纳入参数矩阵,使问题分析更加便捷。本文引入了带有误差信号的滑模函数,同时设计饱和补偿控制律且同样带有误差信号,进而大幅度降低由于输入饱和问题带来的抖振;并考虑参数不确定和外部风力扰动问题,为此设计鲁棒控制项,进一步减小内外部扰动对系统稳定性的影响。最后通过 Matlab/Simulink 仿真平台与传统 PD 控制算法进行比较,首先验证了本文方法能够实现对四旋翼无人机 6 个自由度轨迹跟踪控制问题上的收敛性,能够实现稳定的轨迹跟踪控制,并且也验证了该方法具有较好的抗干扰性,相较于传统方法反应速度更快,性能更佳,具有很强的实用性,未来的研究工作是在实际应用中应用和验证这种新的控制方法。

参考文献:

- [1] JEONGHOON K, JONG H P, YUNSICK S. Emerging ICT UAV applications and services: Design of surveillance UAVs [J]. *International Journal of Communication Systems*, 2019, 34 (2): 402301 - 402310.
- [2] YAO H, QIN R J, CHEN X Y. Unmanned aerial vehicle for remote sensing applications — A review [J]. *Remote Sensing*, 2019, 11 (12): 144301 - 144322.
- [3] PETER J B. Demonstration and application of diffusive and ballistic wave propagation for drone-to-ground and drone-to-drone wireless communications [J]. *Scientific Reports*, 2020, 10: 1478201 - 1478212.
- [4] OMID M, SALEH M, WING K W. Adaptive terminal sliding mode control for attitude and position tracking control of quadrotor UAVs in the existence of external disturbance [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 3428 - 3440.
- [5] GABRIELE P, DENIS E, JEAN M B, et al. Trajectory tracking for a quadrotor under wind perturbations: sliding mode control with state-dependent gains [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355 (12): 4809 - 4838.
- [6] ZOU Y, ZHU B. Adaptive trajectory tracking controller for quadrotor systems subject to parametric uncertainties [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354 (15): 6724 - 6746.
- [7] GIANLUCA A, ELISABETTAVC, FILIPPO A, et al. Adaptive trajectory tracking for quadrotor MAVs in presence of parameter uncertainties and external disturbances [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26 (1): 248 - 254.
- [8] WANG R, LIU J K. Trajectory tracking control of a 6-DOF quadrotor UAV with input saturation via backstepping [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355 (7): 3288 - 3309.
- [9] TRONG T T, SHU Z S, HE W, et al. Trajectory tracking control of a quadrotor aerial vehicle in the presence of input constraints [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2018, 16: 2966 - 2976.
- [10] JIANG T, LIN D F, SONG T. Finite-time backstepping control for quadrotors with disturbances and input constraints [J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 62037 - 62049.
- [11] ZHOU J, CHENG Y Y, DU H B, et al. Active finite-time disturbance rejection control for attitude tracking of quad-rotor under input saturation [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 357 (16): 11153 - 11170.
- [12] OMID M, SALEH M. Adaptive finite-time backstepping global sliding mode tracker of quadrotor UAVs under model uncertainty, wind perturbation, and Input Saturation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 58 (1): 140 - 151.
- [13] 李忠林. 基于终端滑模的四旋翼飞行器非线性轨迹跟踪控制 [J]. *计算机测量与控制*, 2021, 29 (3): 151 - 156.
- [14] DHAFER J A. Robust backstepping sliding mode control for a quadrotor trajectory tracking application [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 5515 - 5525.
- [15] LIU L, ZHENG W X, DING S H. An adaptive SOSM controller design by using a sliding-mode-based filter and its application to buck converter [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2020, 67 (7): 2409 - 2418.
- [16] LIU L, DING S H, YU X H. Second-order sliding mode control design subject to an asymmetric output constraint [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68 (4): 1278 - 1282.
- [17] OMAR M, JAMSHED I, XIE X M, et al. Robust finite-time trajectory tracking control of quadrotor aircraft via terminal sliding mode-based active ant disturbance approach: A PIL experiment [J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021, 2021: 1 - 28.
- [18] XU L X, SHAO X L, ZHANG W D. USDE-based continuous sliding mode control for quadrotor attitude regulation: Method and application [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 64153 - 64164.
- [19] 司彦娜, 普杰信, 张松灿. 基于扰动观测器的机械臂自适应反演滑模控制 [J]. *计算机测量与控制*, 2018, 26 (8): 102 - 105, 118.
- [20] XU Y T, WU A G, ZHU Q H, et al. Observer-based Sliding Mode Control for Flexible Spacecraft with External Disturbance [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 32477 - 32484.
- [21] SONG Y, LUO B, MENG Q H. A rotor-aerodynamics-based wind estimation method using a quadrotor [J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29 (2): 25801 - 25812.
- [22] ABDELHAMID T, STEPHEN M. Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14 (3): 562 - 571.
- [23] GUILHERME V R, MANUEL G O, FRANCISCO R R. An integral predictive/nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter [J]. *Automatica*, 2010, 46: 29 - 39.
- [24] LI S S, WANG Y N, YAN J H. Adaptive and robust control of quadrotor aircrafts with input saturation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89: 255 - 265.