文章编号:1671-4598(2022)08-0103-08 DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2022.08.017 中图分类号:TP391.9 文献标识码:A

# 超混沌 Lü 系统同步控制与应用

郭 栋[1],白 超[2]
(1.陕西国防工业职业技术学院 智能制造学院,西安 710300;
2.西安工业大学 电子信息工程学院,西安 710021)

**摘要**:为提高混沌系统在加密算法的不可预测性和同步性能,采用状态反馈控制方法构造了一个新的超混沌 Lü 系统,通过分析该系统的平衡点性质、李亚普诺夫指数、功率谱和耗散性等指标证明了混沌吸引子的存在性,验证了所提超混沌系统具有更复杂的动力学行为;根据李亚普诺夫稳定原理,从理论上讨论了状态反馈控制方法实现超混沌同步的充分必要条件,并根据其条件进一步构造了超混沌 Lü 系统状态反馈同步控制器,仿真结果表明所提同步方案具有良好的噪声鲁棒性,并利用硬件电路实验验证了同步结果的正确性;将所提的超混沌 Lü 系统和对应的同步方案应用于保密通信方案中,展现出了所提方案的工程应用潜力。

**关键词**:混沌系统;超混沌 Lü 系统;动力学行为;Lyapunov 稳定原理关键词;保密通信

# Synchronization for a Hyper-chaotic Lü System and Its Application

GUO Dong[1], BAI Chao[2]
(1. School of Intelligent Manufacturing, Shaanxi Institute of Technology, Xi'an 710300, China;
2. School of Electronical and Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

**Abstract**: In order to improve the unpredictability and synchronization performance of chaotic system in encryption algorithm, a hyper-chaotic Lü system with hyper-chaotic attractors has been proposed by the method of the state feedback control. The properties of equilibrium point of the system, Lyapunov exponent spectrum, power spectrum and dissipation are analyzed to demonstrate that attractors are indeed hyper-chaotic, the more complex dynamic behavior of the hyper-chaotic system is verified. In addition, basing on the Lyapunov theory, the sufficient and necessary conditions of state feedback control method is proposed to achieve hyper-chaotic synchronization in theoretically. The state feedback synchronous controller is designed for the hyper-chaotic Lü system with these conditions. The simulation results show that the synchronous scheme has good noise robustness, and the correctness of the synchronous result is verified by the experiment of the hardware circuit. Finally, the hyper-chaotic Lü system and synchronous scheme are applied to the secure communication system and show the application potential in the engineering.

**Keywords**: chaotic system; hyper-chaotic Lü system; dynamic behavior; Lyapunov theory; secure communication

## 0 引言

自从 20 世纪 90 年代 OGY 混沌控制方法[1]和混沌同步方法[2]提出以来,混沌学研究在诸如通信[3-4]、控制[5-6]、医学[7]、光学[8]、天气预报[9]等领域取得了迅猛发展[10]。混沌信号以其不可预测性、初值敏感性、伪随机性、非周期性、遍历性、易产生等特点天然适用于保密通信领域,尤其是利用混沌特点进行图像加密是密码学和通信领域的研究热点。研究混沌保密通信理论及其在工程领域的技术应用对于具有重要的科学意义和理论价值。

目前混沌保密通信可以分为直接利用混沌保密通信和混沌同步保密通信两大类。直接利用混沌保密通信最早由 Matthews 提出[11],其原理在于通过混沌映射产生伪随机序列与明文二进制信息相乘或异或进行加密,但是量化后的离散混沌映射恶化了混沌特性,甚至完全丧失混沌特点,将产生具有周期的极限环[12],并且依赖于计算机精度,容易被逆向破解[13]。基于混沌同步保密通信性能由保密方式、混沌信号复杂程度、混沌同步控制方法三方面决定:1)混沌同步保密通信的保密方式主要分为混沌掩盖、混沌参数调制、混沌键控三小类。混沌掩盖最早由 Oppenheim[14]和 Kocarev[15]等提出,该方案在传输信号低频段失真较大,容易被延时嵌入法[16]破解。混沌参数调制法由 Halle[17]和 Halser[18]提出,具有更好的保密能力,但是仍然可以被多步非线性预测法[19]、自适应同步法[20]破解。混沌键控法由 Dedieu[21]等提出,将二进制信息映射到不同的混沌吸引子以实现保密通信,该方案可以通过使用短期过零率分析法破解[22];2)混沌保密通信方案的混沌信号既可以由低维混沌系统产生,也可以由高维混沌系统产生。低维混沌系统具有明显的计算开销,但是它容易被混沌动力学重构和回归映射方案破解,降低了混沌系

**收稿日期**:2022-03-03; **修回日期**:2022-03-31。
**基金项目**:博士后科学基金项目(2020M673349)。
**作者简介**:郭 栋(1988-),男,陕西西安人,硕士,讲师,主要从事智能信息处理与保密通信技术方向的研究。
**引用格式**:郭 栋,白 超.超混沌 Lü 系统同步控制与应用[J].计算机测量与控制,2022,30(8):103-110.

统难以获得令人满意的保密性能。与低维混沌系统相比，超混沌系统通常通过低维混沌系统引入新的状态向量[23]或者加入延迟反馈[24]获得，具有两个及以上的李亚普诺夫指数和更复杂的动力学行为。通常高维混沌系统相比低维混沌系统具有更好的随机性，数据分布更均匀，参数空间更大，可以有效提高混沌保密通信的抗破译性能，在保密通信和信息安全领域具有更高的实用价值；3）基于混沌同步的保密通信方案完全依赖于接收端和发射端振子间的同步程度，目前典型的混沌同步方法有驱动响应同步法[25]，该方案作为最早提出的同步方案虽然对部分非线性系统无法使用，但是为其他方案的提出奠定了基础。主动被动同步法[26]具有更广泛的适用性，但其性能主要由所选择的驱动信号决定。状态反馈同步法[27]利用当前系统的变量与控制目标间的误差进行反馈控制实现两个混沌系统的同步，具有普遍适用性。但是该方案需要目标系统状态可观可控。脉冲同步法[28]相对于其他同步方案降低了发射信息的冗余，但是所需的同步时间较长，精度有限，难以应用于噪声信道中。自适应控制同步方法[29]可以自动调整系统的参数，减少未知因素的影响，达到较好的控制效果，但是该方案控制函数的建立较为困难，限制了实际应用。单向耦合同步方法[30]，此类同步方案依赖于混沌系统间的耦合强度，只要两个混沌系统的耦合强度足够强，就可以实现混沌同步。如文献［30］中应用单向耦合同步的方法研究了分数阶超混沌系统的自同步现象，并开展了基于该耦合同步的混沌掩盖保密通信方案研究。然而，现有的混沌保密通信方案大多仅适用于理想信道，而较少关注于噪声信道下的保密性能，尤其是噪声信道使得发射端和接收端混沌系统的鲁棒同步问题难以解决。

本文基于三维自治 Lü 混沌系统，采用状态反馈控制器设计了一种超混沌 Lü 系统，通过分析所提系统的平衡点性质、李亚普诺夫指数、功率谱和耗散性等，证明了所提系统相较于 Lorenz 系统，Chen 系统，Chua 系统等典型的混沌系统具有更强的局部分离性和更复杂的动力学特性，系统的随机性和不确定性都大大增强，难以用相空间重构法破解。然后根据李亚普诺夫指数稳定定理设计了线性反馈控制器，实现了两个超混沌系统的同步算法。不仅通过理论分析和数值仿真验证了所提超混沌系统及其同步方法的正确性和有效性。此外，利用硬件电路实验验证了同步结果的正确性，表明所提方案具有较快的同步速度和噪声鲁棒性，易于实际电路的实现。最后将提出的超混沌系统应用在保密通信中，并给出了相应的分析，显示出了所提混沌系统及其同步方案在保密通信领域的应用潜力。

## 1 混沌 Lü 系统模型及其动力学特性

### 1.1 混沌 Lü 系统数学模型

典型 Lü 系统动力学方程如式（1）所示：

$$\begin{cases}\dot{x}=a(y-x)\\ \dot{y}=-xz+cy\\ \dot{z}=xy-bz\end{cases}\tag{1}$$

其中：$x$，$y$ 和 $z$ 分别为系统变量，$a$，$b$ 和 $c$ 为系统参数。当参数在特定范围内，此系统可以分别呈现混沌、周期和稳定状态。在此基础上，通过采用延迟反馈控制器可以产生 Li－Yorke 意义下的混沌系统[31]，在对系统方程（1）施加反馈控制器 $k_1w$，$k_2w$，$k_3w$，并设 $\dot{w}=y-x$，可以得到新的超混沌系统方程如式（2）所示：

$$\begin{cases}\dot{x}=a(y-x)+k_1w\\ \dot{y}=-xz+cy+k_2w\\ \dot{z}=xy-bz+k_3w\\ \dot{w}=y-x\end{cases}\tag{2}$$

当选择系统参数为 $a=36$，$b=3$，$c=20$，反馈增益为 $k_1=1$，$k_2=0.2$，$k_3=0.3$ 时。系统将呈现超混沌吸引子的现象，如图 1 示，其中图 1（a）表示混沌吸引子相轨迹在 $x-y$ 平面上的投影，图 1（b）混沌吸引子相轨迹在 $y-z$ 平面上的投影，图 1（c）混沌吸引子相轨迹在 $x-z$ 平面上的投影，图 1（d）表示混沌吸引子在 $x-y-z$ 三维空间上的相轨迹。

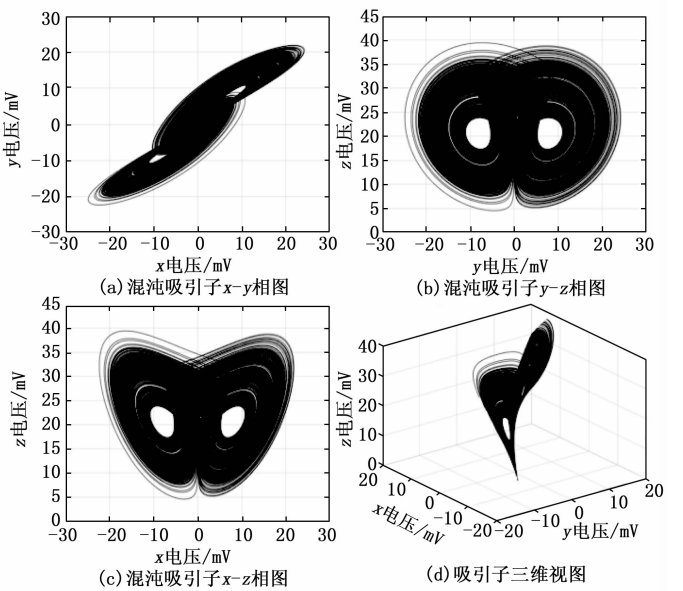



图 1 参数为 $a=36$，$b=3$，$c=20$，$k_1=1$，$k_2=0.2$，$k_3=0.3$ 时，超混沌 Lü 系统在平衡点处的超混沌吸引子

### 1.2 特征参量分析

1.2.1 耗散性

对于超混沌系统式（2）有：

$$\nabla V=\frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1}+\frac{\partial \dot{y}_1}{\partial y_1}+\frac{\partial \dot{z}_1}{\partial z_1}+\frac{\partial \dot{w}_1}{\partial w_1}=-a-b+c\tag{3}$$

当 $a=36$，$b=3$，$c=20$ 时，$\Delta V=-19<0$。因此，提出的超混沌系统（2）为耗散系统，即当系统状态演化时间 $t\to\infty$ 时，包含系统运动轨道的每个小体积元以 $e^{-19t}$ 速率收敛，此时系统表现出混沌吸引子特性。

1.2.2 平衡点及其稳定性

令式（2）中 $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=\dot{w}=0$，可以得到吸引子具有

的 3 个平衡点分别为：

$$\begin{cases} O_0 = (0,0,0,0) \\ O_+ = (x_0, y_0, z_0, 0) \\ O_- = (-x_0, -y_0, z_0, 0) \end{cases} \tag{4}$$

其中：$x_0 = y_0 = \sqrt{bc}, z_0 = c$。超混沌系统（2）在平衡点 $O_+$ 处的雅克比矩阵为：

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & k_1 \\ -z & c & -x & k_2 \\ y & x & -b & k_3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其对应的特征多项式为：

$$\lambda^4 + (a+b-c)\lambda^3 + (ab + k_1 - k_2)\lambda^2 +$$

$$(\sqrt{bc}k_3 + 2abc + b(k_1 - k_2))\lambda + 2bck_1 = 0$$

可以解得 $O_+$ 处雅克比矩阵的特征根为 $\lambda_1 = -22.656\ 4$，$\lambda_{2,3} = -1.829\ 6 \pm 13.689\ 5\ i$，$\lambda_4 = -0.002\ 8$。由此可得，$O_+$ 为鞍焦点，即为不稳定平衡点。由于平衡点 $O_-$ 与 $O_+$ 的对称特性，故 $O_-$ 亦为不稳定鞍焦点。因此，随着系统时间演化，系统轨迹逐渐远离不稳定的平衡点 $O_-$ 与 $O_+$，而趋于稳定的平衡点 $O_0$。

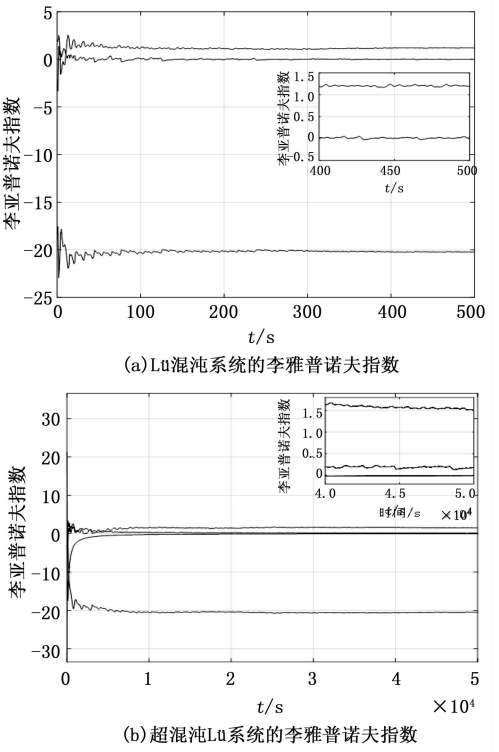
1.2.3　李亚普诺夫指数和功率谱

在状态空间内，混沌吸引子的相邻轨迹之间呈现彼此排斥的趋势，并以指数分离。李亚普诺夫指数（LE）是对轨线收缩和扩张的定量描述，因此混沌动力学特性经常通过李亚普诺夫指数来分析，它是表征混沌系统运动状态的重要特征指数。当式（1）中系统参数为 $a=36$，$b=3$，$c=20$ 时，式（1）表现出混沌系统特性；当式（2）中系统参数为 $a=36$，$b=3$，$c=20$，$k_1=1$，$k_2=0.2$，$k_3=0.3$ 时，式（2）表现出混沌系统特性；式（1）和式（2）表示的混沌系统的李亚普诺夫指数谱分别如图 2（a）和图 2（b）所示。其中系统（1）得到的李亚普诺夫指数分别是 1.259 7，0 和 −20.299 8，设计的超混沌系统（2）得到的李亚普诺夫指数为 1.505，0.183 8，−0.007 3，−20.461 5。可以看到，相较于混沌系统（1），更高维的超混沌系统（2）具有两个正的李亚普诺夫指数，并且系统（2）的正 Lyapunov 指数比系统（1）更大。因此，可以确定在当前参数下，系统（2）处于超混沌状态，并且所提出的超混沌系统相较于系统（1）具有更复杂的动力学行为。超混沌 Lü 系统（2）的功率谱如图 3 所示，可见所提系统具有非常丰富的频率特征，没有表现出明显的单峰或少量多峰，即具有宽频谱特性，符号混沌序列特点。

## 2　超混沌 Lü 系统混沌吸引子的线性反馈控制同步

### 2.1　超混沌 Lü 系统同步稳定性理论

利用线性反馈控制可以设计超混沌系统式（2）的同步方案，同步设计如下：设驱动系统为超混沌系统（2），则受控的响应系统为：




(a) Lü混沌系统的李雅普诺夫指数

(b) 超混沌Lü系统的李雅普诺夫指数

图 2　混沌系统 Lyapunov 指数谱

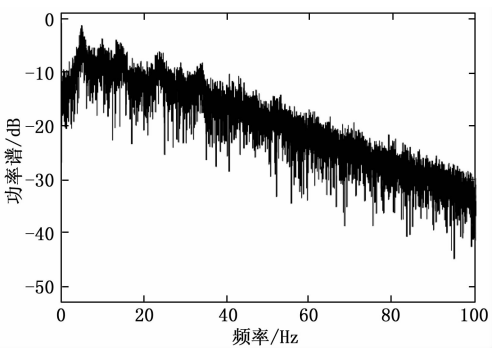



图 3　超混沌 Lü 系统 $x(t)$ 时间序列的功率谱

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(y_1 - x_1) + k'_1 w_1 + u_1 \\ \dot{y}_1 = cy_1 - x_1 z_1 + k'_2 w_1 + u_2 \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - bz_1 + k'_3 w_1 + u_3 \\ \dot{w}_1 = y_1 - x_1 + u_4 \end{cases} \tag{5}$$

其中：$U(t) = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T \in R^n$ 为同步控制器，受控系统的参数为 $a=36$，$b=3$，$c=20$，$k_1=1$，$k_2=0.2$，$k_3=0.3$。设系统的同步误差为 $e_1 = x_1 - x$，$e_2 = y_1 - y$，$e_3 = z_1 - z$，$e_4 = w_1 - w$，则驱动系统（2）与响应系统（5）的同步误差为：

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = a(e_2 - e_1) + k_1 e_4 + u_1 \\ \dot{e}_2 = ce_2 - x_1 z_1 + xz + k_2 e_4 + u_2 \\ \dot{e}_3 = x_1 y_1 - xy - be_3 + k_3 e_4 + u_3 \\ \dot{e}_4 = e_2 - e_1 + u_4 \end{cases} \tag{6}$$

那么驱动系统与响应系统的同步问题转化为讨论误差系统的稳定性问题。为了分析证明误差系统一致渐进稳定，给出如下定理：

定理 1：对响应系统（5），若控制器 $U(t)=[u_1, u_2, u_3, u_4]^T$ 中存在一个控制系数 $p$ 使得驱动系统与响应系统同步，那么控制系数 $p$ 需满足条件 $p<-c$。

证明：

设计的同步方案中选择的控制规律为：

$$\begin{cases} u_1 = k_1 e_4 - a e_2 \\ u_2 = p e_2 + e_1(z+e_3) + x e_3 - k_2 e_4 \\ u_3 = -e_1(y+e_2) - x e_2 - k_3 e_4 \\ u_4 = e_1 - e_2 - e_4 \end{cases} \tag{7}$$

将式（7）代入式（6）中，化简得到：

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -a e_1 \\ \dot{e}_2 = (c+p) e_2 \\ \dot{e}_3 = -b e_3 \\ \dot{e}_4 = -e_4 \end{cases} \tag{8}$$

对误差系统（8）构造李亚普诺夫函数，如下：

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) \tag{9}$$

对 $V$ 求导数得：

$$\dot{V} = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 + e_4\dot{e}_4 = -a e_1^2 + (c+p) e_2^2 - b e_3^2 - e_4^2 \tag{10}$$

显然，只需选取合适的控制系数 $p$ 满足 $p<-c$，即可得到 $V\geqslant 0$，$\dot{V}<0$ 成立。根据李亚普诺夫函数稳定性定理可知，在状态反馈矩阵控制器（7）作用下，误差系统全局稳定。因此，从理论分析可知超混沌系统（2）和式（5）的响应系统可以实现完全同步。

证毕。

### 2.2 同步仿真研究

混沌信号由于其长期不可预测性和随机性常被当作随机数信号源而应用到保密通信领域。为了验证上述状态反馈控制器的有效性，本文将系统（2）作为驱动系统，系统（5）作为响应系统，仿真验证加入状态反馈的同步性能。对于未加入状态反馈控制器的系统，随着时间的推移，即使两个相同的混沌系统，未来的运动轨迹也会由于微小扰动、积分截断误差、系统热噪声等因素而呈现出完全不同的状态。数值仿真中，选取驱动和响应系统的参数 $a=36$，$b=3$，$c=20$，$k_1=1$，$k_2=0.2$，$k_3=0.3$。驱动系统（2）和响应系统（5）的初值分别设为 $x(0)=1$，$y(0)=1$，$z(0)=1$，$w(0)=5$；$x_1(0)=10$，$y_1(0)=2$，$z_1(0)=10$，$w_1(0)=-10$。在响应系统中加入状态反馈控制器，当选择控制系数 $p=-25$ 时，仿真结果如图 4 所示，其中 $x$，$y$，$z$，$w$ 以点划线表示，代表驱动系统的运动轨迹，$x_1$，$y_1$，$z_1$，$w_1$ 以虚线表示，代表响应系统的运动轨迹。可以看到，在经过短暂的过渡状态后，驱动系统的 $x$，$y$，$z$，$w$ 状态轨迹逐渐与响应系统的 $x_1$，$y_1$，$z_1$，$w_1$ 状态轨迹重合，实现了两个超混沌系统的完全同步。

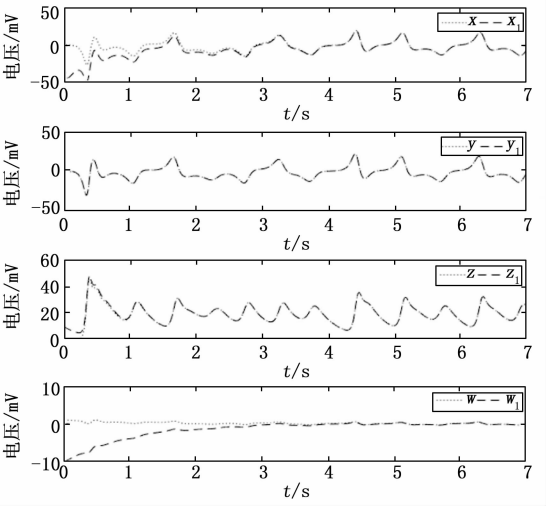



图 4 状态反馈控制下系统状态变量

为了进一步验证所提同步方案的优越性，分别仿真量化分析了文献［32］方案与所提方案在理想信道下与高斯信道下的同步性能对比。设驱动系统与响应系统的均方跟误差定义为：

$$E = \frac{1}{4}\sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} \tag{11}$$

仿真结果如图 5 所示，其中图 5（a）和图 5（b）分别为理想信道和高斯信道下的系统均方误差，实线为所提方案均方误差，虚线为对比方案均方误差。从图 5（a）中可以看到，在理想信道下，采用文献［32］同步方案与所提同步方案，在经过短暂的瞬态过程后均可以实现响应系统与驱动系统完全同步。然而，驱动系统与响应系统达到完全同步所需的时间不同，所提方案的同步实现时间明显小于文献［32］方案。为了验证同步方案的抗噪声能力，在同步过程中加入了信噪比为 10 dB 的高斯白噪声，系统均方误差如图 5（b）所示，可以明显看到对比方案的同步均方误差大于所提方案。在混沌保密通信方案中，发射端和接收端混沌系统的同步程度直接决定了解密性能，更小的均方根误差意味着更好的同步性能和更优的解密结果。图 5

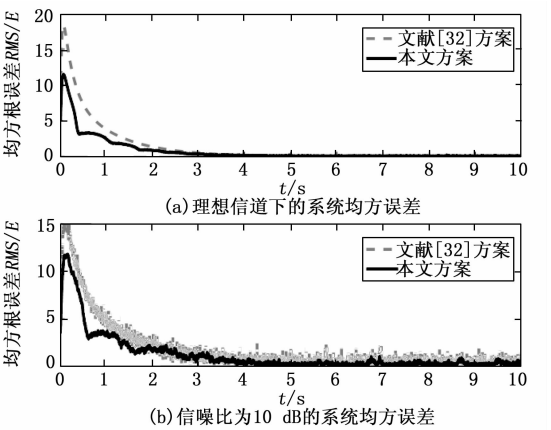



图 5 系统均方误差

的仿真结果表明，所提方案相较于对比方案，不仅具有更短的瞬态同步过程，而且具有更好的噪声鲁棒性，显示出设计的同步方案在噪声环境下实现保密通信的应用潜力。

## 3　超混沌 Lü 系统同步控制电路设计

### 3.1　超混沌 Lü 系统电路设计

超混沌电路的实现方式通常由模拟电路完成，这里采用运算放大器 ADA4700-1，模拟乘法器 AD633 设计该系统电路。设计的超混沌 Lü 系统如图 6 所示，其中电子元器件参数如表 1 所示。

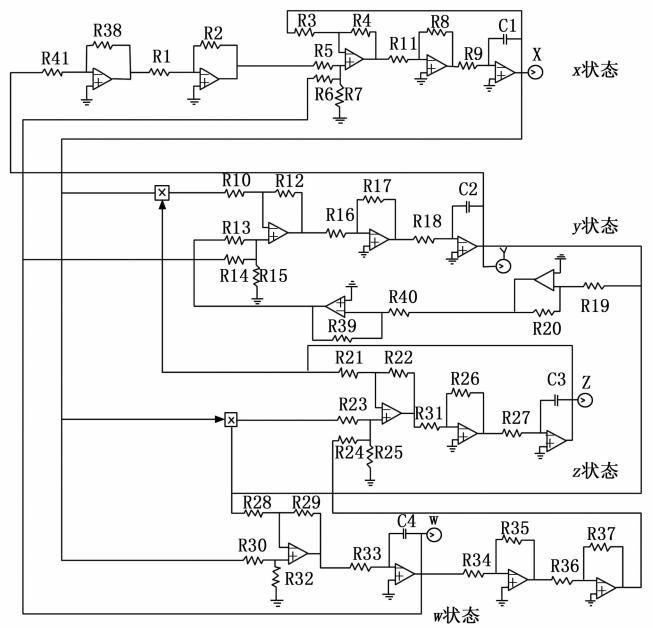



图 6　超混沌 Lü 系统电路图

表 1　混沌系统电路参数

| 序号 | 参数名 | 参数值 |
|---|---|---|
| 1 | $R_1$，$R_3$，$R_5$，$R_7$，$R_8$，$R_{10}$，$R_{11}$，$R_{12}$，$R_{13}$，$R_{16}$，$R_{17}$，$R_{19}$，$R_{20}$，$R_{21}$，$R_{23}$，$R_{26}$，$R_{28}$，$R_{29}$，$R_{30}$，$R_{31}$，$R_{32}$，$R_{33}$，$R_{34}$，$R_{35}$，$R_{36}$，$R_{38}$，$R_{40}$，$R_{41}$ | 1 kΩ |
| 2 | $R_2$ | 2 kΩ |
| 3 | $R_4$ | 360 kΩ |
| 4 | $R_6$ | 180 kΩ |
| 5 | $R_9$ | 10 00 MΩ |
| 6 | $R_{14}$ $R_{14}$ | 200 Ω |
| 7 | $R_{15}$ $R_{15}$ | 23 Ω |
| 8 | $R_{18}$，$R_{27}$，$R_{33}$ | 100 MΩ |
| 9 | $R_{22}$，$R_{37}$ | 3 kΩ |
| 10 | $R_{24}$ | 10 kΩ |
| 11 | $R_{25}$ | 345 Ω |
| 12 | $R_{39}$ | 494.79 kΩ |
| 13 | $C_1$，$C_2$，$C_3$ | 10 000 pF |

通过 PSIM 的示波器观察到的超混沌吸引子如图 7 所示，其中图 7（a），图 7（b）和图 7（c）分别为 $x-y$，$x-z$，$y-z$ 截面的混沌吸引子相图。对比图 7 的 PSIM 实验结果和图 1 的仿真结果，可以看到电路实验结果与仿真基本相符，验证了电路实现的准确性。

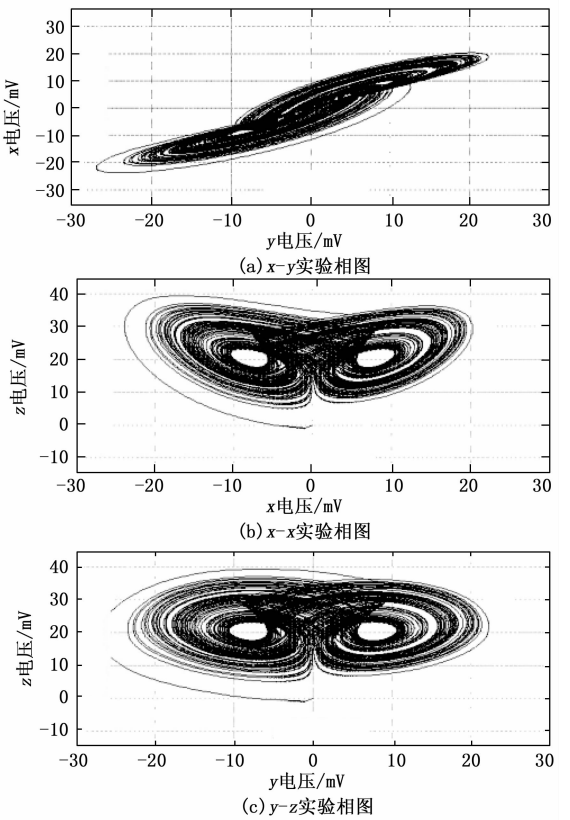



图 7　超混沌 Lü 系统吸引子实验结果

### 3.2　状态反馈控制电路及实验仿真结果

依据式（5）～（8）提出的状态反馈控制器，设计对应的状态反馈控制电路，使驱动电路与响应电路达到同步。控制电路如图 8 所示，其中图 8（a）是状态反馈控制器 $u_1$，图 8（b）是状态反馈控制器 $u_2$，图 8（c）是状态反馈控制器 $u_3$，图 8（d）是状态反馈控制器 $u_4$。驱动系统电路通过设计的状态反馈控制器连接至响应系统。两个系统的时间序列和同步误差的实验结果如图 9 所示，其中图 9（a）～（d）分别是在状态反馈控制下的驱动电路时间序列（$x$，$y$，$z$，$w$）和响应电路时间序列（$x_1$，$y_1$，$z_1$，$w_1$）以及它们的误差（$e_1$，$e_2$，$e_3$，$e_4$）。由图 9 中实验结果可得，在经过瞬态过程后，驱动电路的 4 个系统状态和响应电路的对应状态达到完全同步。从图中可以看到电路设计实现的结果与数值仿真结果相吻合，设计的状态反馈控制器能较好地实现设计的超混沌系统同步，从而说明超混沌 Lü 系统及其同步方案的有效性和可行性。所提的超混沌系统和对应的同步方案可以使用简单的模拟电路实现，便于实际保密通信系统的搭建。

## 4　超混沌 Lü 系统保密通信方案及实验结果分析

为了验证提出的超混沌 Lü 系统和状态同步方案可以应

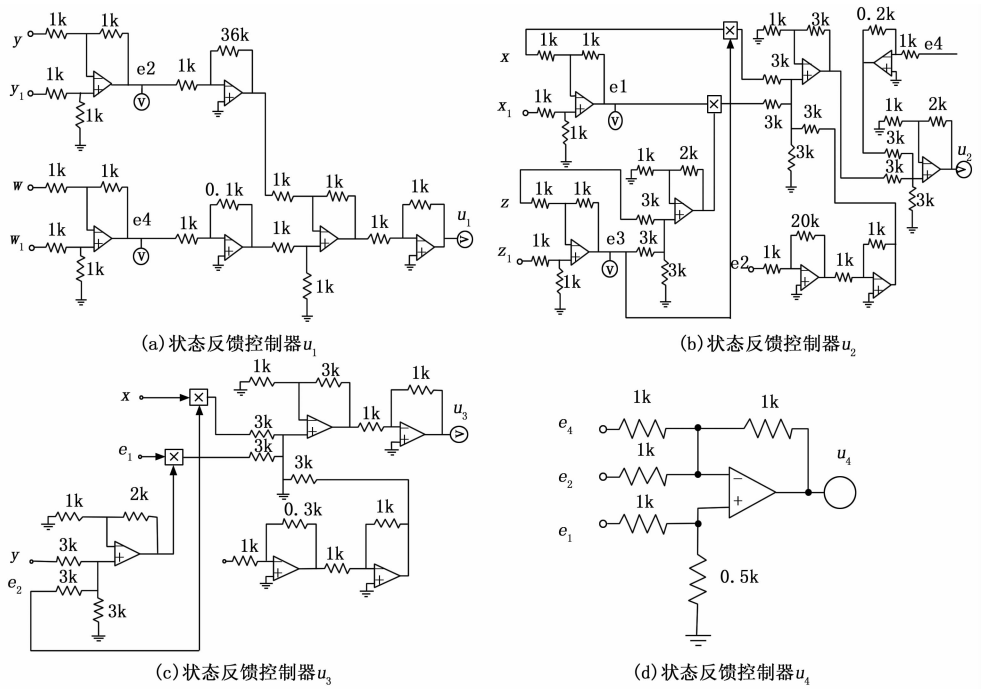



图 8 同步控制系统原理图

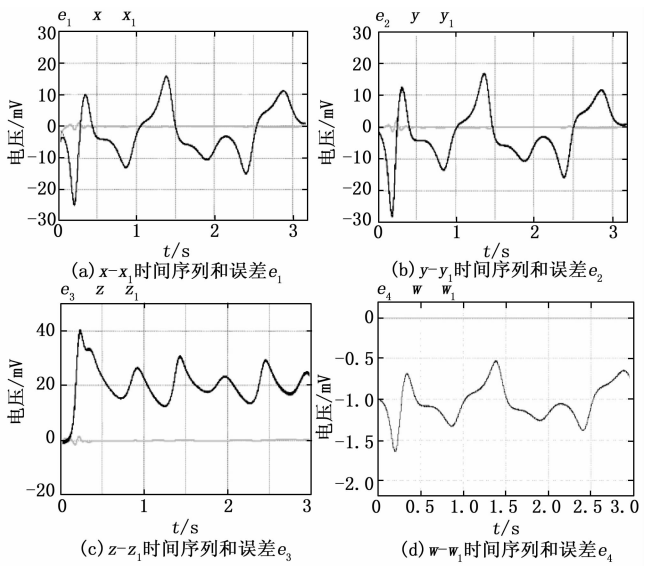



图 9 状态反馈控制下的时间序列

用于混沌保密通信领域，本节提出一种简单的保密通信方案用以加密待发送的数字明文信息，其基本思路是在发射端利用混沌信号类随机性与二进制明文信息异或以掩盖明文信息并生成加密信号，达到对待传输信息的加密要求。经过加密的传输信号在公共信道传输到达接收端后，在接收端利用混沌同步方法，产生与发射端混沌信号相同的同步信号，进行发射端加密的逆操作，进而恢复传输信息。实验硬件平台采用 Artix7XC7A35TA7Xilinx FPGA，OV5640 摄像头、RGB LCD 液晶屏，保密通信系统硬件结构如图 10 所示。

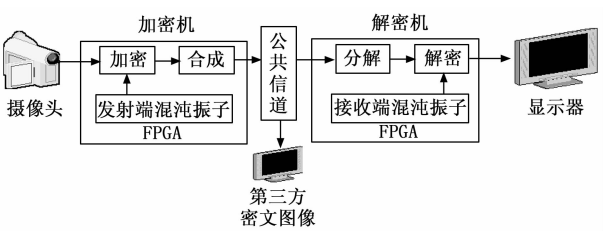



图 10 混沌保密通信实验系统结构图

摄像头将拍摄到的图像转化成明文信号发送至加密机 FPGA 中，发射端加密机将明文信息与超混沌系统产生的混沌信号经过异或加密处理，发送至公共信道中。接收端将从公共信道中接收到的信号送入接收端中，接收端解密机按照加密逆规则解密信息，发射端和接收端的混沌振子由式（2）和式（5）的超混沌系统构成，并通过设计的线性反馈控制同步方法实现超混沌系统同步。实验结果如图 11 所示，图 11（a）是摄像头拍摄的明文图像，图 11（b）是公共信道中传输的经过加密机加密的密文图像。为了测试所提加密方案的噪声鲁棒性，采用不同的接收信噪比接收信号，图 11（c）～（e）是接收端不同信噪比下经过解密机解密的恢复图像，其中图 11（c）是无噪声时的解密图像，图 11（d）是信噪比为 15 dB 时的恢复图像，图 11（e）是信噪比为 5 dB 时的恢复图像，图 11（f）是信噪比为 5 dB 时采用文献［32］同步方案的恢复图像。对比图 11（c）～（e）可以看到，由于公共信道中噪声的影响，混沌同步性能恶化，导致解密发生错误。随着接收端信噪比的降低，恢复图像的椒盐噪声快速增加。图 11（e）和图 11（f）分别为所提方案和文献［32］同步方案在相同信噪比下的恢

复图像，可以看到采用本文方案的恢复图像虽然具有明显的椒盐噪声，但是恢复图像仍然能通过人眼准确地识别。采用对比文献中同步方案的恢复图像，在未知明文图像的前提下，基本无法准确识别。上述实验证实了本文方案相比对比方案具有更好地抗噪声性能。基于状态反馈控制器可以有效地实现保密通信，不但可以很好恢复出加密信号，而且具有较高地同步速度，展现出了所提超混沌吸引子及其同步控制方案在保密通信中的应用潜力。

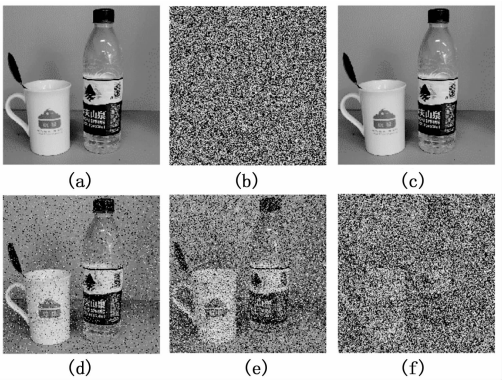



图 11　混沌保密通信实验结果

## 5　结束语

本文采用线性反馈控制设计了一种新的超混沌 Lü 系统，通过分析所设计系统的李亚普诺夫指数、功率谱和耗散性等指标显示了所提超混沌系统具有更复杂的动力学行为，增大了第三方破译信号难度，为保密通信过程增加了安全性，不易被恶意破解，更适合作为混沌保密通信系统的混沌信号产生器。然后基于李亚普诺夫函数稳定性理论，推导出了混沌同步的充分必要条件，进而设计了该混沌系统对应的状态反馈控制器。通过与文献方案的同步性能对比分析，显示出所提的同步方案具有更快的同步速度和更强的噪声鲁棒性，有助于解决保密通信中的鲁棒混沌同步问题，以提升非理想信道下混沌保密的准确性。其次，按照所提方案设计了相应的硬件电路，证明了所提方案的有效性，便于实际混沌保密通信系统的实现。最后，利用所提超混沌吸引子实现了一种简单的保密通信策略，基于 FPGA 的实验结果表明原始信息经过加密、解密算法后能够快速恢复原始信息，结构简单，容易实现，展现了所提的超混沌吸引子及同步方案在超混沌保密通信中潜在的应用前景。下一步工作将研究基于该系统的混沌保密通信性能。

**参考文献：**

[1] OTT E，GREBOGI C，YORKE J A. Controlling chaos [J]. Physical Review Letters (0031－9007)，1990，64 (11)：1196－1199.

[2] PECORA L M，CARROLL T L. Synchronization of chaotic systems [J]. Physical Review Letters (0031－9007)，1990，64：821－824.

[3] 于大为，张治民，张　昀，等. 自适应扰动暂态混沌神经网络 MPSK 盲检测 [J]. 计算机测量与控制，2019，27 (12)：213－218.

[4] 张　刚，和华杰，张　鹏. 降噪改进型多载波 CDSK 混沌通信系统 [J]. 系统工程与电子技术，2021，43 (5)：1389－1397.

[5] 李　慧，赵启亮，骆万博，等. 基于延时反馈的 BLCDM 混沌控制与电路实现研究 [J]. 电子设计工程，2021，29 (9)：55－60.

[6] 夏东盛，李永涛. 混沌神经动力学行为在多自由度机器人上的应用研究 [J]. 计算机测量与控制，2017，25 (1)：70－73.

[7] 李茹依，王光义，董玉姣，等. 多频正弦混沌细胞神经网络及其复杂动力学特性 [J]. 物理学报，2020，69 (24)：84－98.

[8] 苏斌斌，陈建军，吴正茂，等. 混沌光注入垂直腔面发射激光器混沌输出的时延和带宽特性 [J]. 物理学报，2017，66 (24)：86－94.

[9] 丑纪范，郑志海，孙树鹏. 10～30d 延伸期数值天气预报的策略思考—直面混沌 [J]. 气象科学，2010，30 (5)：569－573.

[10] 李继彬，陈凤娟. 混沌、Melnikov 方法及新发展 [M]. 北京：科学出版社，2012.

[11] MATTHEWS R. On the derivation of a ‘chaotic’ encryption algorithm [J]. Cryptologia (0161－1194)，1989，13：29－42.

[12] WHEELER D D. Problems with chaotic cryptosystems [J]. Cryptologia (0161－1194)，1989，12：243－250.

[13] HABUTSU T，NISHIO Y，SASASE I. A secret key cryptosystem by iterating a chaotic map [C] // Proc. Advances in Cryptology，Berlin，Gremany，1991：127－140.

[14] OPPENHEIM A V，WORNELL C W，SABELLE S H. Signal processing in the context of chaotic signals [C] // Proc. IEEE ICASSP，1992：117－120.

[15] KOCAREV L，HALLE K S，ECKERT K. Experimental demonstration of secure communication via chaotic synchronization [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (0218－1274)，1992，2：709－713.

[16] PONOMARENKO V I，PROKHOROV M D. Extracting information masked by the chaotic signal of a time-delay system [J]. Physical Review E (1539－3755)，2002，66 (2)：026215.

[17] HALLE K S，WU C W，ITOH M. Spread spectrum communication through modulation of chaos [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (0218－1274)，1993，3：469－477.

[18] HASLER M，DEDIEU H，KENNEDY M P. Secure communication via Chua’s circuits [C] //Proc. Nolta’93 Workshops，Hawaii，1993：87－92.

[19] KEVIN M. Short Steps towards unmasking secure communications [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (0218－1274)，1994，4 (4)：959－977.

[20] DEDIEU H，OGORZALEK M J. Identifiability and identification of chaotic systems based on adaptive synchronization [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I (1549－8328)，1997，

44 (10): 948 - 962.
[21] DEDIEU H, KENNEDY M P, HASLER M. Chaos shift keying: Modulation and demodulation of chaotic carrier using self-synchronization Chua' s circuits [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems II (1549 - 7747), 1993, 40 (10): 634 - 642.
[22] YANG T. Recovery of digital signals from chaotic switching [J]. International Journal of Circuit Theory and Applications (0098 - 9886), 1995, 23 (6): 611 - 615.
[23] 阮静雅, 孙克辉, 牟 俊. 基于忆阻器反馈的 Lorenz 超混沌系统及其电路实现 [J]. 物理学报, 2016, 65 (19): 1 - 11.
[24] AMBIKA G, AMRITKAR R E. Synchronizing time delay systems using variable delay in coupling [J]. Chaos, Solitons & Fractals (0960 - 0779), 2011, 44 (11): 1035 - 1042.
[25] 张友安, 余名哲, 吴华丽. 不确定分数阶多驱动一响应混沌系统同步 [J]. 电子学报, 2016, 44 (3): 607 - 612.
[26] 栾 玲, 冯立军. 利用主动一被动法实现 Bragg 声光双稳系统的混沌同步 [J]. 光子学报, 2010, 39 (3): 409 - 411.
[27] 肖建新, 陈菊芳, 彭建华. 一个简单延迟非线性系统的动力学行为及混沌同步 [J]. 物理学报, 2013, 62 (17): 104 - 111.
[28] 行鸿彦, 冒海微, 徐 伟, 等. 基于压缩感知的脉冲同步的混沌保密通信系统 [J]. 仪器仪表学报, 2014, 35 (7): 1510 - 1517.
[29] 林飞飞, 曾喆昭. 不确定分数阶时滞混沌系统自适应神经网络同步控制 [J]. 物理学报, 2017, 66 (9): 40 - 49.
[30] 薛 薇, 徐进康, 贾红艳. 一个分数阶超混沌系统同步及其保密通信研究 [J]. 系统仿真学报, 2016, 28 (8): 1915 - 1928.
[31] WANG X F, CHEN G R. Chaotification via arbitrary small feedback controls: theory, method, and applications [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2000, 10 (3): 549 - 570.
[32] 谭 文, 李志攀, 王耀南, 等. 一个混沌系统的同步控制研究 [J]. 计算机工程与应用, 2011, 47 (4): 219 - 222.

(上接第 82 页)

[4] ZHANG Z, ZHU W, ZHONG W, et al. Load forecasting model of mobile cloud computing based on glowworm swarm optimization LSTM network [C] //Proceedings of the 2019 7th International Conference on Information Technology: IoT and Smart City, 2019: 113 - 119.
[5] 贺小伟, 徐靖杰, 王 宾, 等. 基于 GRU-LSTM 组合模型的云计算资源负载预测研究 [J/OL]. 计算机工程: 1 - 11 [2022 - 03 - 30].
[6] 谢晓兰, 梁荣华. 基于 PF-LSTM 的云资源预测 [J]. 计算机工程与设计, 2021, 42 (10): 2823 - 2829.
[7] PENG L, ZHU Q, LV S X, et al. Effective long short-term memory with fruit fly optimization algorithm for time series forecasting [J]. Soft Computing, 2020, 24: 15059 - 15079.
[8] 王悦悦, 谢晓兰, 郭 杨, 等. 基于自适应神经网络的云资源预测模型 [J]. 科学技术与工程, 2021, 21 (25): 10814 - 10819.
[9] 翟嘉琪, 杨希祥, 程玉强, 等. 机器学习在故障检测与诊断领域应用综述 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (3): 1 - 9.
[10] SHEN L, ZHANG J. Empirical evaluation of RNN architectures on sentence classification task [J]. 2016.
[11] CASTREJON L, KUNDU K, URTASUN R, et al. Annotating object instances with a polygon-RNN [C] //IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition, 2017.
[12] HOCHREITER S. The vanishing gradient problem during learning recurrent neural nets and problem solutions [J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based, Systems, 1998, 6 (2): 107 - 116.
[13] CHUNG J, GULCEHRE C, CHO K H, et al. Empirical evaluation of gated recurrent neural networks on sequence modeling [J]. EprintArxiv, 2014.
[14] 吴 飞, 农皓业, 马晨浩. 基于 PSO-LSTM 模型的刀具磨损预测方法 [J/OL]. 吉林大学学报 (工学版): 1 - 9 [2022 - 03 - 30].
[15] 王晓辉, 邓威威, 齐 旺. 基于 PSO-LSTM 的电力负荷预测模型 [J]. 上海节能, 2022 (2): 164 - 169.
[16] 李国和, 孙 勇, 孙 永, 等. 正态分布在抽蓄机组传感器阈值研究体系的应用 [J]. 电气时代, 2019 (5): 91 - 93.
[17] 白卫东, 李海峰, 张鹏, 等. 高斯正态分布算法在供热设备异常检测中的应用 [J]. 区域供热, 2020 (3): 70 - 74.
[18] 程 凯, 王然风, 付 翔. 基于 EMD-LSTM 的重介分选精煤灰分时间序列预测方法研究 [J]. 煤炭工程, 2022, 54 (2): 133 - 139.
[19] 董洁霜, 方天源, 周亦威. 基于 ARIMA 模型的城市路网交通运行指数预测研究 [J]. 智能计算机与应用, 2021, 11 (12): 165 - 170.
[20] LV T T, WU Y Q, ZHANG L. A traffic interval prediction method based on ARIMA [C] //Federation University Australia. Proceedings of the 5th International Conference on Machine Vision and Information Technology (CMVIT 2021), Federation University Australia, 2021, 7: 1 - 3.
[21] 杨国华, 郑豪丰, 张鸿皓, 等. 基于 Holt-Winters 指数平滑和时间卷积网络的短期负荷预测 [J]. 电力系统自动化, 2022, 46 (6): 73 - 82.
[22] DUDEK G, et al. A hybrid residual dilated LSTM and exponential smoothing model for midterm electric load forecasting [J/OL]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems [2021 - 01 - 08]. https: //ieeexplore. ieee. org/document/9316921.