

# Levy 噪声下基于自适应级联三稳随机共振的 4 FSK 信号检测

张亚麟, 王辅忠

(天津工业大学 物理科学与技术学院, 天津 300387)

**摘要:** 针对 Levy 噪声背景下数字信号检测效率较低的问题, 提出了一种基于自适应级联三稳态随机共振的 4 FSK 信号提取新方法, 并与 4 FSK 信号传统调制解调模型作对比; 模拟并比较了自适应级联三稳态随机共振系统模型和传统模型的输出信号误码率; 数值仿真实验结果表明, 与传统调制解调模型相比, 4 FSK 信号在经过自适应级联三稳态随机共振系统模型解调后的输出信号误码率平均降低了 4%, 且时域图像更为清晰, 毛刺明显减少, 频谱幅值大幅提升; 该实验结果表明随机共振系统对冲击噪声中的数字信号检测有很强的应用前景。

**关键词:** 随机共振; 自适应系统; Levy 噪声; 4 FSK 信号; 误码率

## 4 FSK Signal Detection Based on Adaptive Cascaded Tristable Stochastic Resonance under Levy Noise

ZHANG Yalin, WANG Fuzhong

(School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin 300387, China)

**Abstract:** Aiming at low efficiency problem of digital signal detection in the background for Levy noise, a new method based on adaptive cascaded tristable stochastic resonance is proposed in contrast with the traditional modem model with 4 FSK signal. The output signal bit error rate (BER) of adaptive cascaded tristable stochastic resonance system model and conventional model is simulated and assimilated. compared with the traditional model, numerical simulation experimental results show that, the output BER for the 4 FSK signal is evenly reduced by 4% after the adaptive cascaded tristable stochastic resonance system model is demodulated, and the time domain image is more clearer, the burrs are significantly reduced and the spectral amplitude is greatly improved. The experimental result shows that the stochastic resonance system has strong application prospect of digital signal detection in impact environment.

**Keywords:** stochastic resonance; adaptive system; Levy noise; 4 FSK signal; bit error rate

### 0 引言

1981 年, Benzi 等人<sup>[1]</sup>在研究周期性回归冰河期问题时提出了随机共振这一概念, 该概念的提出克服了传统信号提取中将噪声作为干扰的局限性, 描述了非线性系统中由噪声引起的信号增强现象<sup>[2-3]</sup>。近 40 年来, 它被广泛应用于图像处理<sup>[4-5]</sup>、化学<sup>[6]</sup>、传感器<sup>[7]</sup>、机械故障检测<sup>[8]</sup>、信号检测与提取<sup>[9-10]</sup>等领域。在通信领域, 随机共振常用于噪声背景下的微弱信号检测<sup>[11-12]</sup>, 因为随机共振系统能够能够将噪声能量转移到信号当中, 对信号有一定的增强作用, 所以其应用不断扩展。对于研究模拟信号的随机共振理论推导和仿真模型在 30 年来已逐渐趋于完善, 但对数字信号而言随机共振系统的研究还相对较少, 因此, 在当前数字集群通信环境下的理论与技术发展中, 研究如何在 Levy 噪声背景下提取数字信号并降低数字信号误码率就显得尤为重要。

4 FSK 信号全称为“四进制频移键控信号”<sup>[13]</sup>。4 FSK 调制解调技术是 DMR 协议的关键核心技术, 也是数字通信中常用的一种调制方式。该调制是一种恒定的包络调制, 是一种可以用多个不同的载波频率代表各种数字信息的调制模式。该调制具有一定的抗干扰性能<sup>[14]</sup>。一般来说, 4 FSK 调制和解调通常由滤波器、包络检测器、采样决策装置和逻辑电路组成。多个系统代码误码率随着系统进制数的增加而增加。当比特能量固定时, 误码率随着基数的增加而降低。因此, 在有噪声的信道传输中仍存在误码率较高的现象。

传统的去噪方法通常是基于卷积神经网络、多重分形理论和小波阈值算法<sup>[15-17]</sup>。在滤除噪声的同时, 原始信号中的有用信息也被滤掉, 从而增加了信号传输中的误码率, 降低了信号传输的质量。而随机共振系统能够利用噪声放大弱信号从而达到抑制噪声的目的。进行信号仿真检

收稿日期: 2021-09-27; 修回日期: 2021-11-09。

基金项目: 国家自然科学基金(61271011)。

作者简介: 张亚麟(1998-), 女, 江西南昌人, 硕士, 主要从事随机共振在信号检测中的应用方向的研究。

引用格式: 张亚麟, 王辅忠. Levy 噪声下基于自适应级联三稳随机共振的 4 FSK 信号检测[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(4): 60-65, 71.

测时, 通常需要模拟环境噪声, 本文选用了更加符合现实的 Levy 噪声作为仿真检测的背景噪声, 与理想分布的高斯白噪声不同, Levy 噪声具有很强的冲击性, 更加符合真实信道环境。

本文根据 4 FSK 信号的特点, 提出了 Levy 噪声下基于自适应级联三稳随机共振理论的 4 FSK 信号提取方法。以 4 FSK 信号为研究对象, 采用四阶 Runge-Kutta 算法, 通过自适应级联三稳随机共振系统, 进行信号的提取与误码率的检测, 研究随机共振方法相较于传统方法的优越性, 从而拓展随机共振的应用领域。

### 1 Levy 噪声的分布函数及频谱

Levy 噪声也被称为  $\alpha$  噪声, 是由 Levy 等人在 1934 年研究中心极限定理和大数定律时提出的。与服从理想分布的高斯噪声不同, Levy 噪声是唯一满足广义中心极限定理分布的噪声。Levy 噪声作为一种典型的具有渐近幂律行为的噪声模型, 近年来受到了越来越多的关注<sup>[18-19]</sup>。Levy 噪声可用参数化方法对其进行描述<sup>[20]</sup>, 其分布的特征函数表达式如下:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp\left[i\mu t - \sigma^\alpha |t|^\alpha \left(1 - i\beta \text{sign}(t) \tan \frac{\pi\alpha}{2}\right)\right], & \text{for } \alpha \in (0, 1) \cup (1, 2], \\ \exp\left[i\mu t - \sigma |t| \left(1 + i\beta \frac{2}{\pi} \text{sign}(t) \ln(t)\right)\right], & \text{for } \alpha = 1, \end{cases} \quad (1)$$

式 (1) 中,  $\alpha$  代表特征指数, 取值区间为  $(0, 2]$ , 该参数决定了噪声分布的拖尾性和脉冲性。其拖尾性随着  $\alpha$  的增大而增大, 脉冲性随着  $\alpha$  的增大而减小。 $\beta$  代表对称参数, 取值区间为  $[-1, 1]$ , 该参数决定了 Levy 噪声分布的对称性, 当  $\beta=0$  时, 呈对称分布。 $\sigma$  代表尺度参数, 取值区间为  $(0, +\infty)$ , 该参数决定了噪声分布样本点偏离  $\mu$  的离散程度。 $\mu$  代表位置参数控制着噪声分布的左右移动。当  $\alpha$  等于 1,  $\beta$  等于 0 时, 此时噪声服从柯西分布; 当  $\alpha$  等于 2,  $\beta$  等于 0 时, 此时噪声服从高斯分布。图 1 为不同 Levy 噪声参数下的概率密度函数分布图。

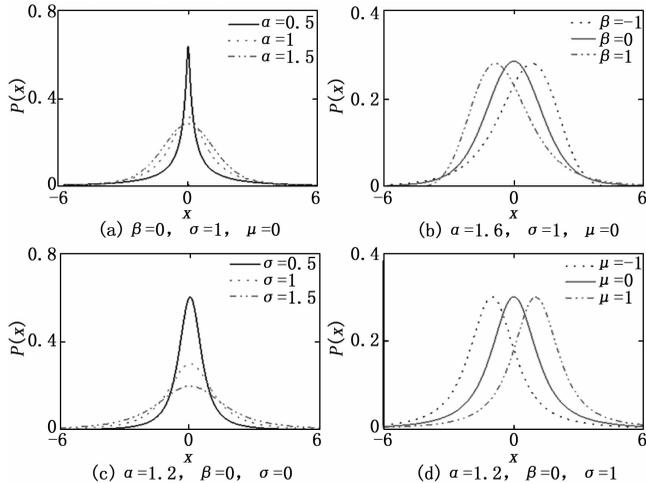


图 1 不同 Levy 噪声参数下的概率密度函数

Chambers-Mallows-Stuck (CMS) 方法生成的 Levy 分布随机变量  $X$  的表达式如下:

$$\begin{cases} X = S_{\alpha,\beta} \times \frac{\sin(\alpha(V + B_{\alpha,\beta}))}{(\cos V)^\pm} \times \left(\frac{\cos(V - \alpha(V + B_{\alpha,\beta}))}{W}\right)^{(1-\alpha)/\alpha}, \\ \text{for } \alpha \in (0, 1) \cup (1, 2], \\ X = \frac{2}{\pi} \left[ \left(\frac{\pi}{2} + \beta V\right) \tan V - \beta \ln \left(\frac{W \cos V}{\frac{\pi}{2} + \beta V}\right) \right], \text{for } \alpha = 1, \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 中,  $V$  服从区间  $(-2\pi, 2\pi)$  的均匀分布,  $W$  服从均值为 1 的指数分布,  $V$  和  $W$  相互独立。其中  $B_{\alpha,\beta}$  和  $S_{\alpha,\beta}$  的表达式如下:

$$B_{\alpha,\beta} = \frac{\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))}{\alpha} \quad (3)$$

$$S_{\alpha,\beta} = [1 + \beta^2 \tan^2(\frac{\pi\alpha}{2})]^{1/2\alpha} \quad (4)$$

参数  $\alpha$  分别为 0.5, 1, 1.5, 2 时的 Levy 稳定噪声分布如图 2 所示。从图中可以看出 Levy 噪声参数越小时, 冲击性越强, 使得在 SR 系统中运动的布朗粒子会冲出非线性势函数的运动轨迹范围, 因此在实际模拟中需要根据系统以及信号的实际情况进行截断。

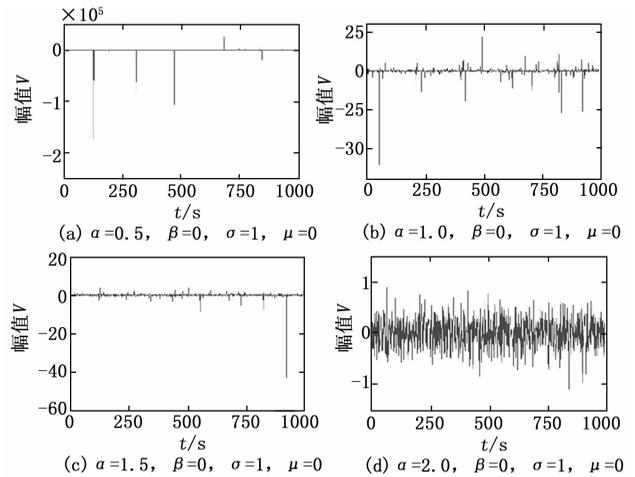


图 2 不同参数  $\alpha$  下的 Levy 噪声分布

## 2 4 FSK 的调制与调制

### 2.1 4 FSK 模型

频移键控 (FSK) 是利用载波频率变化来传输数字信息。它是一种利用数字基带数字信号的离散值特征来锁定载波频率以传输信息的数字调制技术。由接收端接收到的载波信号被转换成数字信号, 从而完成数字信息的传输。由于易于实现, 具有较好的抗噪声和抗褪色能力而得到了广泛的应用。

4 FSK 是多频移位键控 (MFSK) 的一种典型形式。通过增加正弦波的不同数、不同频率和正弦振幅, 可以形成四频调制模型。该表达式如下:

$$S(t) = m_1(t) \text{Acos}(2\pi f_1 t + \varphi_1) + m_2(t) \text{Acos}(2\pi f_2 t + \varphi_2) + m_3(t) \text{Acos}(2\pi f_3 t + \varphi_3) + m_4(t) \text{Acos}(2\pi f_4 t + \varphi_4) \quad (5)$$

## 2.2 4 FSK 调制

4 FSK 调制是一个恒定的包络调制。在第四元符号区内，被调制信号的载波频率是 4 个可能的离散值之一。每个载波频率对应两个二进制符号，二进制位流首先通过串行到并行的转换生成两个并行位，相当于转换为四元符号。然后每两位映射到 4 FSK 信号波形中的一个，从而完成 4 FSK 调制。根据 DMR 标准，二进制位与四元符号之间的关系如表 1 所示。

表 1 二进制符号对 4 FSK 信号的映射

信息比特		符号	4 FSK 频偏/kHz
Bit 1	Bit 0		
0	1	+3	+1.944
0	0	+1	+0.648
1	0	-1	-0.648
1	1	-3	-1.944

四频调制具有 4 个不同的载波频率，对应于 4 个不同的数字信号，并且在一个符号时间内只传输一个频率。其实现原理如图 3 所示。

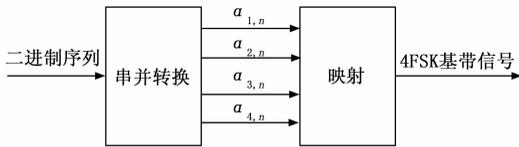


图 3 4 FSK 调制原理图

当输入值为 0、1、2、3 时，4 FSK 调制信号如下：

$$S(t) = \begin{cases} A\cos\pi f_0 t, & \text{发送 0} \\ A\cos\pi f_1 t, & \text{发送 1} \\ A\cos\pi f_2 t, & \text{发送 2} \\ A\cos\pi f_3 t, & \text{发送 3} \end{cases} \quad (6)$$

## 2.3 4 FSK 解调

常用的 4 FSK 解调方法有很多，主要分为相干（同步）解调和非相干解调。相干解调也称为同步检测，适用于所有线性调制信号的解调。实现相干解调的关键是，接收机需要恢复一个与被调制的载波严格同步的相干载波。恢复载波的性能与接收机的解调性能直接相关。非相干解调也被称为包络检测。信封检测是为了直接从无相干载波的调制波形的振幅中恢复原始的调制信号。本文采用包络检测技术，实现了 4 FSK 信号解调。该方法的优点是，接收机不需要产生与发射机具有相同频率的相干载波，且实现简单、高效。4 FSK 包络检测解调的原理如图 4 所示。

## 3 随机共振系统模型

### 3.1 三稳态随机共振模型

三稳态动力系统可以用非线性朗之万方程（LE）表示，考虑外力和 Levy 噪声驱动下的三稳模型，如下方程所示：

$$dx/dt = -dU(x)/dt + A\epsilon(t) + D\xi(t) \quad (7)$$

式中， $\epsilon(t)$  为本文输入振幅为  $A$  的 4 FSK 信号， $\xi(t)$  为强度为  $D$  的 Levy 噪声，经典的三稳态势函数描述如下：

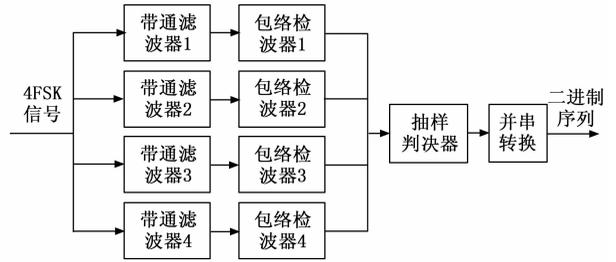


图 4 4 FSK 解调原理图

$$U(x) = ax^2/2 - bx^4/4 + cx^6/6 \quad (8)$$

其中： $a$ 、 $b$  和  $c$  为势参数。图 5 表示参数  $a$ 、 $b$  和  $c$  对势分布的影响。从图 5 可以看出 3 个参数随着  $x$  的变化对势分布的影响。值  $a$  和  $b$  影响两侧势井的清晰度。当  $a$  值越大  $b$  值越小时，势井会变得越平坦。值  $c$  会影响势垒的陡度，随着  $c$  值的增加，势函数两边将逐渐变得陡峭。

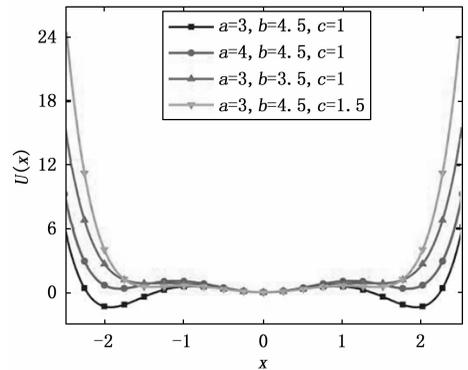


图 5 不同参数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  下的势函数  $U(x)$

在这种情况下，方程可如下所示：

$$dx/dt = -ax + bx^3 - cx^5 + A\epsilon(t) + D\xi(t) \quad (9)$$

方程（9）表示了具有传统反射对称第六势的一个变量的非线性朗之万方程，形成了经典的三稳定 SR 模型。可以表明，系统输出  $x$  由电位、输入信号和噪声决定。随力在这种非线性三稳势中发挥着积极的作用，将部分噪声能量转化为信号能量，从而提高信号能量。当信号振幅非常小时，在没有噪声的前提下，粒子将在 3 个势阱中的任何一个中。此时，调整系统不足以使粒子从一个势阱过渡到另一个势阱。通过施加周期性的驱动力和随机力，粒子可以通过高度穿过势垒，使系统的输出在 3 个势阱之间形成大规模的连续跃迁运动，从而出现随机共振现象。只有当电势处于与周期力相匹配的最优条件下时，周期力和随机力才能放大粒子的振荡，并增强周期信号。同时，通过调整势参数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值，可以实现三稳态势函数的直接参数控制。然而，在模拟中，调整势参数  $a$ 、 $b$  和  $c$  的值不需要设置复杂的限制。该自适应算法可以更直观、更方便地找到最佳参数值。

为了达到对 4 FSK 信号最好的处理效果，在三稳态随机共振系统模型的基础上，采取三稳态系统级联<sup>[19]</sup>的方法，建立了级联三稳态随机共振系统模型，对于级联三稳态随

机共振已有学者进行了该方面的相关研究, 将两个或者两个以上随机共振系统级联在一起, 使得信号多次经过随机共振系统, 从而使得系统内的噪声能量不断地向信号能量转移。式 (10) 表示了级联三稳态随机共振系统方程:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\frac{dU(x_1)}{dx_1} + A\epsilon(t) + D\xi(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{dU(x_2)}{dx_2} + x_1(t) \\ &\dots \\ \frac{dx_i}{dt} &= -\frac{dU(x_i)}{dx_i} + x_{i-1}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

级联三稳态随机共振系统如图 6 所示。

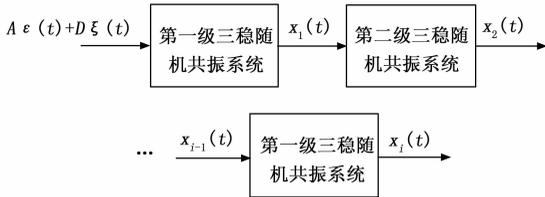


图 6 多级级联三稳态随机共振系统图

当  $i > 2$  时,  $x_i(t)$  既是上一级随机共振系统的系统输出, 也是下一级随机共振系统的系统输入, 本文主要研究两级的级联三稳态随机共振系统模型对 4 FSK 信号的提取, 以误码率为评价指标分析系统的作用效果。

### 3.2 自适应算法

由于 4 FSK 信号有 4 个频率, 因此在通过 SR 系统时需要分为 4 个分支。本文采用最小均二乘 (LMS) 方法确定最优势参数, 即定义参数  $a$ 、 $b$  和  $c$  的步长和最大值。在自适应算法中, 误码率 (BER) 是通过三维反向定位来确定最优势参数的评价准则。它将数字系统的传输质量表示为“数据中多少位中有一位错误”。误码率计算为  $BER = \frac{x_i}{M} \times 100\%$ , 其中  $x_i$  为错误比特数,  $M$  为传输的比特总数。自适应三稳态 SR 方法的三维反向定位流程如图 7 所示。从有噪声信号中检测 4 FSK 信号的自适应三元 SR 方法如图 8 所示。输出信号可以通过调整势参数来优化输出信号。

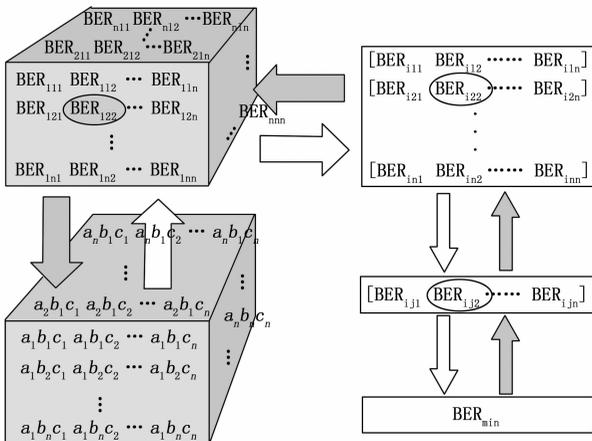


图 7 自适应三稳态随机共振方法流程图

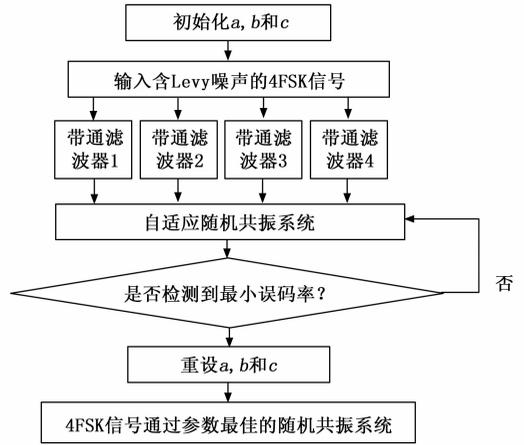


图 8 基于自适应三稳态随机共振系统的 4 FSK 信号处理流程图

本文采用四阶 Runge-Kutta 算法对朗之万方程 (LE) 进行数值计算, 其数学分析步骤如式 (11) 所示:

$$\begin{cases} y_0 = y(0), y_{n+1} = y_n + h, \\ k_1 = h[-ay(i) + by^3(i) - cy^5(i) + s(i)], \\ k_2 = h[-a(y(i) + \frac{k_1}{2}) + b(y(i) + \frac{k_1}{2})^3 - \\ \quad c(y(i) + \frac{k_1}{2})^5 + s(i)], \\ k_3 = h[-a(y(i) + \frac{k_2}{2}) + b(y(i) + \frac{k_2}{2})^3 - \\ \quad c(y(i) + \frac{k_2}{2})^5 + s(i+1)], \\ k_4 = h[-a(y(i) + \frac{k_3}{2}) + b(y(i) + \frac{k_3}{2})^3 - \\ \quad c(y(i) + \frac{k_3}{2})^5 + s(i+1)], \\ y(i+1) = y(i) + \frac{h}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $y$  为系统处理的信号,  $s$  为掺杂 Levy 噪声的系统输入 4 FSK 信号,  $h$  为该算法的步长, 其中  $h = 1/f_s$ ,  $a$ 、 $b$  和  $c$  是四阶龙格-库塔算法中的直接控制势参数。

### 4 Levy 噪声下 4 FSK 信号的自适应级联三稳态随机共振响应

图 9 (a) 为 4 FSK 信号传统调制解调模型, 图 9 (b) 为 4 FSK 信号自适应级联随机共振调制解调模型, 本文的参数调节和设置均基于以下两个模型。

实验仿真中, 使用随机函数产生 4 FSK 信号基码, 并通过频率调制生成 4 FSK 调制信号图, 如图 10 所示。

固定 Levy 噪声的参数  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\sigma$  和  $\mu$  分别为 1.65、0、1 和 0, 噪声强度  $D$  为 0.8, 4 FSK 信号幅度  $A$  为 1, 其 4 个频率  $f_0$ 、 $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$  分别为 0.02 Hz、0.04 Hz、0.08 Hz 和 0.16 Hz, 采样频率  $f_s$  为 10 Hz。图 11 (a) 和 (b) 分别表示系统输入信号的时域分布图和频域分布图, 从图中可以

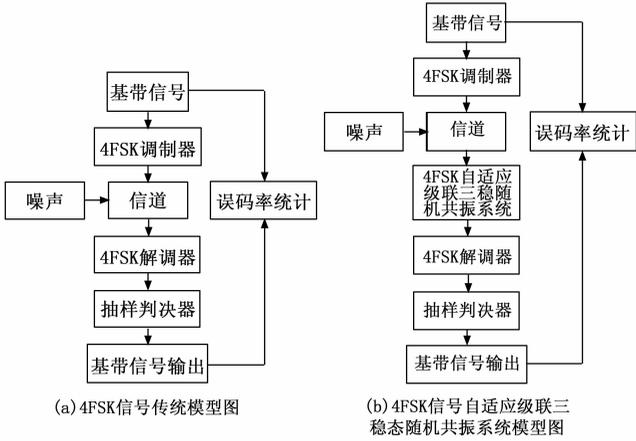


图 9 信号传输系统模型图

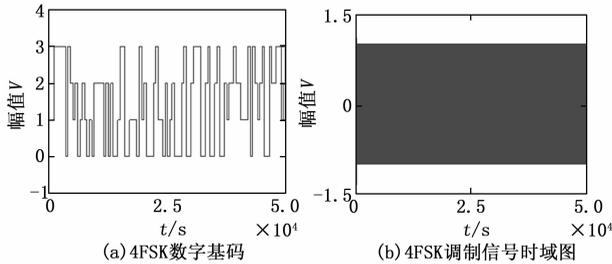


图 10 4 FSK 数字基码与调制信号时域图

看出 4 FSK 时域信号完全淹没在 Levy 噪声当中，而在频率分布图中虽然可以观察到信号的特征频率，但是频谱脉冲过于集中在低频带上，在信号处理中容易混杂在一起，导致原始信号无法恢复。

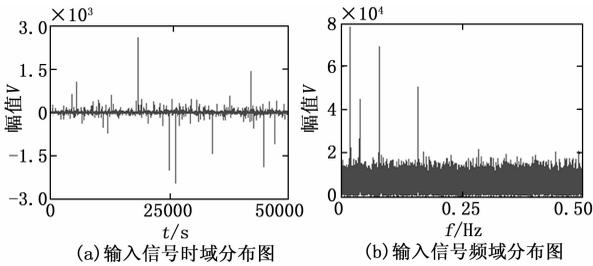


图 11 随机共振系统输入信号时域频域分布图

为了更好地提高自适应级联三稳态随机共振系统的有效性，本文对 4 FSK 信号进行了预处理，并通过滤波器将其分为 4 个单独的信号分别通过自适应随机共振系统。设置系统参数  $a$ 、 $b$  和  $c$  的扫描间隔为  $(0, 1]$ 、 $(0, 1]$  和  $(0, 1]$ 。参数  $a$ 、 $b$  和  $c$  的扫描步长均为 0.01，本文将最后的误码率作为信号质量改善的指标，将预处理的单个频率信号与经过随机共振系统后的单个频率信号进行对比，得到系统输入输出对比图如图 12~15 所示。

从图 12 中可以看出， $f_0$  信号经过随机共振系统后的时域图毛刺相较经过系统之前明显减少且频率图中的频谱峰值从  $7.8 \times 10^4$  增加到  $1.04 \times 10^5$ 。频谱达到最高点时的  $a$ ，

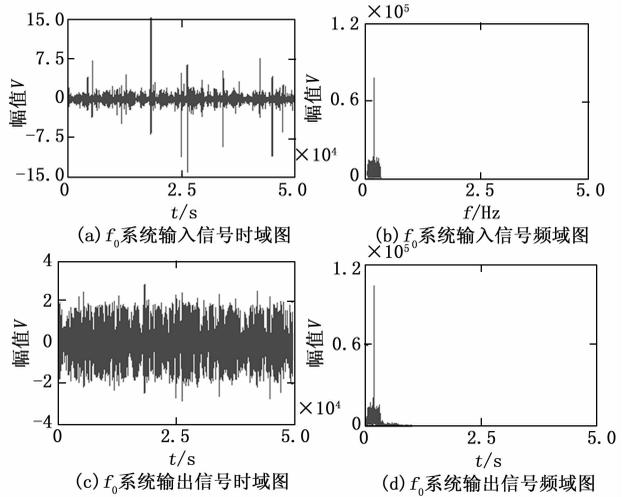


图 12 随机共振系统输出  $f_0$  信号时域频域分布对比图

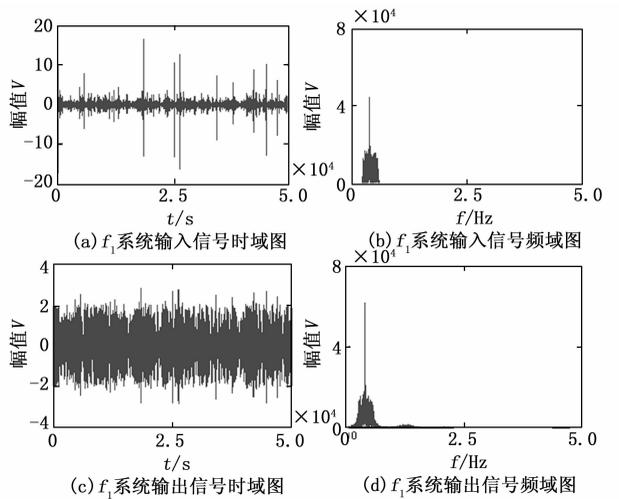


图 13 随机共振系统输出  $f_1$  信号时域频域分布对比图

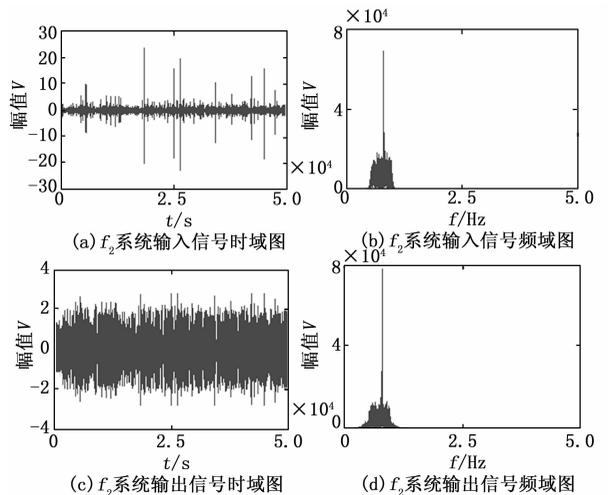
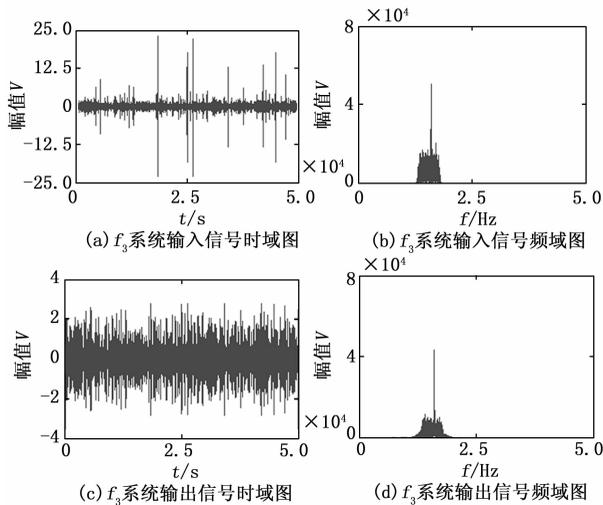


图 14 随机共振系统输出  $f_2$  信号时域频域分布对比图

图 15 随机共振系统输出  $f_2$  信号时域频域分布对比图

$b$  和  $c$  值分别为 0.1、0.3 和 0.8。与图 12 相似, 在图 13、14 和 15 中, 时域图都变得更加清晰、毛刺更少, 不再被 Levy 噪声完全淹没。频域最高幅值也从更为突出, 噪声的能量转移到信号能量之中, 证实了随机共振的有效性。其中图 13 的频谱幅值由输入的  $4.47 \times 10^4$  增大至  $6.17 \times 10^4$ 。图 14 的频谱幅值由输入的  $6.89 \times 10^4$  增大至  $7.85 \times 10^4$ 。其中图 15 的频谱幅值则由输入的  $5.06 \times 10^4$  减小至  $4.36 \times 10^4$ 。虽然图 15 的频率幅值相比较未经过随机共振系统的信号略小, 但时域仍然比未经过随机共振系统的信号要更为清晰。频谱值减小的原因在于随机共振对低频信号的作用明显优于高频信号, 因此经过随机共振系统的高频率  $f_3$  信号会比低频的  $f_0$  信号效果要略差一些。

自适应级联三稳态随机共振系统输出信号经过包络检波器并解调的图形如图 16 (a) 所示。经传统调制解调系统模型的图形如图 16 (b) 所示。

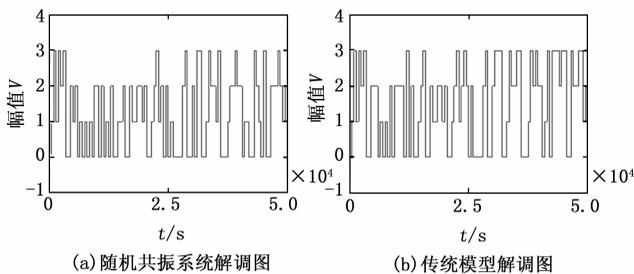


图 16 两种模型解调信号对比图

考虑到 Levy 噪声的影响, 进行了 500 次独立实验, 得到了仿真中系统输出的平均误码率。信号经 4 FSK 自适应级联三稳态随机共振系统模型解调后相比传统模型误码率平均降低了 4%。

## 5 结束语

本文基于随机共振原理设计了一种 Levy 噪声下 4 FSK 信号自适应级联三稳态随机共振系统的新方法, 在 4 个支

路上分别加上三稳态随机共振系统, 4 个支路都发生了随机共振现象, 大幅提高载波的频谱幅值同时降低了 4 FSK 信号的误码率, 相比于传统的解调方式有着很大的提升。实验结果表明: 在 Levy 噪声背景下可以通过调节随机共振系统参数  $a$ 、 $b$  和  $c$  来实现随机共振现象; 与传统的解调方法相比, 自适应级联三稳态随机共振方法更能从含有噪声的原始信号中识别 4 FSK 信号, 误码率相比于传统模型降低了 4%。该实验结果表明自适应级联三稳态随机共振系统可以作为 Levy 噪声背景下提取 4 FSK 信号的有效方法。本文研究了 Levy 噪声下数字信号提取的研究, 下一步将对数字图像信号的检测进行研究。

## 参考文献:

- [1] BENZI R, SRUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance [J]. *J. Phys. A*, 1981, 4 (11): 453 - 457.
- [2] COLLINS J J, CHOW C C, IMHOFF T T. Stochastic resonance without tuning [J]. *Nature*, 1995, 376 (6537): 236 - 238.
- [3] JUNG P, HÄNGGI P. Amplification of small signals via stochastic resonance [J]. *Physical Review A*, 1991, 44 (12): 8032 - 8042.
- [4] LIU J, LI Z. Binary image enhancement based on aperiodic stochastic resonance [J]. *Image Processing Lett*, 2015, 9 (12): 1033 - 1038.
- [5] 冷永刚, 赵尔华, 石 鹏, 等. 二维随机共振参数调节的图像处理 [J]. *天津大学学报*, 2011 (10): 907 - 913.
- [6] 辛厚文. 化学体系随机共振现象的理论研究 [J]. *Chinese Journal of Chemical Physics*, 2000 (4): 388 - 405.
- [7] 吴莉莉, 惠国华, 郭 森, 等. 基于随机共振的气敏传感器阵列信号的识别研究 [J]. *传感技术学报*, 2009, 22 (5): 664 - 668.
- [8] 郑 煜, 王 凯, 付兴娥, 等. 基于三稳态随机共振的滚动轴承早期故障诊断研究 [J]. *机械制造与自动化*, 2020, 000 (3): 192 - 194.
- [9] 刘运江, 王辅忠, 刘 露. Levy 噪声背景下级联系统中弱信号的提取 [J]. *计算机测量与控制*, 2019, 27 (1): 190 - 194.
- [10] 王志霞, 郭 利. 改进 PSO 算法调参的随机共振微弱信号检测 [J]. *计算机测量与控制*, 2018, 26 (1): 42 - 46.
- [11] 冷永刚, 王太勇. 二次采样用于随机共振从强噪声中提取弱信号的数值研究 [J]. *物理学报*, 2003, 52 (10): 2432 - 2437.
- [12] 李国军, 曾孝平, 周晓娜, 等. 基于随机共振的微弱高频 CW 信号检测技术研究 [J]. *电子科技大学学报*, 2010, 39 (5): 737 - 741.
- [13] BERNASCONI V, BESSONE D, BUSCAGLIA F, et al. Test equipment and apparatus for digital mobile radio systems [P]. US: US20040077344, 2004.
- [14] ZHAO C, YANG W. Modulation recognition of MFSK signals based on multifractal spectrum [J]. *Wireless Personal Communications*, 2013, 72 (4): 1903 - 1914.

(下转第 71 页)