

基于加权特征投影的信源数估计方法

王 纯, 高予晰

(西安建筑科技大学 信息与控制工程学院, 西安 710055)

摘要: 考虑到色噪声或低快条件下噪声特征值发散, 导致基于特征分解的信源数估计方法得到的信号判据值和噪声判据值区分不明显, 提出了一种基于加权特征投影的信源数估计方法; 首先, 为了使该方法可适用于低信噪比条件, 对阵列接收数据的协方差矩阵进行降噪处理, 并利用降噪后协方差矩阵所有特征值和特征向量构造了一个用来区分信号和噪声的加权空间矩阵; 然后, 将降噪后的协方差矩阵在该加权空间矩阵上投影, 从而增大了信号判据值与噪声判据值的差异; 最后, 结合幂函数的缩放性构建了判决函数, 进而实现信源数估计; 通过理论分析和实验验证, 该方法不仅适用于白噪声和色噪声条件, 而且在低快拍和低信噪比条件下优势明显, 在快拍数为 10, 信噪比分别为 0 dB 的白噪声和 6 dB 的色噪声条件下, 该方法的成功检测概率均达到 90% 以上, 同时该算法在信源数较多时效果鲁棒。

关键词: 信源数估计; 色噪声; 加权特征空间; 空间投影; 判决函数

Estimation Method of Number of Sources Based on Weighted Eigenspace Projection

WANG Chun, GAO Yuxi

(College of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: Under the condition of colored noise or low speed, the noise eigenvalues will be diverted, which lead to no significant difference between the signal standard value obtained by the eigen-decomposition-based signal source number estimation method and the noise standard value. Therefore, a method of estimating the number of sources based on weighted eigenspace projection is proposed. First, in order to make the method suitable for low signal-to-noise ratio conditions, the covariance matrix of the data received by the array is denoised, and all eigenvalues and eigenvectors of the denoised covariance matrix are used to construct a noise weighted space matrix. The denoised covariance matrix is projected onto the weighted space matrix to increase the difference between the signal standard value and the noise standard value. Finally, the number of sources is estimated by combining the scalability of the power function to construct decisions function. Through theoretical analysis and experimental verification, this method is not only suitable for white noise and color noise conditions, but also has obvious advantages in low snapshot and low signal-to-noise ratio conditions. Under the conditions of 10 snapshots, 0dB white noise and 6dB color noise respectively, the detection probability of this method is above 90%, and the algorithm is robust when the number of sources is large.

Keywords: source number estimation; color noise; weighted eigenspace; spatial projection; decision function

0 引言

波达方向 (DOA, direction of arrival) 估计作为阵列信号处理的重要研究方向在雷达、通信、声呐和生物医学等众多领域有至关重要的地位^[1]。而绝大多数基于子空间类的算法需要已知信号源的数目, 若信源数目出现欠估计或过估计, 将直接影响 DOA 估计的结果^[2-3]。故准确的信源数估计是 DOA 估计的先决条件。并且在实际应用中, 由于系统对实时性的要求和阵列各阵元间的相关性, 导致采样数有限和色噪声的干扰, 传统针对白噪声的信源数估计方法在该背景下往往失效, 因此研究色噪声/低快拍下的信源数估计方法具有十分重要的意义。

常见的信源数估计方法包括特征值分解法、信息论方

法^[4-7]、盖氏圆方法 (GDE, gerschgorin's disks estimation)^[8-10]和正则相关技术^[11]、使用深度学习的方法^[12]。特征值分解法是通过信号特征值与噪声特征值的大小差异, 并结合阶跃准则实现信源数估计, 计算简单且准确度较高, 但不适用于低快拍、低信噪比和色噪声条件。采用深度学习^[12]的信源数估计方法能够在特定条件下取得很好的效果, 然而当环境变化就需要重新对网络进行训练, 因此实用性有限。基于信息论的信源个数估计方法^[7]包括 Akaike 信息论准则 (AIC, akaike information theoretic criterion)、最小描述长度准则 (MDL, minimum description length criterion) 等计算量小, 能很好地应用于白噪声条件, 但在色噪声条件下往往失效。近年来, 学者对色噪声背景下的信源数估

收稿日期: 2021-02-05; 修回日期: 2021-03-10。

基金项目: 国家自然科学基金(61803294)。

作者简介: 王 纯(1983-), 女, 陕西西安人, 副教授, 硕士研究生导师, 主要从事阵列信号处理方向的研究。

引用格式: 王 纯, 高予晰. 基于加权特征投影的信源数估计方法[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(9): 198-203, 209.

计进行了相关研究。文献 [13] 将对角加载技术用于信息论信源数估计方法, 较好地改善了算法在色噪声条件下的估计性能, 而加载量的不同在一定程度上会对算法稳定性产生影响。正则相关技术^[11]也可用于色噪声条件, 但需要两个空间分离的阵列, 大大降低了阵列的有效孔径, 实际工程使用性不强。文献 [14] 利用对数函数对特征值进行拟合, 改善了特征值的发散程度, 而拟合函数参数的固定在一定程度上降低了算法的鲁棒性。盖氏圆信源数估计方法没有限定噪声模型, 因此可以应用于白噪声与色噪声环境, 但是在低快拍和低信噪比条件下成功估计概率降低, 且该算法在酉变换过程中牺牲了一个自由度, 使得计算过程产生的特征向量无法使用于后续的 DOA 估计。文献 [15] 在盖氏圆方法的基础上进行了升维处理, 节省了一个自由度, 但要盖氏圆半径经过 $M-1$ 次拟合计算量较大, 且在低快拍条件下性能有所下降。

在此基础上, 本文通过对数据协方差矩阵在色噪声/低快拍条件下的分析, 提出了一种基于加权特征投影的信源数估计方法。该方法在降噪数据协方差矩阵特征值的基础上引入信号子空间与噪声子空间的正交性, 构建了加权空间矩阵, 并将降噪后的协方差矩阵在该空间上进行投影, 利用投影得到的结果构建判决函数, 进而实现信源数估计。

1 信号模型

假设 M 元均匀放置的天线阵列, 阵元间距为半波长, 有 K 个远场窄带不相干的信号从 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_K)$ 入射到阵列 ($K < M$), 该阵列接收信号模型可以写作:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta) * \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为 $K \times 1$ 维的信号矩阵; $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 为维噪 $M \times 1$ 声向量; $\mathbf{A}(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_K)]$ 为 $M \times K$ 维的阵列导向矢量阵, 其中 $a(\theta_i) (i = 1, 2, \dots, K)$ 为各信号的导向矢量, 具体表达式如下:

$$a(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left(-j \frac{\omega d \sin(\theta_i)}{c}\right) \\ \vdots \\ \exp\left(-j \frac{\omega (M-1) d \sin(\theta_i)}{c}\right) \end{bmatrix} \quad (2)$$

假设信号与噪声相互独立, 阵列接收数据协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_N \quad (3)$$

式中, $\mathbf{R}_S = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 为信号协方差矩阵; $\mathbf{R}_N = E[\mathbf{N}(t)\mathbf{N}^H(t)]$ 为噪声协方差矩阵。

对阵列接收数据的协方差矩阵 $\mathbf{R}_X$ 进行特征分解, 可得:

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^H \quad (4)$$

式中, $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ 为特征值构成的对角阵且满足 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$; 特征值对应的特征向量构成矩阵 $\mathbf{U} =$

$[e_1, e_2, \dots, e_M]$ 。

色噪声是由各个阵元间的互耦和噪声的相关性, 以及各通道内部噪声功率的不同所产生的。其噪声协方差矩阵不再是一个对角阵 (与白噪声相比), 同时数据协方差矩阵的噪声特征值不再围绕噪声功率分布, 导致噪声特征值的发散, 进而影响到利用特征值进行信源数估计的相关算法的性能。

通常, 数据协方差矩阵展开可得:

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H + 2\text{Re}(\mathbf{R}_{SN}) + \mathbf{R}_N \quad (5)$$

实际中, 往往采用以下有限次快拍的数据采样协方差矩阵逼近 $\mathbf{R}_X$:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t) \quad (6)$$

而当快拍数有限时, 数据协方差矩阵的交叉项不再为 0, $\mathbf{R}_{SN} \neq 0$, $\mathbf{R}_N$ 不再为对角阵。因此, 有限快拍数增加了信号之间、信号与噪声之间以及各阵元噪声之间的相关性。那么, 在色噪声/低快拍条件下, 如果直接使用协方差矩阵的特征值进行信源数估计, 估计性能不佳。接下来, 将在特征值的基础上引入信号子空间与噪声子空间的正交性, 提出一种基于加权特征投影的信源数估计方法。

2 基于加权特征投影的信源数估计方法

2.1 阵列接收协方差矩阵分块表达

预将阵列接收协方差矩阵 $\mathbf{R}_X$ 用分块的形式表达, 先将阵列导向矢量 $\mathbf{A}$ 按行分块可写作:

$$\mathbf{A} = [b_1^T, b_2^T, \dots, b_M^T]^T \quad (7)$$

其中:

$$b_i = \begin{bmatrix} \exp\left(-j \frac{\omega(i-1)d \sin(\theta_1)}{c}\right) \\ \vdots \\ \exp\left(-j \frac{\omega(i-1)d \sin(\theta_K)}{c}\right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

则阵列接收的数据协方差矩阵可以表示为^[16]:

$$\mathbf{R}_X = [\mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{b}_1^H, \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{b}_2^H, \dots, \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{b}_M^H] + \mathbf{R}_N \quad (9)$$

由于信源均互不相关, 且 $\mathbf{R}_S$ 为满秩的对角阵, 故 $\mathbf{R}_S\mathbf{b}_i \neq 0 (i = 1, 2, \dots, M)$ 。

2.2 加权空间矩阵的构建

在实际应用中, 为了保证算法在低信噪比条件下的性能, 首先对阵列接收数据协方差矩阵进行预处理。因受快拍数低的影响, 噪声所对应的小特征值为非零的较小值, 可以选取最小的两个特征值的均值对阵列接收数据的协方差矩阵进行降噪处理, 得到新的协方差矩阵:

$$\mathbf{R}'_X = \mathbf{R}_X - 0.5 * (\lambda_M + \lambda_{M-1}) * \mathbf{I} \approx [\mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{b}_1^H, \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{b}_2^H, \dots, \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{b}_M^H] \quad (10)$$

式中, $\mathbf{I}$ 为 $M \times M$ 的单位阵。

然后, 对降噪后的协方差矩阵进行特征分解:

$$\mathbf{R}'_X = \mathbf{U}' \mathbf{\Sigma}' \mathbf{U}'^H \quad (11)$$

式中, $\mathbf{\Sigma}' = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_M)$ 为特征值构成的对角阵;

$U' = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M], \xi_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 为特征值 μ_i 对应的特征向量。将特征值作为对应特征向量的权值，构造了加权空间矩阵 G ，表达如下：

$$G = U' \sum' = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M] \cdot \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_M) = [\mu_1 \xi_1, \mu_2 \xi_2, \dots, \mu_M \xi_M] \quad (12)$$

G 是通过特征值 μ_i 对特征空间 U' 进行加权变换得到的加权空间矩阵。

2.3 判据值的缩放

将 R'_x 在 G 上做投影可得矩阵 W 为：

$$W = G^H R'_x = G^H [AR_s b_1^H, AR_s b_2^H, \dots, AR_s b_M^H] = \begin{bmatrix} \mu_1 & & & \\ & \mu_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \mu_M \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} \xi_1^H \\ \xi_2^H \\ \vdots \\ \xi_M^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AR_s b_1^H \\ AR_s b_2^H \\ \vdots \\ AR_s b_M^H \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mu_1^H \xi_1^H AR_s b_1^H & \mu_1^H \xi_1^H AR_s b_2^H & \dots & \mu_1^H \xi_1^H AR_s b_M^H \\ \mu_2^H \xi_2^H AR_s b_1^H & \mu_2^H \xi_2^H AR_s b_2^H & \dots & \mu_2^H \xi_2^H AR_s b_M^H \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_M^H \xi_M^H AR_s b_1^H & \mu_M^H \xi_M^H AR_s b_2^H & \dots & \mu_M^H \xi_M^H AR_s b_M^H \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中：矩阵 W 中的每一个元素 $\mu_i^H \xi_i^H AR_s b_j^H (i, j = 1, 2, \dots, M)$ 的模值是进一步缩放的判据值。令 W 的各行向量为 $P_i = [\mu_i^H \xi_i^H AR_s b_1^H, \dots, \mu_i^H \xi_i^H AR_s b_M^H], i = 1, 2, \dots, M$ ，讨论信号判据值和噪声判据值的判别标准：

(1) 当 $\xi_i \in C_N$ (噪声子空间)， μ_i 为噪声对应特征值时：

由于 $|\mu_i| \rightarrow 0, |\xi_i^H A| \rightarrow 0$ ，故：

$$r_i = |\rho_i| = |\mu_i^H \xi_i^H AR_s b_j^H| \leq |\mu_i^H| |\xi_i^H A| |R_s b_j^H| = k |\mu_i^H| |\xi_i^H A| \rightarrow 0 (j = 1, 2, \dots, M) \quad (14)$$

其中： $k = |R_s b_j|$ 与 i 无关。 ξ_i 为噪声对应的特征向量，与导向矢量正交，则 $\xi_i^H A$ 理论上为 0，但实际上为接近于 0 的较小值，且 ξ_i 对应的噪声特征值 μ_i 也为一个接近于 0 的较小值，两者相乘结果将进一步缩小，则矩阵 P_i 中各个元素的模值均接近于 0。

(2) 当 $\xi_i \in C_s$ (信号子空间)， μ_i 为信号对应特征值时：

由于 $|\mu_i| > \sigma_n^2$ (噪声功率)， $|\xi_i^H A| > 0$ ，故：

$$r_i = |\rho_i| = |\mu_i^H \xi_i^H AR_s b_j^H| \leq |\mu_i^H| |\xi_i^H A| |R_s b_j^H| = k |\mu_i^H| |\xi_i^H A| > 0 (j = 1, 2, \dots, M) \quad (15)$$

即 ξ_i 为信号对应的特征向量，与导向矢量在同一空间，则 $\xi_i^H A$ 为模值较大的数，且 ξ_i 对应的特征值 μ_i 为信号子空间对应的特征值相对较大 (大于噪声子空间对应的特征值)，故两者相乘结果将进一步放大，则矩阵 P_i 中各个元素的模均为较大的值。故通过投影得到的信号判据值更大，噪声判据值更小，本文即根据这一规律进行信源数估计。

2.4 信源数估计方法

基于以上理论研究和矩阵分析，进行信源数估计，首先定义函数：

$$f(k) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sqrt{|\mu_k^H \xi_k^H AR_s b_j^H|} \quad (16)$$

式中， k 取 $1, 2, \dots, M$ ，即 (13) 式中每一行中各元素先开方后求其均值。构造判决函数：

$$\Delta(k) = f(k) - \frac{D(L, M)}{M} \sum_{j=1}^M f(j) \quad (17)$$

式中， L 为快拍数， $D(L, M)$ 是一个与阵元数和快拍数有关的调整因子，它在 0 至 1 之间选取，与阵元数和快拍数均成正比，阵元数和快拍数越多 $D(L, M)$ 的取值越接近于 1。 k 取 $1, 2, \dots, M$ ，所有使 $\Delta(k) > 0$ 的 $f(k)$ 个数即为信源数目。

3 算法步骤

步骤 1：计算阵列接收数据协方差矩阵： $R_x = E[X(t) X^H(t)]$ ；

步骤 2：对协方差矩阵进行特征分解，并根据式 (10) 利用较小的两个特征值对其进行降噪处理，得到新的协方差矩阵 R'_x ；

步骤 3：对新协方差矩阵进行特征分解，根据式 (12) 利用得到的特征值和特征向量构造空间矩阵 G ；

步骤 4：根据式 (13)，将 R'_x 在空间矩阵 G 上做投影；

步骤 5：根据式 (16)，求出 M 个函数值 $f(k)$ ；

步骤 6：求 $g = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M f(k)$ ，并设置调整因子 $D(L, M)$ ，根据式 (17) 进行信源数估计。

4 算法性能分析说明

本算法通过对原协方差矩阵进行降噪预处理，该步骤可以降低噪声判据值，从而使算法应用于低信噪比环境中；本方法没有对噪声模型进行特定限制，可应用于色噪声背景下。特别是在划分噪声和信号时，本文提出了进一步缩小噪声的判据值和放大信号的判据值的方法，具体说明如下：

由于当 μ_i 为噪声特征值，其大小趋近于 0， ξ_i 为 μ_i 所对应的特征向量，且 ξ_i 与阵列导向矢量 A 的列向量正交，故实际上 $\xi_i^H A$ 为一个趋近于 0 的较小值，两个趋近于 0 的较小值乘积的绝对值 $|\mu_i^H \xi_i^H AR_s b_j^H|$ 更小，即噪声的判据值进一步缩小；当 μ_i 为信号特征值， ξ_i 为 μ_i 所对应的特征向量与 A 的列向量属于同一空间故 $\xi_i^H A$ 为一个较大值， $|\mu_i^H \xi_i^H AR_s b_j^H|$ 为两个较大值的乘积，其绝对值更大，即信号的判据值进一步增大。因此，通过两者大小规律可以区分噪声和信号。

在构造判决函数时，为了降低矩阵 W 中较大元素对判决结果的影响，在式 (16) 中对每个元素进行开方处理，利用了函数 $y = \sqrt{x}$ 对较大的数值进行压缩：当自变量远远大于 1 时，函数对其压缩作用显著，这样可以进一步降低了较大元素的离散度，从而降低了较大元素对判决结果的影响。此外，在构造判决函数时，通过两次取平均，相当于进行了 M 次平均，使得判决结果更加可靠。

5 算法复杂度分析

本文方法的计算量包括：对 M 阶协方差矩阵进行特征分解的计算量约为 M^3 ；对 M 阶去特征的协方差矩阵进行特

征分解的计算量为 M^3 ; 加权投影部分计算量为 $2M^2$, 故本文方法的总体计算量为 $4M^3$ 。而经典的 GDE 算法的计算量集中在 $M-1$ 阶矩阵特征分解和 M 阶矩阵酉变换部分。改进盖氏圆算法 (MGDE, modified gerschgorin's disks estimation) 与 GDE 算法相比增加了一次酉变换的计算量。信息论方法的计算量主要集中在 M 阶协方差矩阵的特征分解和似然函数^[7]的计算。如表 1 所示, 将本文方法与信息论方法、GDE 算法以及 MGDE 算法的算法复杂度进行了对比。本文方法计算复杂度略低于 MGDE 算法, 但高于信息论方法和 GDE 算法。对比信息论算法和 GDE 算法, 本文方法计算复杂度的提升换来了在两种噪声背景下及低快拍、低信噪比条件下的性能提升。

表 1 算法复杂度对比

操作	AIC/MDL	GDE	MGDE	本文方法
特征分解	M^3	$(M-1)^3$	$(M-1)^3$	$2M^3$
似然函数	$M(M+1)/2 + 4M$	0	0	0
投影	0	0	0	$2M^2$
酉变换	0	$2M^2$	$4M^2$	0
总计	$M^3 + 0.5M^2 + 4.5M$	$2M^3 + (M-1)^3$	$4M^3 + (M-1)^3$	$4M^3$

6 仿真实验

实验设置: 仿真采用阵元间距为半波长的 7 阵元均匀线阵 (理论最大检测信源数为 6), 信源数分别设定为 2 个和 5 个信源, 在不同信噪比和快拍下进行 200 次 Monte-Carlo 实验, 通过成功检测信源数目的概率评价算法性能。

为了验证本文提出算法的有效性, 实验在白噪声条件下与 AIC 准则、MDL 准则、GDE 准则、MGDE 算法和文献 [15] 算法进行仿真对比, 分析不同条件下的算法性能。

6.1 白噪声条件下仿真分析

实验一: 阵元数为 7 时, 在白噪声条件下, 依次给出多快拍和低快拍两种情况的信源数目成功检测概率随信噪比的变化情况。仿真条件如下: 快拍数分别为 100 和 10, 有 2 个独立信源, 分别由 -10° 和 0° 入射到 7 阵元的均匀线阵, 阵元间距为半波长, 得到成功检测概率随信噪比的变化情况。

多快拍条件下, 实验结果如图 1 (a) 所示, 可以看出 4 种算法的成功检测概率均随 SNR 增大而增大。其中本文算法在信噪比大于 -3 dB 时信源数成功检测概率达到 100%, MDL 准则在信噪比为 0 dB 时信源数成功检测概率达到 100%, MGDE 算法在信噪比大于 1 dB 时信源数成功检测概率达到 100%, 文献 [15] 的算法在信噪比大于 8 dB 时, 成功检测概率接近 100%, AIC 准则和 GDE 准则均低于本文算法, 可见本文算法性能在低信噪比条件下略优于 AIC 准则、MDL 准则、MGDE 算法、GDE 准则和文献 [15] 算法; 低快拍条件下, 实验结果如图 1 (b) 所示, 可以看出信息论算法受快拍数影响大, 性能下降较快。本文算法在信噪比大于

2 dB 时信源数成功检测概率达到 100%, 明显高于 GDE 准则、MGDE 算法和文献 [15] 算法。可见, 本文算法在多快拍和低快拍两种情况下都优于其他 5 种算法。

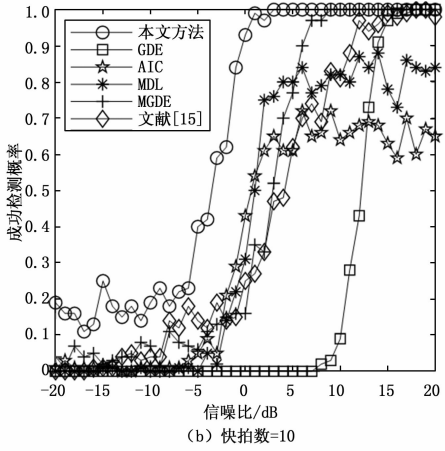
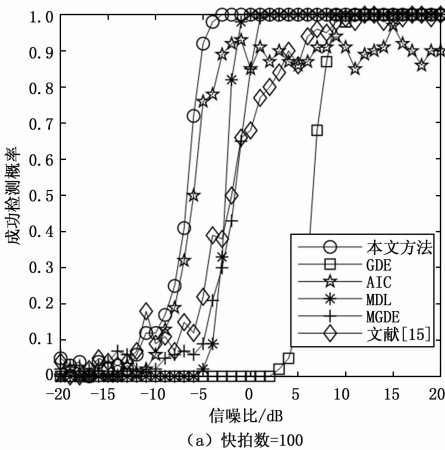


图 1 信源数为 2 时, 白噪声条件下, 成功检测概率随 SNR 变化

实验二: 阵元数不足时, 在白噪声条件下, 依次给出多快拍和低快拍两种情况的信源数目成功检测概率随信噪比的变化情况。仿真条件如下: 快拍数分别为 100 和 10, 有 5 个独立信源, 分别由 -25° 、 -10° 、 0° 、 10° 和 25° 入射到 7 阵元的均匀线阵, 阵元间距为半波长, 得到成功检测概率随信噪比的变化情况。

多快拍条件下, 实验结果如图 2 (a) 所示, 可以看出本文方法的成功检测概率达到 100% 时的信噪比为 9 dB, MDL 准则大于 8 dB 时其成功检测概率近似达到 100% 但略有波动, 文献 [15] 算法成功检测概率达到 100% 时信噪比为 10 dB 但略有波动, AIC 准则、MGDE 算法和 GDE 准则其检测性能明显低于本文算法; 低快拍条件下, 实验结果如图 2 (b) 所示, 可以看出当信噪比大于 16 dB 时, 本文算法成功检测概率达到 100%, 文献 [15] 算法当信噪比大于 16 dB 时, 成功检测概率达到 100% 但略有波动, 而 AIC 准则、MDL 准则、MGDE 算法和 GDE 准则还未达到。

实验三: 阵元数一定时, 在白噪声条件下, 为检测算法在不同信源个数下的估计性能, 给出了成功检测概率随信源个数的变化情况。仿真条件如下: 阵元数为 7, 快拍数取

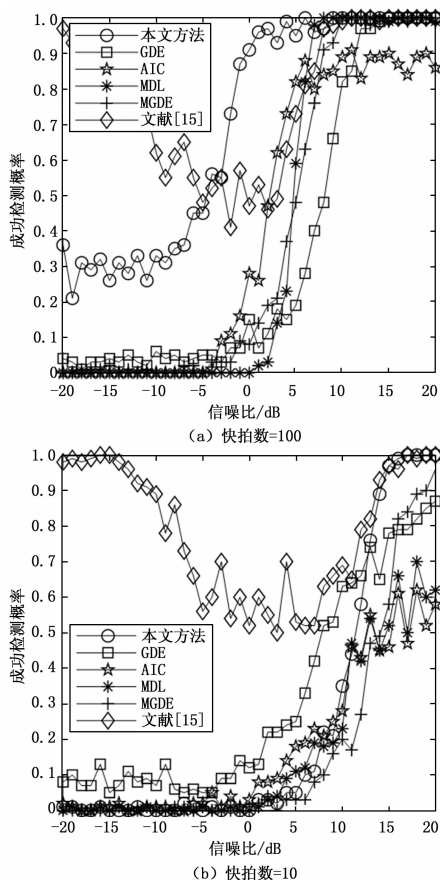


图2 信源数为5时,白噪声条件下,成功检测概率随SNR变化

100, 信噪比为 15 dB, 信源数分别取 1 至 6, 信源为来自不同方向的独立信源, 得到成功检测概率随信源数变化的情况。

实验结果如图 3 所示, 信源数为 1 至 5 时, 本文方法、MGDE 算法、MDL 准则成功检测概率为 100%, GDE 准则则近似 100%, AIC 准则与文献 [15] 算法均未达到 100%。信源数为 6 时, AIC 准则成功检测概率接近 50%, 其余 5 种算法均接近 0。可以看出本文方法, 牺牲了自由度换取了在不同信源个数条件下较高的成功检测概率。

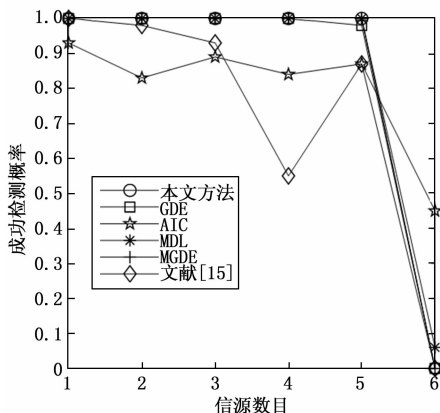


图3 白噪声条件下,成功检测概率随信源数变化

6.2 色噪声条件下仿真分析

实验四: 阵元数充足时, 在色噪声条件下, 依次给出

多快拍和低快拍两种情况的信源数目成功检测概率随信噪比的变化情况。各阵元产生的色噪声是由高斯白噪声激励一个稳定的 ARMA 模型产生的^[17]。仿真条件如下: 快拍数分别为 100 和 10, 有 2 个独立信源, 分别由 -10° 和 0° 入射到 7 阵元的均匀线阵, 阵元间距为半波长, 得到成功检测概率随信噪比的变化情况。

多快拍条件下, 实验结果如图 4 (a) 所示, 可以看出当信噪比为 6 dB 时本文算法成功检测概率达到 100%, MGDE 算法当信噪比为 9 dB 时成功率达到 100%, GED 准则当信噪比大于 16 dB 时成功检测概率为 100%; 低快拍条件下, 实验结果如图 4 (b) 所示, 可以看出当信噪比为 9 dB 时本文算法成功检测概率达到 100%, MGDE 算法当信噪比为 15 dB 时成功率达到 100%, GED 准则当信噪比大于 16 dB 时成功检测概率为 100%。可见, 在色噪声条件下, 本文算法优于 MGDE 算法和 GED 准则。

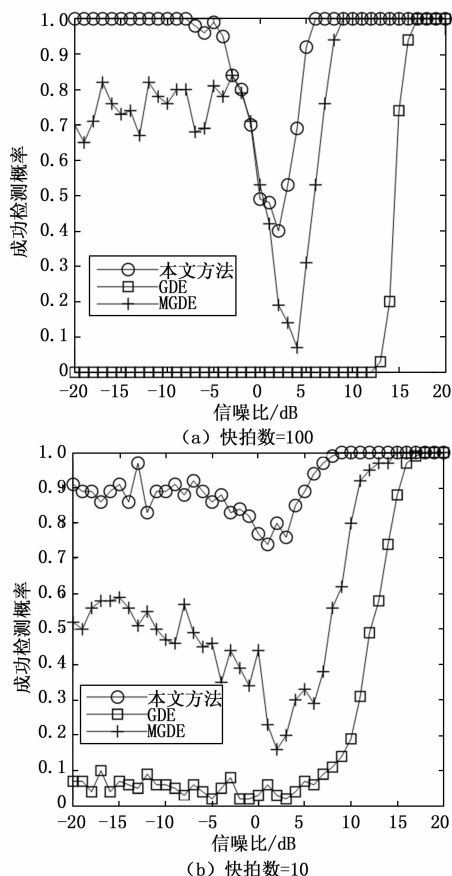


图4 信源数为2时,色噪声条件下,成功估计信源数随SNR变化

实验五: 阵元数不足时, 在色噪声条件下, 依次给出多快拍和低快拍两种情况的信源数目成功检测概率随信噪比的变化情况。同样各阵元产生的色噪声是由高斯白噪声激励一个稳定的 ARMA 模型产生的^[24]。仿真条件如下: 快拍数分别为 100 和 10, 有 5 个独立信源, 分别由 -25° 、 -10° 、 0° 、 10° 和 25° 入射到 7 阵元的均匀线阵, 阵元间距为半波长, 得到成功检测概率随信噪比的变化情况。

多快拍条件下, 实验结果如图 5 (a) 所示, 可以看出当信噪比为 10 dB 时本文算法成功检测概率达到 100%, MGED 算法在信噪比为 14 dB 时成功率达到 100%, GED 准则在信噪比为 20 dB 时仍未达到 100%; 低快拍条件下, 实验结果如图 5 (b) 所示, 可以看出当信噪比大于 11 dB 时本文算法成功检测概率接近 100% 且略有波动, MGED 算法在信噪比为 18 dB 时成功率接近 100%, GED 准则当信噪比为 20 dB 时仍未达到 100%。可见, 在色噪声条件下, 本文算法优于 MGED 算法和 GED 准则。

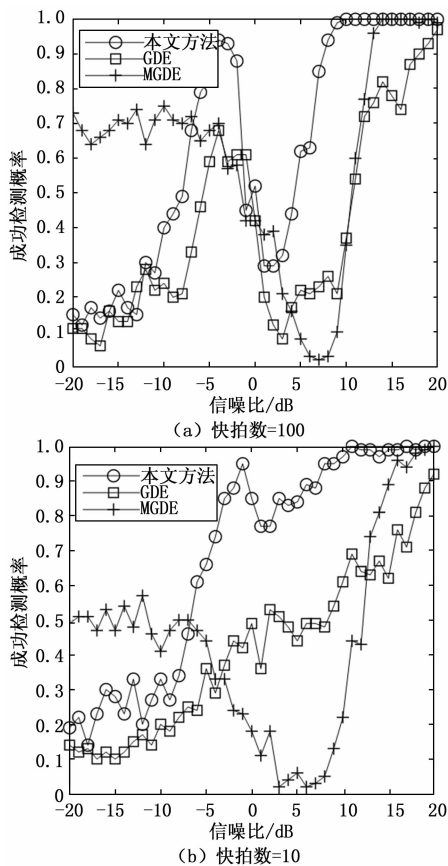


图 5 信源数为 5 时, 色噪声条件下, 成功估计信源数随 SNR 变化

实验六: 阵元数一定时, 在色噪声条件下, 为检测算法在不同信源个数下的估计性能, 给出了成功检测概率随信源个数的变化情况。仿真条件如下: 阵元数为 7, 快拍数取 100, 信噪比为 15 dB, 信源数分别取 1 至 6, 信源为来自不同方向的独立信源, 得到成功检测概率随信源数变化的情况。

实验结果如图 6 所示, 信源数为 1 至 5 时, 本文方法成功检测概率为 100%, 信源数为 6 时成功检测概率下降至 0。GDE 准则和 MGDE 算法当信源数变为 4 时, 成功检测概率下降, 信源数为 6 时, 成功检测概率下降至 0。

7 结束语

本文提出了基于加权特征投影的信源数估计方法, 利用降噪后协方差矩阵的特征值和特征向量构建了加权空间矩阵, 通过空间投影使得信号判据值远大于噪声判据值,

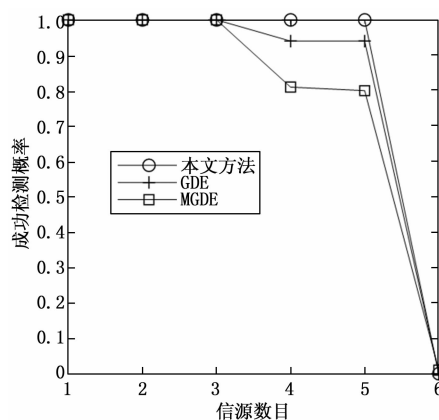


图 6 色噪声条件下, 成功检测概率随信源数变化

最后通过构建判决函数实现信源数估计。通过理论分析证明了该方法的可行性, 并分别在白噪声和色噪声两种情况下进行仿真实验, 结果表明本文算法受阵元数目影响较小, 且在低快拍、低信噪比条件下也具有优良的估计性能, 更适于工程应用。

参考文献:

- [1] 朱进勇, 王立冬, 孟亚峰, 等. 虚拟阵列 Khatri-Rao 积与子空间联合稀疏表示的 DOA 估计方法 [J]. 计算机测量与控制, 2017, 25 (5): 147-149.
- [2] GAO L Y, LIU M Z, YUE J Y, et al. Source Number Estimation Based on Improved Singular Value Decomposition at Low SNR [C] // 2019 IEEE 9th International Conference on Electronics Information and Emergency Communication (ICEIEC), IEEE, 2019.
- [3] 刘 君, 廖桂生, 王洪洋. 信源数目过估计和欠估计下 MUSIC 算法分析 [J]. 现代雷达, 2004, 26 (2): 50.
- [4] 艾健健, 刘成城, 赵拥军. 利用随机矩阵理论的 MDL 信源数估计算法 [J]. 信号处理, 2015, 31 (2): 186-193.
- [5] 许佳奇, 王川川, 曾勇虎, 等. 盖尔圆定理和最小描述长度准则相结合的信源数目估计方法研究 [J]. 信号处理, 2017, 33 (3s): 53-57.
- [6] YANG X, LI S, HU X, et al. Improved MDL method for estimation of source number at subarray level [J]. Electronics Letters, 2015, 52 (1): 85-86.
- [7] AKAIKE H. A new look at statistical model identification [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, AC19 (6): 716-723.
- [8] PRIYA C G, PRIYA P G S. Wideband spectrum sensing to detect the number of occupied subbands using gerschgorin radii in cognitive radio [J]. International Journal of Applied Engineering Research, 2015, 10 (55): 449-452.
- [9] 董姝敏, 梁国龙. 改进的盖尔圆源数目估计方法 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2013 (4): 440-444.
- [10] WANG J, JI F, CHEN F, et al. Correlated Source Number Estimation with Gerschgorin Radii of Partitioned Matrices Products [J]. Wireless Personal Communications, 2019, 107 (3): 1077-1091.

(下转第 209 页)