

# 基于眼到手视觉伺服的移动机器人 模型预测控制

潘继炜, 滕游, 刘安东, 俞立

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

**摘要:** 针对具有速度约束的移动机器人视觉轨迹跟踪问题, 提出了一种基于 LOQO 内点法的模型预测控制方法; 在眼到手框架下, 首先建立了移动机器人误差模型, 并对该误差模型进行离散化, 给出了移动机器人视觉伺服跟踪的代价函数; 同时考虑到实际中移动机器人存在速度约束问题, 将代价函数的最小化问题转换为带输入约束的模型预测控制问题; 然后采用障碍函数法将移动机器人的速度约束转化为等式约束并采用拉格朗日乘子法引入到代价函数中; 进而, 利用 LOQO 内点法求解具有速度约束的最小化问题, 得到基于视觉的轨迹跟踪控制器; 最后, 通过仿真验证了所提算法的有效性和优越性。

**关键词:** 轨迹跟踪; LOQO 内点法; 约束; 模型预测控制

## Model Predictive Control of Mobile Robot in Eye-to-hand Visual Servoing

Pan Jiwei, Teng You, Liu Andong, Yu Li

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** A visual trajectory tracking problem is studied for mobile robot with velocity constraint by using model predictive control method incorporating the LOQO interior point method. Firstly, a discrete mobile robot error model is established under the eye-to-hand framework, and a cost function for the visual servo tracking of the mobile robot is given. Considering the existed velocity constraint problem for the mobile robot system, the minimization problem of the given cost function is transformed into a model predictive control problem with input constraints. Then, a barrier function method is used to transform the velocity constraint into equality constraint by using the Lagrange multiplier method. Furthermore, a LOQO interior point method is used to solve the minimization problem with velocity constraints, and a vision-based trajectory tracking controller is obtained. Finally, simulations verify the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

**Keywords:** trajectory tracking; LOQO interior point method; constraint; model predictive control

## 0 引言

视觉传感器作为移动机器人的眼睛, 被应用于视觉伺服、视觉导航及视觉定位等场合, 是移动机器人领域运用最为广泛的传感器。因此, 移动机器人的视觉伺服控制一直是移动机器人研究领域的热点。按照建模方法的不同, 视觉伺服可分为基于图像的视觉伺服 (Image-Based Visual Servoing, IBVS)<sup>[1]</sup>、基于位置的视觉伺服 (Position-Based Visual Servoing, PBVS)<sup>[2]</sup> 以及混合视觉伺服 (Hybrid Visual Servoing, HVS)<sup>[3]</sup>。PBVS 主要思想是利用传感器去估计机器人的位姿信息, 并与给定的位姿信号进行比较得到误差量来设计反馈控制律以实现机器人的控制, 其缺点在于 PBVS 的伺服效率取决于估计姿态的准确性。IBVS 主要思想是直接图像层对机器人进行控制, 将视觉传感器获得的图像与参考图像进行对比得到图像误差来设计反馈控制率。HVS 误差模型同时取决于图像特征以及相机的姿态, 其通过模板图像得到期望的图像特征信息, 并

将图像的特征信息做差来计算单应性矩阵。但在实际中, 混合视觉伺服无法保证图像始终在视野范围内, 并且仍受到相机标定精度和图像质量的影响。

IBVS 相比于 PBVS 和 HVS, 对相机的标定及模型误差具有鲁棒性, 且不需要三维坐标, 计算速度更快。因此, IBVS 受到了更多学者的关注。根据相机安装的位置不同, IBVS 有两种不同的模型, 分别为眼到手模型和眼在手模型。根据眼在手和眼到手模型的控制方法不同, 可分为自适应控制, PID 控制, 智能控制及预测控制等。在眼在手模型中, 文献 [4] 提出了一种基于图像的自适应视觉伺服算法, 并引入李雅普诺夫函数保证相机参数未知的情况下, 系统是稳定的, 移动机器人轨迹跟踪误差能够收敛到零。文献 [5] 设计了基于图像的视觉伺服 PD 控制器, 并对移动机器人的动态运动采用前馈神经网络补偿, 利用图像误差信息结合运动控制器, 使图像平面上的轨迹跟踪误差趋向于零。但是对于眼在手模型, 当移动机器人运动时, 相机和变化的工作空间的几何关系不容易确定, 且不容易获

收稿日期: 2020-09-15; 修回日期: 2020-10-29。

作者简介: 潘继炜(1996-), 男, 浙江绍兴人, 硕士, 主要从事移动机器人视觉伺服方向的研究。

引用格式: 潘继炜, 滕游, 刘安东, 等. 基于眼到手视觉伺服的移动机器人模型预测控制[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(5): 122-125, 140.

得全局的视觉信息。基于眼到手框架, 文献 [6] 利用固定在天花板上的针孔相机, 建立了相机透视投影模型, 并采用模型预测控制方法提出了一种新的动态反馈跟踪控制器, 解决视觉轨迹跟踪问题。文献 [7] 在相机参数及移动机器人动力学参数未知的情况下, 设计了一个自适应的轨迹跟踪控制器, 实现了视觉全局渐近跟踪。上述视觉伺服控制方法中, PID 控制方法是利用控制输入的给定值和输出值构成偏差, 来对系统进行反馈控制, 但是其 PID 参数不易调到最优, 精度不高。自适应控制对于移动机器人模型和参数的不确定性具有很好的鲁棒性, 其根据实际获得的数据与期望的数据进行对比, 自动调整控制器参数和控制率使系统到达最优状态, 并通过李亚普诺夫函数保证系统的稳定性。但是自适应控制的参数选择没有一个具体规则, 在实际运用中可能无法获得一个最优的参数。智能控制是人工智能和自动控制的结合, 为了处理视觉伺服中存在的各种不确定性及提高视觉伺服系统的稳定性, 许多学者将神经网络、遗传算法引入到视觉伺服系统中, 其主要形成了模糊控制、神经网络控制等方法。神经网络的视觉伺服通过网络的大量训练和神经网络对于非线性映射的逼近能力, 来建立机器人空间和图像空间的对应关系, 其无需分析视觉模型。但是对于不同的工作环境, 神经网络都需要重新训练模型, 其适应普及能力较弱。

模预测控制 (Model Predictive Control, MPC) 能够根据系统的当前输入以及过程的历史信息, 预测下一时刻输出的值<sup>[8]</sup>, 并很好的用于非线性系统处理移动机器人的约束及多变量问题, 且鲁棒性较好。文献 [9] 基于模型预测控制方法使用了视觉追踪算法提取特征点完成视觉跟踪任务, 并设计了上位机实时绘制移动机器人的轨迹。文献 [10] 提出了一种模型预测控制方法解决了移动机器人视觉轨迹跟踪问题。因此, 本文采用了模型预测控制方法设计控制器。在实际中, 由于受电机转速的影响, 移动机器人存在速度约束, 而文献 [9] 和 [10] 所提方法无法直接处理速度约束问题。为解决带有速度约束的视觉轨迹跟踪问题, 文献 [11] 将原始对偶神经网络和模型预测控制结合, 解决了带有速度约束的视觉轨迹跟踪问题。文献 [12] 采用基于管道的模型预测控制及 3 个神经网络分别设计了线速度控制器和角速度控制器, 解决了视觉点镇定问题。但模型预测控制与神经网络结合求解优化问题往往比较复杂, 计算量大。

基于以上的讨论, 受文献 [13] 和 [14] 的启发, 本文提出了一种基于 LOQO 内点法的模型预测控制方法解决具有速度约束的移动机器人视觉轨迹跟踪问题。首先, 结合眼到手视觉伺服模型建立移动机器人的轨迹跟踪误差模型, 并对移动机器人的误差模型进行离散化, 给出基于模型预测控制的跟踪代价函数。考虑到移动机器人存在的速度约束问题, 采用障碍函数法<sup>[15]</sup>将不等式约束转化为等式约束并结合模型预测控制方法建立并引入优化问题。最后, 使用 LOQO 内点法求解建立的预测控制最小化问题, 得到

基于视觉的轨迹跟踪控制器。通过数值仿真验证所提算法的有效性。

### 1 问题描述

#### 1) 基于眼到手的相机模型:

眼到手视觉伺服框架如图 1 所示, 其中相机固定在天花板上, 且相机与移动机器人平面平行。世界坐标系为  $X-Y-Z$ , 相机坐标系为  $X_C-Y_C-Z_C$ , 图像坐标系为  $X_P-Y_P-Z_P$ , 像素坐标系为  $U-O-V$ 。

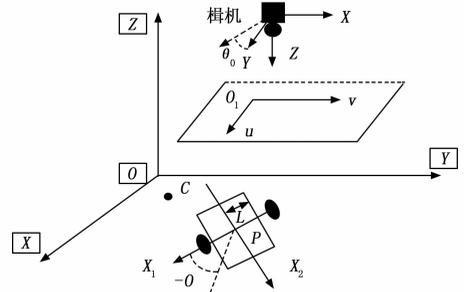


图 1 相机模型

在图 1 中,  $C$  点是相机光轴和  $X-Y$  平面的交点, 它在  $X-Y$  平面上的坐标为  $(O_{cx}, O_{cy})$ 。相机光轴与图像坐标平面的交点坐标为  $(O_{px}, O_{py})$ 。机器人质心  $P$  在  $X-Y$  平面上的坐标为  $(x, y)$ , 由针孔成像原理可得  $P$  在像素坐标系下的坐标  $P_2(x_r, y_r)$  为:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} o_{cx} \\ o_{cy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} o_{px} \\ o_{py} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{bmatrix}$ ,  $\theta_0$  为相机坐标系下  $Y_C$  轴和世界坐标系下  $Y$  轴沿逆时针方向的夹角,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为在像素坐标系  $U$  轴和  $V$  轴上缩放的倍数。

#### 2) 移动机器人运动学模型:

考虑两轮差分式移动机器人, 其模型如图 2 所示。

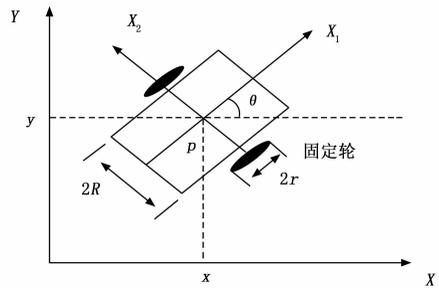


图 2 移动机器人模型

根据图 2, 移动机器人的运动学模型表示为如下微分方程的形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = v_1 \cos\theta \\ \dot{y} = v_1 \sin\theta \\ \dot{\theta} = \omega_1 \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $v_1$  是移动机器人的行进方向速度,  $\omega_1$  为移动机器人的角

速度。对式 (1) 进行求导并结合式 (2) 可得眼到手的移动机器人视觉伺服运动学模型为:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_m = v_1 \alpha \cos(\theta - \theta_0) \\ \dot{\bar{y}}_m = v_1 \beta \sin(\theta - \theta_0) \\ \dot{\bar{\theta}} = \omega_1 \end{cases} \quad (3)$$

3) 轨迹跟踪误差模型:

在视觉轨迹跟踪任务中, 期望的轨迹定义为:

$$q_r(t) = (x_r(t), y_r(t), \theta_r(t))^T \quad (4)$$

其中:  $(x_r, y_r)$  为机器人质心  $(x, y)$  在像素坐标系下的参考坐标,  $\theta_r$  为机器人在世界坐标系下的参考前进方向的角度。不失一般性, 假设在像素坐标系下  $U$  轴上缩放的倍数与  $V$  轴上缩放的倍数相等, 即  $\alpha = \beta$ , 对式 (4) 进行微分可以得到下式:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_r = v_r \alpha \cos(\theta_r - \theta) \\ \dot{\bar{y}}_r = v_r \alpha \sin(\theta_r - \theta) \\ \dot{\bar{\theta}}_r = \omega_r \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $\omega_r$  为参考机器人的角速度,  $v_r$  为参考机器人的进行方向速度。基于以上分析, 可得跟踪误差向量为:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_0) & \sin(\theta - \theta_0) & 0 \\ -\sin(\theta - \theta_0) & \cos(\theta - \theta_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_m \\ y_r - y_m \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

对式 (6) 进行求导并结合式 (3) 和 (5) 可得眼到手的视觉伺服移动机器人轨迹跟踪的误差系统为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \omega - v_1 \alpha + v_r \alpha \cos e_3 \\ \dot{e}_2 = -e_1 \omega + v_r \alpha \sin e_3 \\ \dot{e}_3 = \omega_r - \omega \end{cases} \quad (7)$$

对式 (7) 进行离散化, 可得跟踪误差系统的离散化形式为:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) \quad (8)$$

$$\text{其中: } f(x(k)) = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} + T \begin{bmatrix} \omega_r e_2 \\ -\omega_r e_1 + v_r \alpha e_3 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$g(x(k)) = T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} v_r \alpha \cos e_3 - v_1 \alpha \\ \omega_r - \omega_1 \end{bmatrix}, T \text{ 为采样}$$

周期。

本文的目的是在 eye-to-hand 的框架下, 针对具有速度约束的移动机器人视觉轨迹跟踪问题, 采用基于 LOQO 内点法的模型预测控制方法设计基于视觉的轨迹跟踪控制器, 实现移动机器人的轨迹跟踪控制。

## 2 控制器设计

模型预测控制方法被称为滚动时域控制方法 (RHC), 是一种最优控制策略, 其突出优点是对系统模型要求不高, 可以处理控制量和状态量的约束, 以及多目标优化。考虑如下的模型预测控制代价函数:

$$\Gamma(x, u) = \sum_{j=1}^m \|x(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{j=0}^N \|u(k+j|k)\|_R^2 \quad (9)$$

其中:  $m$  和  $N$  分别为预测时域和控制时域,  $x(k+j|k)$  和  $u(k+j|k)$  分别是  $x(k)$  和  $u(k)$  在  $k$  时刻的预测值,  $Q$  与  $R$  是权值矩阵。另一方面, 考虑移动机器人的速度约束, 可以将模型预测控制最小化问题描述为如下带有输入约束的性能指标优化问题:

$$\min_u \Gamma(u) \quad (10)$$

$$\text{s. t. } \bar{u}_{\min} \leq u \leq \bar{u}_{\max} \quad (11)$$

针对具有输入约束的优化问题, 首先, 采用障碍函数法<sup>[15]</sup>将不等式约束转换为等式约束, 并将其引入到代价函数中, 则优化问题 (10) 可重写为:

$$\min_u \bar{\Gamma} = \Gamma(u) - \eta \sum_{i=1}^n \ln \xi^i - \eta \sum_{i=1}^n \ln \gamma^i \quad (12)$$

其中:  $\eta$  为障碍参数,  $\xi$  和  $\gamma$  为松弛变量,  $\xi^i$  和  $\gamma^i$  为向量  $\xi$  和  $\gamma$  的第  $i$  个元素, 满足约束条件  $u - \xi = \bar{u}_{\min}$ ,  $u + \gamma = \bar{u}_{\max}$ ,  $\xi, \gamma \geq 0$ 。为了求解优化问题 (12), 引入如下拉格朗日方程:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \bar{\Gamma} - \sum_{i=1}^n \lambda_1^i (u^i - \xi^i - \bar{u}_{\min}^i) - \sum_{i=1}^n \lambda_2^i (\bar{u}_{\max}^i - u^i - \gamma^i) = \\ \bar{\Gamma} - \lambda_1^T (u - \xi - \bar{u}_{\min}) - \lambda_2^T (\bar{u}_{\max} - u - \gamma) \end{aligned} \quad (13)$$

其中:  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为拉格朗日乘子,  $\lambda_1^i$  和  $\lambda_2^i$  分别为  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的第  $i$  个元素,  $u^i, \bar{u}_{\min}^i$  和  $\bar{u}_{\max}^i$  分别为  $u, u_{\min}, u_{\max}$  的第  $i$  个元素, 对于式 (13) 的一阶 KKT 条件为:

$$\nabla_u \mathcal{L} = \nabla_u \Gamma - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (14)$$

$$\nabla_{\xi} \mathcal{L} = -\eta \mathbf{D}^{-1} e + \lambda_1 = 0 \quad (15)$$

$$\nabla_{\gamma} \mathcal{L} = -\eta \mathbf{E}^{-1} e + \lambda_2 = 0 \quad (16)$$

$$\nabla_{\lambda_1} \mathcal{L} = u - \xi - \bar{u}_{\min} = 0 \quad (17)$$

$$\nabla_{\lambda_2} \mathcal{L} = \bar{u}_{\max} - u - \gamma = 0 \quad (18)$$

其中:  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{E}$  为二维的对角矩阵, 其对角线上的第  $i$  个元素分别为  $\xi^i$  和  $\gamma^i$ , 对式 (15) 和 (16) 左乘矩阵  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{E}$ , 可得原始对偶方程:

$$\nabla_u \Gamma - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (19)$$

$$-\eta e + \mathbf{D} \lambda_1 = 0 \quad (20)$$

$$-\eta e + \mathbf{E} \lambda_2 = 0 \quad (21)$$

$$u - \xi - \bar{u}_{\min} = 0 \quad (22)$$

$$\bar{u}_{\max} - u - \gamma = 0 \quad (23)$$

其中:  $\mathbf{\Lambda}_1$  和  $\mathbf{\Lambda}_2$  为对角矩阵, 其第  $i$  个元素分别为  $\lambda_1^i$  和  $\lambda_2^i$ 。进一步, 采用牛顿法计算变量  $u, \xi, \gamma, \lambda_1$  和  $\lambda_2$  的搜索方向可得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_u & 0 & 0 & -\mathbf{J}^T & \mathbf{J}^T \\ 0 & \mathbf{\Lambda}_1 & 0 & \mathbf{D} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{\Lambda}_2 & 0 & \mathbf{E} \\ \mathbf{J} & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{J} & 0 & -\mathbf{I} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \xi \\ \Delta \gamma \\ \Delta \lambda_1 \\ \Delta \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 - \nabla_u \Gamma \\ \eta e - \mathbf{D} \lambda_1 \\ \eta e - \mathbf{E} \lambda_2 \\ \xi - u + \bar{u}_{\min} \\ \gamma + u - \bar{u}_{\max} \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中:  $\mathbf{H}_u = \nabla_u^2 \mathcal{L}$  为 Hessian 矩阵,  $\mathbf{J} = \nabla u$  为雅克比矩阵, 且  $\mathbf{J} = \mathbf{I}$ ,  $\Delta u, \Delta \xi, \Delta \gamma, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2$  为搜索步长,  $\mathbf{H}_u = 2g^T Q g + 2R$ 。

对式 (24) 两边同时左乘得:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{H}_u & 0 & 0 & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ 0 & -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}_1 & 0 & -\mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{E}^{-1}\mathbf{A}_2 & 0 & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{I} & 0 & -\mathbf{I} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \xi \\ \Delta \gamma \\ \Delta \lambda_1 \\ \Delta \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u \\ r_\xi \\ r_\gamma \\ -r_{\lambda_1} \\ -r_{\lambda_2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中:  $r_u = \nabla_u \epsilon, r_\xi = \nabla_\xi \epsilon, r_\gamma = \nabla_\gamma \epsilon, r_{\lambda_1} = \nabla_{\lambda_1} \epsilon$ 。

通过计算可得  $\Delta \xi, \Delta \gamma$ :

$$\Delta \xi = -\mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{D} (r_\xi + \Delta \lambda_1) \quad (26)$$

$$\Delta \gamma = -\mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{E} (r_\gamma + \Delta \lambda_2) \quad (27)$$

将式 (26) ~ (27) 代入式 (25), 可得如下降维系统:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{H}_u & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{D} & 0 \\ -\mathbf{I} & 0 & \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \lambda_1 \\ \Delta \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u \\ -r_{\lambda_1} - \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{D} r_\xi \\ -r_{\lambda_2} - \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{E} r_\gamma \end{bmatrix} \quad (28)$$

在  $k$  时刻, 给定初始值  $\{ \|u^{(0)}, \xi^{(0)}, \gamma^{(0)}, \lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}\|$ , 则第  $i$  次迭代的方程为:

$$u^{i+1} = u^i + \rho^{(i)} \Delta u^{(i)} \quad (29)$$

$$\xi^{(i+1)} = \xi^{(i)} + \rho^{(i)} \Delta \xi^{(i)} \quad (30)$$

$$\gamma^{(i+1)} = \gamma^{(i)} + \rho^{(i)} \Delta \gamma^{(i)} \quad (31)$$

$$\lambda_1^{(i+1)} = \lambda_1^{(i)} + \rho^{(i)} \Delta \lambda_1^{(i)} \quad (32)$$

$$\lambda_2^{(i+1)} = \lambda_2^{(i)} + \rho^{(i)} \Delta \lambda_2^{(i)} \quad (33)$$

其中:  $\rho^{(i)}$  为搜索方向, 每次迭代都要求解式 (28) 得到  $\Delta u, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2; \Delta \xi$  和  $\Delta \gamma$  可求解式 (26) ~ (27) 得到。

定理 2.1: 当  $\mathbf{Z} = -\mathbf{H}_u - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_1 - \mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}_2$ , 如果矩阵  $\mathbf{Z}$  是非奇异的, 则式 (28) 具有唯一的解。

$$\Delta u = \mathbf{Z}^{-1} (\nabla_u \epsilon + \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_1 r_{\lambda_1} - \mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}_2 r_{\lambda_2} - \eta \mathbf{D}^{-1} e + \gamma \mathbf{E}^{-1} e) \quad (34)$$

$$\Delta \lambda_1 = -\mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_1 (r_{\lambda_1} + \Delta u) - r_\xi \quad (35)$$

$$\Delta \lambda_2 = -\mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}_2 (r_{\lambda_2} - \Delta u) - r_\gamma \quad (36)$$

证明: 对式 (28) 采用消元法可得到式 (34), (35), (36)。证毕。

注: 在式 (10) 中, 权重矩阵  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  为正定矩阵, 因此, 可知 Hessian 矩阵  $\mathbf{H}_u$  也是正定矩阵。松弛变量  $\xi, \gamma$  和拉格朗日乘子  $\lambda_1, \lambda_2$  都为正的, 即对角矩阵  $\mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{A}_1$  和  $\mathbf{A}_2$  也都是正定的。所以保证了矩阵  $\mathbf{Z}$  是非奇异的。

### 3 实验仿真分析

本节利用数值仿真验证本文所提出算法的有效性。在仿真中, 对于系统的输入最大最小约束分别设置为  $u_{\max} = [1 \ 1]$  和  $u_{\min} = [-1 \ -1]$ , 移动机器人的采样周期  $T = 0.5$ , 移动机器人的期望线速度和角速度分别为  $v_r = 0.25 \text{ m/s}$  和  $\omega_r = 0.315 \text{ rad/s}$ , 像素坐标系相对于相机坐标系的缩放比  $\alpha = \beta = 1$ , 矩阵:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在仿真中, 搜索方向  $\rho^{(i)}$  选取为:

$$\rho^{(i)} = 0.95 *$$

$$\left( \max \left\{ -\frac{\Delta \xi}{\xi^i}, -\frac{\Delta \gamma}{\gamma^i}, -\frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1^i}, -\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2^i} : i = 1, \dots, n \right\} \right)^{-1}$$

期望跟踪的轨迹描述为:

$$\begin{cases} x_r = 2 * v_r * \cos(0.157 * T) \\ y_r = 2 * v_r * \sin(0.157 * T) \end{cases}$$

仿真结果如图 3~6 所示。

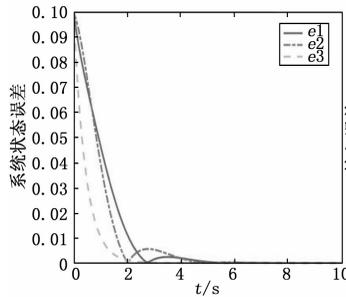


图 3 系统状态误差

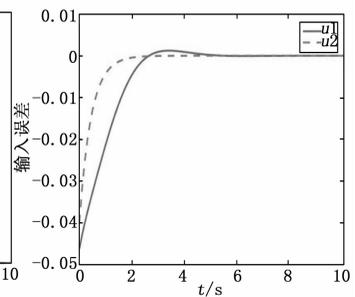


图 4 系统输入误差

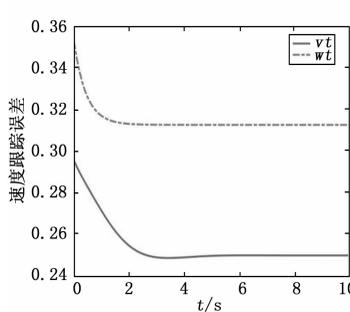


图 5 速度跟踪曲线

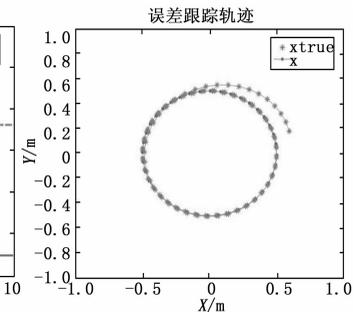


图 6 实际轨迹与真实轨迹

图 3 表示系统的状态误差变化图, 从中可以看到, 系统状态在 4 秒后趋于零, 表明系统的状态误差具有良好的收敛性, 轨迹跟踪的横坐标、纵坐标及角度误差能够收敛为零。图 4 表示系统的输入误差, 在图中可以看到短时间内输入误差能够快速收敛到零。图 5 表示移动机器人的实际线速度和实际角速度, 在图 5 中可以看到, 移动机器人的实际线速度和角速度能够在短时间内跟踪上期望的线速度和角速度, 并能够保持稳定。图 6 是像素坐标系中移动机器人的实际轨迹与真实轨迹图, 从图 6 中可以看到, 对于一个给定的期望轨迹, 当初始位置偏离实际轨迹时, 移动机器人仍可快速跟踪期望的轨迹, 完成对一个圆的轨迹跟踪任务。

从上述仿真结果可以看出, 当跟踪问题中含有不等式约束问题时, 基于 LOQO 内点法的预测控制方法设计的控制器能够很好地保证视觉轨迹跟踪系统的稳定性, 系统的状态误差及输入误差都能够较快的收敛到零, 移动机器人的线速度和角速度也能很快的保持稳定, 并且仿真中移动机器人能够快速的跟上期望的参考轨迹, 完成视觉轨迹跟踪任务。从表 1 中可以看出, 在仿真中, 移动机器人第 10 秒的最终线速度为  $0.24999 \text{ m/s}$ , 最终角速度为  $0.31250 \text{ rad/s}$ , 都能够跟上

(下转第 140 页)