

# 基于位置反解算法的并联机器人坐标变换方法

肖海霞, 朱双美

(河南工程学院, 郑州 451191)

**摘要:** 为提高工作效率, 提升工业机器人的可靠性、稳定性和运动精度, 避免机器人出现速度以及加速度的突变, 对机器人的位置进行准确的控制; 以 RBT-6T03P 并联机器人为例, 应用坐标变化法和位置反解算法对并联机器人机构的位置坐标进行分析并利用 MATLAB 进行仿真; 结果表明: 通过位置反解对并联机器人的坐标进行变换求解是方便可行; 所述控制方法相对于并联机器人求正解算法更加简单、方便、快捷。

**关键词:** 并联机器人; 坐标变换算法; 6 自由度; 反解

## Coordinate Transformation Method of Parallel Robot Based on Position Inverse Solution Algorithm

Xiao Haixia, Zhu Shuangmei

(Henan University of Engineering, Zhengzhou 451191, China)

**Abstract:** Objective to improve the work efficiency, enhance the reliability, stability and movement accuracy of industrial robots, avoid sudden changes in the speed and acceleration of robots, and accurately control the position of robots. Taking the RBT-6T03P parallel robot as an example, the position coordinates of the parallel robot mechanism are analyzed and simulated by MatLab using the coordinate change method and the position inverse solution algorithm. The coordinate transformation method of parallel robot based on position inverse algorithm is more succinct. The control method is simpler, more convenient and faster than the parallel robot algorithm.

**Keywords:** parallel mechanism; coordinate transformation algorithm; 6 degrees of freedom; anti-solution;

### 0 引言

目前, 工业生产自动化水平不断提高, 各个行业生产机器人正在快速发展, 比如汽车加工、物流仓储、食品饮料、机械制造等领域机器换人的速度正在逐渐提升, 未来工业机器人、服务机器人甚至特种机器人都将成为我们生产生活中不可或缺的设备。工业机器人包括并联机器人和串联机器人, 并联机器人通过并联方式驱动, 由两个以上独立的运动链相互连接, 无累积误差及精度较高是并联机器人的突出特点, 所以, 在工业生产、机械制造等领域获得了广泛的应用。同时, 并联机器人的驱动装置可以固定在定平台上, 从而使得并联机器人的运动部分速度比较高、重量比较轻、动态响应比较好, 所以, 在活动工作空间较小, 进行精细及高刚度、大载荷加工的工件加工领域内应用较广, 发展较快。

对于工业机器人工作的场合, 通常需要在线获取机器人的实时位置, 而串联机器人求解正解较为方便, 而求解反解则非常困难。因为并联机器人的并联机构是对称的, 所以各向同性较好, 可以通过空间变换进行位姿反解从而

求取并联机器人的杆长值。

### 1 系统结构及原理

一个完整的并联机器人系统包括外部传感器、执行结构、控制器等, 外部传感器用来检测并联机器人所处的工作环境和工作状态, 执行结构用来执行具体的操作, 控制器用来判断和发出指令, 当对机器人发出指令时, 需要将其编写成计算机所能执行的机器语言载入到机器人的控制器中。六自由度并联机器人的控制系统核心结构为: 嵌入式系统、步进电机及其驱动器及控制器等, 同时还包括电源适配、控制柜、导轨、电磁阀、人机交互界面等几部分, 同时, 在嵌入式计算机内安装可以控制机器人工作的软件和运动控制卡。

机器人的控制技术是决定机器人技术发展的关键因素, 机器人的控制系统是决定并联机器人控制功能和控制原理的首要因素, 它的主要作用是控制并联机器人在指定的空间内的运动位置、运动轨迹、加工操作顺序、加工执行方式等。其包括组织层和协调层, 组织层负责轨迹规划和任务空间下完成任务的位姿描述, 协调层包括反解计算各个关节值和关节空间的轨迹规划等, 在机器人控制器中有机器人自身的控制模型、环境模型, 它会根据具体工作环境和工作状态选择一种适合当前情况的控制算法和任务调度规则, 信号通过控制器被发送至执行机构, 即电机驱动器等一系列装置, 期间也在不间断地受到外部传感器的监测,

收稿日期: 2019-04-15; 修回日期: 2019-06-04。

基金项目: 国家自然科学基金(11604079)。

作者简介: 肖海霞(1978-), 女, 河南开封人, 河南工程学院讲师, 研究生, 主要从事物理电子技术, 智能电子方向的研究。

同时, 将检测结果传送到控制器。最终执行层的状态则需要外部传感器的检测配合, 环境模型的建立也需要外部传感器获取的外部环境信息, 到此为止, 一个完整的闭环并联机器人系统就形成了。

并联机器人的驱动系统的作用是提供各个可运动部位所需要的原动力。常见的驱动系统分为电力驱动、气压驱动和液压驱动, 也可以是三者结合起来的综合驱动系统。从输出功率、响应速度、控制性能、安全性能等多方面的考虑和比较, 并且由于该机器人在室内并且应用于高精度的点位以及连续轨迹控制系统中, 因而采用电力驱动作为该机器人的主要驱动方式。

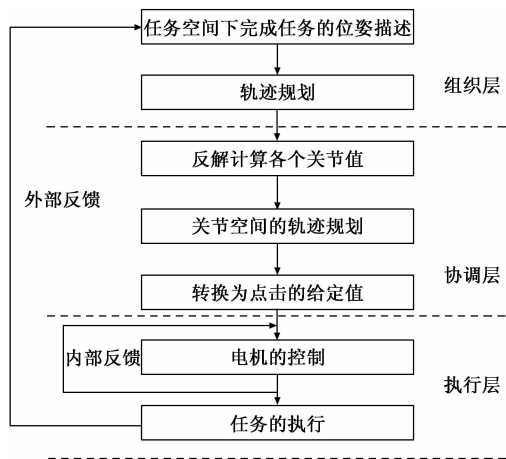


图 1 工作原理

## 2 算法分析

并联机器人的反解算法:

本并联机器人设计采用上下两个平台构成, 下面的平台是静止的, 为静平台, 在其上建立的坐标系我们把它叫做静坐标系。上面的平台是可以移动的, 为动平台, 在其上建立的坐标系我们把它叫做动坐标系。b1 至 b6 为上平台的 6 个坐标点, 分别对应上平台的 6 个绞点, 6 个绞点之间的位置是根据运动情况变化的; B1 至 B6 为下平台的 6 个坐标点, 分别对应下平台的 6 个绞点, 6 个绞点之间的位置是固定不变的。

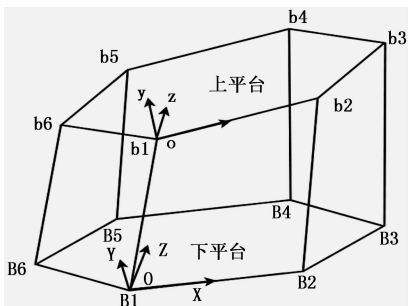


图 2 6 自由度并联机器人空间结构图

具体分析如下: 在动坐标系  $o-xyz$  建立在上面的动平台, 定坐标系  $0-XYZ$  建立在下平台的定平台上。经过分析后得知动平台运动的实质就是空间的变换与定平台之间的

关系。可以用数学表达式表示两者之间的变换关系。静坐标系中的  $R$  可以用动作坐标系中的任意一个向量  $R'$  通过坐标变换求得。其变换公式为:

$$R = TR' + P \tag{1}$$

式子中:  $T$  为上平台姿势的方向余弦矩阵;  $P$  是在动平台上选的参考点, 它是动坐标系的原点相对于静坐标系的位置矢量值。

$$T = \begin{bmatrix} d11 & d12 & d13 \\ d21 & d22 & d23 \\ d31 & d32 & d33 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & \cos\gamma\sin\beta\sin\lambda - \sin\gamma\cos\alpha & \cos\gamma\sin\beta\cos\alpha + \sin\gamma\sin\alpha \\ \cos\gamma\cos\beta & \sin\gamma\sin\beta\sin\alpha - \cos\gamma\cos\alpha & \sin\gamma\sin\beta\cos\alpha - \cos\gamma\sin\alpha \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha \end{bmatrix} \tag{2}$$

上述式子中:  $T$  矩阵是建立在动坐标系里的  $x, y$  和  $z$  在下平台静定坐标系中的方向余弦矩阵,  $\alpha, \beta, \gamma$  三个参数为以在下面的静平台上建立的精坐标系为基准, 在上面的动平台上建立的动坐标系分别沿  $x, y, z$  三个轴旋转所转过的角度。

$$P = [XP, YP, ZP]^T \tag{3}$$

当并联机器人各个部分结构及尺寸确定后, 通过空间几何变换, 就可以计算出上下两个平台各铰链点 ( $b_i, B_i, i=1, 2, \dots, 6$ ) 在各自坐标系个的坐标值据此可以计算出电动驱动杆的长度  $L$ 。

其公式为:

$$l_i = b_i - B_{ii} = 1, 2, 3, \dots, 6 \tag{4}$$

$$L_i = \begin{bmatrix} d11b_i x + d12b_i y + Xp - B_{ix} \\ d21b_i x + d22b_i y + Yp - B_{iy} \\ d31B_{ix} + d32b_i y + Zp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ix} \\ L_{iy} \\ L_{iz} \end{bmatrix} \tag{5}$$

从而得到机构的位置反解计算方程:

$$|L_i| = \sqrt{L_{ix}^2 + L_{iy}^2 + L_{iz}^2} = 1, 2, 3, \dots, 6 \tag{6}$$

(6) 式有 6 个方程, 共有 6 个未知数, 通过获取并联机器人上下两个平台的位置和姿态, 就可以利用上式求出 6 个驱动杆的位移。这就是所研究的并联机器人的位置反解问题通过静平台与动平台之间的坐标变换构造空间矩阵进行计算的结果公式。

为了更好地表示空间内静平台所作的平移变换和旋转变换, 也可以借助齐次坐标来表示所在点的空间位置, 各点在空间的转动和平移等位置, 可以通过齐次变换矩阵来计算表示。可以假定空间某点  $M$  的笛卡尔坐标为  $M(x, y, z)$ , 然后用一个四维列向量  $T[x \ y \ z \ 1]$  表示  $M$  点的齐次坐标。这种表示方法有两个优点, 使用齐次变换矩阵不仅可以规定表示坐标点的位置, 还可以用来规定表示矢量的方向, 即当第 4 个元素为 1 时, 代表该变换矩阵表示坐标点的位置, 而第 4 个元素为 0 时, 代表该变换矩阵表示坐标点的方向。

反解算法的步骤如下:

- 1) 查阅机器人的结构资料, 获得并联机器人的原始

数据。

- 2) 建立并联机器人的动静两个坐标系并确定其原点。
- 3) 求出动坐标系的原点以及各个铰点相对于静坐标系中的位置矢量。
- 4) 跟据机器人的各个部位结构尺寸求出初始状态下各个杆长。
- 5) 给出变化后的静平面的各个铰点相对于原静平面的坐标。
- 6) 再次求出动坐标系各个铰点相对于静坐标系中的位置矢量。
- 7) 计算出此时电动驱动杆的长度  $L$ 。
- 8) 与初始状态下杆长做差求出杆长的变化量。

### 3 算法验证

并联机器人的正解问题就是已知驱动杆变化的长度变化量, 求动平面所在空间的位置坐标, 求解并联机器人的正解会出现一个复杂的多解问题, 当然, 我们可以通过使用差分算法进行求解, 不过, 这相对于反解算法问题进行数学问题的换算分析, 这种方法则要复杂的多。

为了验证该反解算法的可行性和有效性, 文中通过 MATLAB 进行了仿真验证。先建立上下两个平台的动坐标系和静坐标系, 并求取上平台各铰点相对于下平台的坐标值, 然后再根据并联机器人的资料计算求解初始状态的各个驱动杆的长度, 给出静平面的目的坐标值, 重新求出动平面各个铰点相对于静坐标系中的位置矢量值, 最后根据上下两个平面各铰点坐标求取得到驱动杆的长度。

部分源程序如下:

```
t=0: 0.1: 2;
y1=-4.48 * t.^3+13.43 * t.^2+38.74;
figure (1)
plot (y1)
y2=-4.98 * t.^3+14.93 * t.^2+42.90;
figure (2)
plot (y2)
y3=-0.98 * t.^3-2.93 * t.^2-2.81;
figure (3)
plot (y3)
y4=0.7 * t.^3-2.10 * t.^2-1.12;
figure (4)
```

```
plot (y4)
y5=-3.75 * t.^3+11.24 * t.^2+32.84;
figure (5)
plot (y5)
y6=-3 * t.^3+9 * t.^2+26.95;
figure (6)
plot (y6)
```

算法验证所用并联机器人的结构尺寸参数设置如下:

- 并联机器人的自由度: 6
- 驱动杆的长度:  $l=223$  mm
- 上平台外接圆的直径:  $R=129.74$  mm
- 下平台外接圆的直径:  $r=65.5$  mm
- 各驱动杆的行程: 100 mm
- 驱动元件的方向: Z 向
- 驱动元件的最小伸长量: 158.896 6 mm
- 驱动元件的最大伸长量: 258.896 6 mm

所选 6 自由度并联机器人空间坐标及并联机器人的驱动杆的初始长度设置如表 1 所示。

选择确定上下两个平台各铰点坐标及初始状态下的驱动杆的长度为 212.57 mm, 在实际运行过程中, 由于并联机器人本身机械结构的原因  $b_i$  点 (动平台的各个铰点) 的实际运行轨道为仅沿 Z 轴平行移动, 而 X 轴与 Y 轴坐标均不会发生改变。因此上面动平台上铰点的各个坐标的  $z$  轴变化量就是驱动关节滑块的移动距离 208.897 mm。

经对反解算法进行仿真计算, 可以得到上平台各个铰点变换后的坐标值, 并且, 当静平面的目标值为 (0, 0, 50) 时, 得到各个驱动杆的长度为 163.61 mm, 变化量为 48.96 mm; 当静平面的目标值为 (0, 0, -20) 时, 得到各个驱动杆的长度为 232.25 mm, 变化量为 19.68 mm; 并联机器人运动后的结果表明: 对于各种不同结构的并联机器人, 只要根据其结构分析建立其空间坐标系我们就能对其进行反解解算, 这种并联机器人坐标求解方法具有普遍性, 输入目的坐标值即可获得上平面各铰点坐标及驱动杆长的变化量。

### 4 小结

并联机器人在工业生产、精密加工、汽车电子、航空航天等领域的应用随着智能制造技术的深入发展会日益增加, 而对并联机器人的控制方法也必定会不断革新。通过本

表 1 所选机器人初始杆长与坐标

上平台各铰点坐标 (参考点为 $O'$ )	下平台各铰点坐标 (参考点为 $O$ )	上平台各铰点变化后的坐标值 (参考点为 $O$ )	初始状态下的杆长 ( $l_i$ )
(77.92,77.92,0)	(50.1,50.1,0)	(77.92,77.92,208.897)	212.57
(102.08,102.08,0)	(129.9,129.9,0)	(102.08,102.08,208.897)	212.57
(-162.08,-162.08,0)	(170.1,170.1,0)	(-162.08,-162.08,208.897)	212.57
(-137.92,-137.92,0)	(-110.1,-110.1,0)	(-137.92,-137.92,208.897)	212.57
(-42.08,-42.08,0)	(-69.9,-69.9,0)	(-42.08,-42.08,208.897)	212.57
(-17.92,-17.92,0)	(9.9,9.9,0)	(-17.92,-17.92,208.897)	212.57

注:以上坐标由并联机器人的机械结构以及其初始状态所决定。

表 2 运动后的杆长及其变化量

静平面目标坐标值	静平台变化后各铰点坐标	上平台各铰点变换后的坐标值(参考点为 $O$ )	各个杆长(mm)	变化量(mm)
(0,0,50)	(50.1,50.1,50)	(77.92,77.92,208.897)	163.61	48.96
	(129.9,129.9,50)	(102.08,102.08,208.897)	163.61	48.96
	(170.1,170.1,50)	(-162.08,-162.08,208.897)	163.61	48.96
	(-110.1,-110.1,50)	(-137.92,-137.92,208.897)	163.61	48.96
	(-69.9,-69.9,50)	(-42.08,-42.08,208.897)	163.61	48.96
	(9.9,9.9,50)	(-17.92,-17.92,208.897)	163.61	48.96
静平面目标坐标值	静平台变化后各铰点坐标	上平台各铰点变换后的坐标值(参考点为 $O$ )	各个杆长(mm)	变化量(mm)
(0,0,-20)	(50.1,50.1,-20)	(77.92,77.92,208.897)	232.25	19.68
	(129.9,129.9,-20)	(102.08,102.08,208.897)	232.25	19.68
	(170.1,170.1,-20)	(-162.08,-162.08,208.897)	232.25	19.68
	(-110.1,-110.1,-20)	(-137.92,-137.92,208.897)	232.25	19.68
	(-69.9,-69.9,-20)	(-42.08,-42.08,208.897)	232.25	19.68
	(9.9,9.9,-20)	(-17.92,-17.92,208.897)	232.25	19.68

注:以上变化起始点均为(0,0,0)。

次对并联机器人的工作原理和机械结构的设置,及其位置变换解的反解算法的研究,对其位置反解定位方法进行了介绍和验证,验证结果表明,与正解算法相比基于位置反解算法的并联机器人坐标变换方法更加简洁有效,具有更大的应用价值和潜力,经过简单的计算即可获得各个机器杆的变化量,并联机器人结构中没有驱动器的累积误差,因此使得它们具有很高的精度。此外大多数的并联机器人可以保证基座驱动器的密封性,在较为潮湿、有辐射、高温甚至在太空等恶劣的环境下仍可保持良好的性能,应用环境也更为广泛。

参考文献:

[1] 郑志, 邓子龙. 六自由度并联机器人的位置分析及仿真研究 [J]. 机械制造与自动化, 2016, 45 (2): 163-166.

[2] 刘平安, 王 铨, 廖小东. 一种并联机器人的运动学建模方法的研究 [J]. 机械研究与应用, 2014 (1): 114-118.

[3] 陈 平. 六自由度并联机器人的运动控制与研究 [D]. 乌鲁木齐: 新疆大学, 2017.

[4] 康信勇, 赵翼翔, 陈新. 基于 SimMechanics 的六自由度机械臂仿真研究 [J]. 机床与液压, 2016, 44 (23): 23-29.

[5] 刘金琨. 先进 PID 控制 MATLAB 仿真 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2011.

[6] 胡国胜. 并联机器人的工作空间研究现状 [J]. 仪器仪表用户, 2004, 11 (6): 1-3.

[7] 栾本言, 孙首群, 田科技, 等. 六自由度工业机器人位姿误差的补偿方法 [J]. 信息技术, 2015 (1): 191-194.

[8] 田东升, 胡 明, 邹 平, 等. 基于 ANSYS 的六自由度工业机器人模态分析 [J]. 机械与电子, 2012 (2): 59-62.

[9] 吴应东. 六自由度工业机器人结构设计与运动仿真 [J]. 现代电子技术, 2014 (2): 74-76.

[10] 张玉书, 李 军. 基于 ADAMS 和 SIMUL INK 的气动六自由度并联平台仿真研究 [J]. 机床与液压 2013, 41 (9): 134-137

[11] 黄 真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制

[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.

[12] 刘 军, 郑喜贵. 工业机器人技术及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.

[13] (美) John J. Craig. 机器人学导论 (原书第 3 版) [M]. 贞超, 等译. 北京: 机械工业出版社, 2014.

[14] Andrea Cherubini, Robin Passama, André Crosnier, et al. Collaborative manufacturing with physical human-robot interaction [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2016, 40: 1-13.

[15] 李 慧, 马正先, 逢 波. 工业机器人零部件结构设计 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2016.

[16] Mikkel Rath Pedersen, Iazaros Nalpantidis, Rasmus Skovgaard Andersen, et al. Robot skills for manufacturing: From concept to industrial deployment [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2016, 37: 280-300.

[17] 张正扬. Delta 并联机器人高速运动控制研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2018.

[18] 李 鹏. SCARA 机器人轨迹规划及控制方法的研究设计 [D]. 青岛: 青岛大学, 2018.

[19] 曹 斌, 董伯麟, 柯振辉. 基于运动控制卡的桁架机器人控制系统设计 [J]. 制造技术与机床, 2017 (3): 25-28.

[20] 周万里, 韦 岩, 郁汉琪, 等. 基于 PCI-DMC 运动控制卡的 4R 机器人控制系统设计 [J]. 工业控制计算机, 2017, 30 (5): 52-54

[21] 郭茂森, 商嘉峰, 裴旻茜. 基于 PC 机与运动控制卡的多轴控制系统设计 [J]. 科学技术创新, 2019 (4): 71-72.

[22] 李惠强. 基于运动控制卡的高精度伺服系统探究 [J]. 现代制造技术与装备, 2018 (7): 98-99.

[23] 齐 凯. 空间六自由度位姿调整平台运动性能研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2016.

[24] 周德芳, 管 旗. 基于 FPGA 的逐点比较法直线插补算法设计与实现 [J]. 化工自动化及仪表, 2018, 45 (10): 802-805.

[25] 韩赛飞, 施 俊, 刘炎华, 等. 一种改进型逐点比较圆弧插补算法的 FPGA 实现 [J]. 现代电子技术, 2017, 40 (19): 153-155.