

基于压缩感知的遥感成像稀疏重构性能分析

张建业¹, 赵晓林¹, 赵搏欣¹, 高关根², 陈小龙²

(1. 空军工程大学, 西安 710051;

2. 飞行器控制一体化技术重点实验室 中航工业自控所, 西安 710065)

摘要: 压缩感知是一种新型的信息论, 打破了传统的 Shannon—Nyquist 采样定理, 能够以少量数据完成信号采样; 稀疏重构是压缩感知由理论到实际的关键环节, 为了将压缩感知有效地应用于遥感成像领域, 研究了稀疏重构对遥感成像过程的影响; 针对稀疏重构理论模型, 分析了重构误差的成因; 同时, 针对典型的凸优化类算法和贪婪类算法, 利用峰值信噪比指标对遥感图像重构误差进行评价; 在仿真实验中, 定量考察遥感图像在不同压缩采样率、不同重构算法下的稀疏重构性能; 结果表明, 稀疏重构算法能够成功重构遥感图像, 各算法在不同压缩采样率下均表现出了较好的重构质量, 整体上能够满足遥感成像应用, 验证了压缩感知稀疏重构方法在遥感成像中应用的可行性。

关键词: 遥感成像; 压缩感知; 稀疏性; 稀疏重构

Analysis on Sparse Reconstruction Performance of Remote Sensing Imaging Based on Compressive Sensing

Zhang Jianye¹, Zhao Xiaolin¹, Zhao Boxin¹, Gao Guangen², Chen Xiaolong²

(1. Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Key Lab. of Science and

Technology on Aircraft Control, FACRI, Xi'an 710065, China)

Abstract: Compressive sensing is a new information theory which breaks the traditional Shannon—Nyquist sampling theorem and can perform signal sampling with a small amount of data. Sparse reconstruction is the key factor of compressive sensing from theory to practice. In order to apply compressive sensing effectively to remote sensing imaging, the effect of sparse reconstruction on remote sensing imaging is studied. Based on the sparse reconstruction model, the causes of reconstruction error are analyzed. Meanwhile, according to the typical convex optimization algorithms and greedy algorithms, the reconstruction errors of remote sensing image are evaluated by peak signal-to-noise ratio (PSNR). In the simulation, the sparse reconstruction performance of remote sensing image is quantitatively investigated with regard to different compression sampling rates and reconstruction algorithms. The result shows that sparse reconstruction algorithm can successfully reconstruct remote sensing image. The algorithms give good reconstruction quality with different compression sampling rates, which can meet the requirements of remote sensing imaging. The conclusion proves the feasibility of applying compressive sensing sparse reconstruction method in remote sensing imaging.

Keywords: remote sensing imaging; compressive sensing; sparsity; sparse reconstruction

0 引言

遥感成像是一种重要的对地信息测量手段, 具有平台高、视域广、可连续成像等特点, 多年来, 其理论与技术在国际上不断得到完善和突破, 被广泛应用于环境监测、资源勘探、灾害预报、军事侦察等重要领域。随着时代的发展, 信息获取的需求对遥感成像提出了越来越高的要求, 使得遥感成像向着多光谱、大视场、高分辨率等方向迅速发展。然而, 由此产生的庞大数据量, 给数据处理和实时传输造成巨大压力, 在很大程度上限制了遥感成像的性能及进一步发展。

压缩感知^[1-2] (Compressive Sensing, CS) 是近年来提出的一种新型信息论, 该理论以信号的稀疏性为先验, 通过采集远少于信号本身数据量的投影值, 然后利用非线性的重构算法精确恢复原始信号。该理论实现了在采样的同时完成数据压缩, 能够很好地解决提高采样率和舍弃冗余数据之间的矛盾, 在遥感成像领域具有较好的应用前景。信号的稀疏重构^[3-4] 是压缩感知的核心内容之一, 也是压缩感知由理论转化为应用的关键步骤。受稀疏重构算法无法精确求解的限制, 当前多数重构算法均采用了近似求解的方式, 使得原始图像与重构图像之间存在一定程度的误差。因此, 遥感图像稀疏重构性能的优劣直接决定了压缩感知理论能否在遥感成像中的应用。

本文首先针对稀疏重构模型和求解方式, 分析了稀疏重构误差的理论来源; 接着, 针对光学遥感图像分析了图像重构误差产生机理, 并给出了图像重构误差的评价指标; 最后, 通过仿真实验, 考察了在不同压缩采样率、不同重

收稿日期: 2018-08-19; 修回日期: 2018-08-30。

基金项目: 国家自然科学基金(61503405); 航空科学基金(20160896007); 航空科学基金(20160896008)。

作者简介: 张建业(1971-), 男, 山西定襄人, 博士, 教授, 主要从事飞行器导航制导与控制方向的研究。

构算法下遥感图像重构性能。

1 稀疏重构误差分析

一般地, 离散信号 x 在正交基 Ψ 上可以稀疏表示为:

$$x = \Psi\alpha \quad (1)$$

其中: α 为稀疏表示系数, 如果系数 α 中有 K 个较大或非零值, 那么 x 即为 K 阶稀疏信号。压缩感知的主要过程是通过一个 $M \times N$ 的测量矩阵 Φ 对信号进行压缩采样, 满足 $M \ll N$, 得到低维测量值 y , 即:

$$y = \Phi x \quad (2)$$

稀疏重构是从压缩数据 y 恢复原始信号 x 的过程, 也就是:

$$\min \|\alpha\|_0 \text{ s.t. } y = \Phi x = \Phi\Psi\alpha \quad (3)$$

其中: $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数, 即求解满足压缩测量条件下的向量 α 中非零系数的个数。

理论上, 式 (3) 是一个欠定稀疏优化问题, 无法得到精确解析结果, 需要针对优化问题寻求近似解法, 并在近似求解过程中产生重构误差。目前, 稀疏重构算法主要分为两大类: 凸优化类算法^[5]和贪婪类算法^[6]。凸优化算法是将式的 l_0 范数问题转化为 l_1 范数进行求解, 即

$$\min \|\alpha\|_1 \text{ s.t. } y = \Phi\Psi\alpha \quad (4)$$

同时, 在求解过程中, 将约束条件转化为惩罚项, 构造非约束优化问题, 即:

$$\min_x \frac{1}{2} \|y - \Phi x\|_2^2 + \tau \|x\|_1 \quad (5)$$

以 Bregman 迭算法为例, 式 (5) 的优化求解方法如下。

Bregman 算法流程:

输入: 测量矩阵 Φ , 测量值 y , 稀疏度 K ;

输出: 重构信号 \hat{x} ;

初始化: 设凸函数 $E(x) = \|x\|_1$ 和 $H(x) =$

$$\frac{1}{2} \|y - \Phi x\|_2^2, x_0 = 0, y_0 = 0, \text{迭代次数 } n = 0;$$

Step1: 定义 x 和 z 点之间的 Bregman 距离为:

$$D_f^j(x, z) = J(x) - J(z) - [q, x - z]$$

Step2: 求解优化问题:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \operatorname{argmin}_x \left\{ \lambda D_f^j(x, x_n) + \frac{1}{2\mu} \|y_n - \Phi x\|_2^2 \right\} \\ q_{n+1} = q_n - \frac{1}{\mu} \Phi^T (\Phi x_{n+1} - y) \end{cases}$$

Step3: 若算法收敛, 则 $x_{n+1} \rightarrow x^*$, 令 $\hat{x} = x^*$ 。

考虑 l_1 范数是最接近 l_0 范数的凸函数, 因此使用 l_1 范数替代 l_0 范数进行求解是一种常用的方法。然而, 这种方法得到的最优解 x^* 是 l_1 范数的优化结果, 该结果虽然能够很好地逼近 $x^* \rightarrow x$, 但理论上仍然存在一定程度的重构误差。

贪婪算法是根据匹配追踪的思想, 迭代地从稀疏字典中选择原子, 同时计算相应的表示系数, 通过局部优化依次找到最优解, 即将式转化为近似求解形式:

$$\min \|\alpha\|_0 \text{ s.t. } \|y - \Phi\Psi\alpha\|_2 \leq \delta \quad (6)$$

以正交匹配追踪算法 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 为例, 式 (6) 的近似求解方法如下。

OMP 算法流程:

输入: 测量矩阵 Φ , 测量值 y , 稀疏度 K ;

输出: 重构信号 \hat{x} ;

初始化: 索引集 $\Gamma_0 = \phi$, 支撑集 $\Phi_{\Gamma_0} = \phi$, 残差值 $r_0 = y$, 迭代次数 $n = 1$;

Step1: 计算残差与测量矩阵内积 $g_n = \Phi^T r_{n-1}$;

Step2: 找出内积中最大值所对应的索引 $\lambda = \operatorname{arg}$

$$\max_{i=1,2,\dots,N} |g_n(i)|;$$

Step3: 更新索引集 $\Gamma_n = \Gamma_{n-1} \cup \{\lambda\}$, 同时更新支撑集 $\Phi_{\Gamma_n} = \Phi_{\Gamma_{n-1}} \cup \{\varphi_\lambda\}$;

Step4: 通过最小二乘法得到近似解 $x_n = (\Phi_{\Gamma_n}^T \Phi_{\Gamma_n})^{-1} \Phi_{\Gamma_n}^T y$, 更新残差 $r_n = y - \Phi x_n$;

Step5: 判断若 $r_n < \epsilon$, 即残差足够小, 令 $\hat{x} = x_n$; 否则, 令 $n = n + 1$, 转入 Step1。由此可见, 贪婪类算法在计算中, 通过迭代的方式, 逐步减小残差, 当满足迭代终止条件时, 得到局部最优解。因此, 重构的信号 \hat{x} 与原始信号 x 之间必然存在重构误差。

2 图像误差评价指标

对于遥感图像, 稀疏重构算法引入的重构误差主要表现为图像误差的形式。考虑重构图像 \hat{x} 和原始图像 x , 重构误差 $error$ 可以表示为:

$$error = \operatorname{diff}(\hat{x}, x) \quad (7)$$

其中, 函数 $\operatorname{diff}(\alpha, \beta)$ 寻求 α 与 β 之间的差别。

具体地, 针对图像误差对比, 将函数 diff 具体化为峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) 指标, 对遥感图像重构误差进行评价。定义图像尺寸为 $M \times N$, 重构图像 \hat{x} 和原始图像 x 各像素归一化结果为 $x(i, j)$ 和 $\hat{x}(i, j)$ 。由此, PSNR 评价指标表示为:

$$\operatorname{PSNR} = 10 \lg \left[\frac{MN}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i, j) - \hat{x}(i, j))^2} \right] \quad (8)$$

该指标反映了稀疏重构图像对原始图像的逼近程度, PSNR 值越大, 重构误差越小, 重构图像就越接近原始图像。

同时, 对于相同图像, 稀疏重构误差的大小主要与算法类别和压缩采样率有关。考虑不同算法类别, 在凸优化类和贪婪类算法中, 各选取两种较为典型的方法进行实现, 考察压缩感知稀疏重构对遥感图像质量的影响。其中, 凸优化类算法选择内点法^[7] (Interior Point Method, IPM) 和 Bregman 迭代^[8]算法; 贪婪类算法选择 OMP 算法^[9-10]和稀疏自适应匹配追踪算法^[11] (Sparsity Adaptive MP, SAMP)。

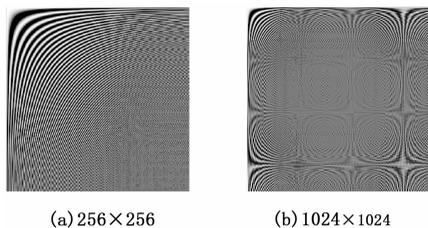
定义压缩采样率 η 为压缩测量过程中, 测量次数 m 与原始图像规模 n 的比值:

$$\eta = m/n \quad (9)$$

其中: $n = M \times N$ 。理论上, 压缩采样率越高, 对原始图像的信息获取程度越高, 稀疏重构结果就越接近原始图像。对所实现的 4 种典型算法, 考察各算法在不同压缩采样率下遥感图像的重构误差。

3 仿真实验分析

针对压缩感知的三个要素, 即稀疏表示、压缩测量和稀疏重构, 分别进行仿真实验设计。首先, 构造离散余弦变换 (Discrete Cosine Transform, DCT) 基作为稀疏表示基 Ψ , 针对图尺寸为 256×256 和 1024×1024 的遥感图像, 分别生成相应大小的 DCT 稀疏表示基, 如图 1 所示。理论上, 不同尺寸的稀疏基对相应尺寸图像的稀疏表示能力相同。



(a) 256×256 (b) 1024×1024

图 1 不同尺寸 DCT 稀疏表示基

其次, 构造压缩测量矩阵, 选择 Toeplitz 循环矩阵作为实验测量矩阵, 图 2 显示了一个尺寸为 64×256 的测量矩阵, 其能够对规模是 256 的信号实现 25% 的压缩采样率。



图 2 Toeplitz 循环测量矩阵

最后, 分别实现 IPM、Bregman、OMP 和 SAMP 4 种稀疏重构算法, 完成压缩感知整个过程, 并重点评价 4 种算法下遥感图像的稀疏重构效果。实验数据选取 256×256 低分辨率均匀场景遥感图像以及 1024×1024 高分辨率复杂场景遥感图像共 50 幅, 组成图像库进行统计仿真, 图 3 显示了不同类型的遥感图像。



(a) 均匀场景图像 (b) 复杂场景图像

图 3 两种不同类型遥感图像

针对每幅图像, 分别选取 20%、30%、40% 和 50% 的压缩采样率, 逐一进行压缩感知并完成不同算法下的稀疏重构。为了更好地显示图像重构误差, 选择较低压缩采样率 20%, 以图 3 (a) 所示遥感图像为例, 在 4 种算法下的重构图像如图 4 所示。

可以看到, 在较低压缩采样率下, 凸优化类算法 (IPM

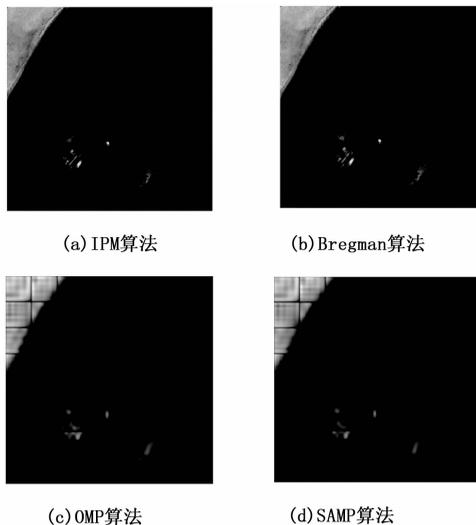


图 4 不同算法下稀疏重构遥感图像

和 Bregman) 对遥感图像的重构质量总体上优于贪婪类算法 (OMP 和 SAMP), 其重构图像细节更加接近原始图像; 而两种贪婪算法重构图像中, 对图像细节的还原程度相对较低。这是由于凸优化类算法的优化模型使得结果能够更加接近原始图像, 而贪婪类算法则以匹配追踪的方式得到了局部最优解, 因此存在相对更大的重构误差。

统计图像库中所有图像在 IPM、Bregman、OMP 和 SAMP 四种算法中不同压缩采样率下的算法平均运行时间, 其中高分辨率图像截取与低分辨率相同数据量进行时间平均计算, 结果如表 1 所示。结果表明, 凸优化类算法较贪婪类算法需要更长的重构时间。其中, 在不同压缩采样率下, IPM 算法运行时间保持在 10 s 左右, 而 Bregman 算法随着压缩采样率的提高, 运行时间由 17.58 s 减少到 11.83 s, 这是由于更多的采样数据加快了算法的迭代收敛速度。相对而言, 贪婪类算法的运行时间远低于凸优化类算法, 随着采样率的提高, OMP 算法的运行时间由 0.64 s 增加到 3.16 s, 而 SAMP 算法的运行速度更快, 在所选择的采样率下, 普遍保持在 1 s 以内。

表 1 算法运行时间比较

压缩采样率/%	IPM	Bregman	OMP	SAMP
20	9.53	17.58	0.64	0.33
30	10.01	16.92	1.14	0.42
40	10.92	14.21	2.20	0.57
50	11.59	11.83	3.16	0.70

统计图像在不同重构算法和不同压缩采样率下的图像重构误差, 计算相应的 PSNR 值, 并降序排列结果, 统计结果如图 5~图 8 所示。

结果表明, 对比 4 种不同的稀疏重构算法, 凸优化类算法对遥感图像的稀疏重构效果整体上优于贪婪类算法。其中, IPM 和 Bregman 算法重构效果较为接近, 各压缩采样率下的图像平均 PSNR 值保持在 3 dB 以内; OMP 算法

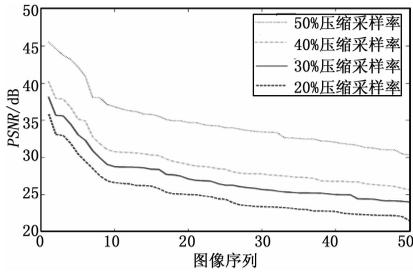


图 5 IPM 算法图像重构 PSNR 值

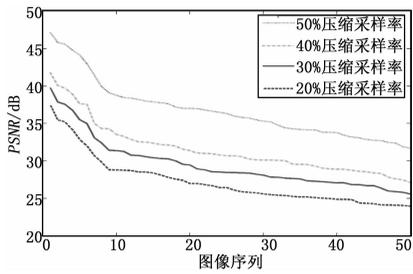


图 6 Bregman 算法图像重构 PSNR 值

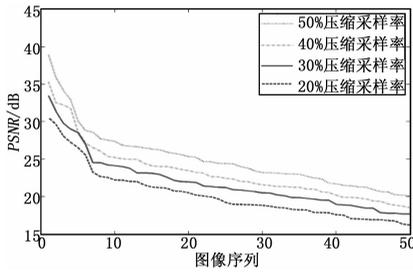


图 7 OMP 算法图像重构 PSNR 值

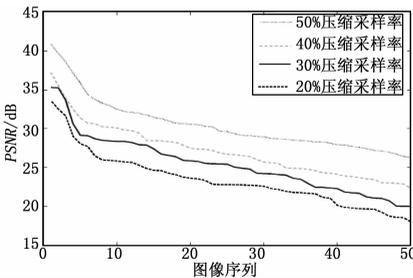


图 8 SAMP 算法图像重构 PSNR 值

重构效果相对差, 随着压缩采样率的降低, 图像重构 PSNR 值下降较快, SAMP 算法优于 OMP 算法, 各压缩采样率下的图像平均 PSNR 值高约 5~6 dB。

总体上, 凸优化算法计算精度较高、重构误差小, 但计算复杂度较大, 当信号规模较大时, 数据处理时间相对较长。贪婪算法计算复杂度较低且容易实现, 但重构精度不高, 在压缩采样率不足时导致图像重构误差较大。

在相同的算法下, 图像重构质量随着压缩采样率的增加而提高, 表明增加压缩采样率能够很大程度上提高图像重构质量。此外, 在较低压缩比 20% 时, 凸优化类算法对遥感图像重构 PSNR 保持在 20 dB 以上, 而贪婪算法的为

15 dB 以上, 并且通过增加压缩采样率, 可以进一步提升稀疏重构性能, 在一定程度上验证了稀疏重构在遥感成像中应用的可行性。

4 结论

本文针对压缩感知稀疏重构对遥感图像的影响进行了研究, 定量分析了在不同压缩采样率、不同重构算法下的遥感图像稀疏重构效果。结果表明, 在所选取的 20%、30%、40% 和 50% 的较低压缩采样率下, 4 种重构算法对遥感图像均能够成功重构, 并实现了较好的重构效果。同时, 随着采样率的提升, 各算法均能够在很大程度上提高图像重构质量。结论成功验证了遥感图像稀疏重构的可行性, 为压缩感知理论在遥感领域的进一步应用, 以及遥感压缩成像系统的设计提供了实践基础。

参考文献:

- [1] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52 (4): 1289 - 1306.
- [2] Candès E J. Compressive sampling [A]. International Congress of Mathematicians [C]. Madrid, Spain, 2006, 3: 1433 - 1452.
- [3] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52 (2): 489 - 509.
- [4] Candès E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51 (12): 4203 - 4215.
- [5] Candès E J. Enhancing sparsity by reweighted l1 minimization [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2008, 24: 877 - 905.
- [6] Tropp J A. Greed is good; algorithm results for sparse approximation [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2006, 52: 2231 - 2342.
- [7] Kim S, Koh K, Lustig M, et al. An interior point method for large-scale l1 regularized least squares [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1 (4): 606 - 617.
- [8] Yin W T, Osher S, Goldfarb D, et al. Bregman iterative algorithms for l1 - minimization with applications to compressed sensing [J]. Siam Journal on Imaging Sciences, 2008, 1 (1): 143 - 168.
- [9] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transaction On Information Theory, 2007, 53 (12): 4655 - 4666.
- [10] 陈宁, 阎琳, 邱岳恒. 基于 OMP 算法的图像重构研究与 FPGA 实现 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (9): 2944 - 2946.
- [11] Thong T, Gan L, Nguyen N, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing [A]. 2008 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [C]. California, USA, 2008, 1: 581 - 587.