

轮式机器人轨迹跟踪控制系统的设计

王 猛¹, 靳伍银^{1,2}, 王 安¹

(1. 兰州理工大学 机电工程学院, 兰州 730050;

2. 兰州理工大学 数字制造技术与应用教育部重点实验室, 兰州 730050)

摘要: 针对轮式机器人轨迹跟踪控制系统误差收敛速率低、精度和实时性差的问题, 采用反演控制算法并结合李雅普诺夫稳定性分析方法对轮式机器人的轨迹跟踪系统进行了优化设计; 建立了轮式机器人轨迹跟踪控制系统的运动学模型, 并对该模型进行位置偏差分析; 在反演控制算法中引入了分部虚拟控制量, 并分析和设计其他间接受控量, 提高了算法运行的效率; 采用李雅普诺夫收敛定理对系统的收敛性进行分析, 根据分析的结果提出了算法更加简单的控制律; 利用 Matlab 软件的 Simulink 库对设计的轨迹跟踪控制系统试验研究; 结果表明, 与基于李雅普诺夫直接法或者迭代学习算法设计的轮式机器人轨迹跟踪控制系统相比较, 设计的控制系统具有跟踪精度高、收敛速度快、实时性好的优点。

关键词: 轨迹跟踪; 误差分析; 反演控制算法; 李雅普诺夫收敛定理; 分部虚拟控制量

Design of Trajectory Tracking Control System for Wheeled Robots

Wang Meng¹, JIN Wuyin^{1,2}, Wang An¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

2. Key Laboratory of Digital Manufacturing Technology and Applications

(Lanzhou University of Technology), Ministry of Education, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Aim at the shortages of slow error convergence speed, low accuracy, and poor real-time ability of trajectory tracking control system for wheeled robots, a novel control system is proposed based on Backstepping control algorithm and Lyapunov stability analysis method. In order to study the position deviation of the wheeled robots, the kinematic model is designed. In addition, the Backstepping control algorithm employ a new control strategy for segment virtual control to study and design other indirectly controlled parameters, which greatly improves the efficiency of the algorithm. The Lyapunov law is adopted to analyze the convergence of the system, and in the light of the results of stability analysis to propose a new and simple control law. Finally, Matlab/Simulink is employed to test trajectory tracking control system. The results show that the new control strategy proposed in this paper has higher accuracy, faster convergence speed and better real-time performance than the control strategy based on direct Lyapunov algorithm or iterative learning algorithm.

Keywords: trajectory tracking; error analysis; backstepping algorithm; lyapunov convergence law; segment virtual control

0 引言

智能轮式机器人是一种在复杂的环境下工作的具有自规划、自组织、自适应能力的机器人^[1-4]。在移动机器人相关技术研究中, 控制技术是其核心技术, 也是其实现真正智能化和完全自主移动的关键技术^[1]。轮式机器人具有时变、强耦合和非线性特性, 由于测量和建模的不精确, 加上负载的变化以及外部扰动的影响, 传统的基于经典控制理论的控制算法很难实现对轮式机器人的实时、精确控制^[5-9]。目前, 在轮式机器人轨迹跟踪控制系统的设计中, 常采用的算法有模糊 PID 控制算法、迭代学习控制算法和李雅普诺夫 (Lyapunov) 直接算法^[10-14], 但是, 模糊 PID 控制算法需要大量的专家经验才能

设计精确地控制规则, 这在现实中是很难实现的; 虽然采用迭代学习控制算法和李雅普诺夫直接法设计的机器人轨迹跟踪控制系统基本上能够满足系统的稳定性和准确性要求, 但是, 由于迭代学习算法在控制过程中需要反复迭代, 且迭代的次数与精度均没有合理、系统的理论体系支撑, 需要通过试验反复迭代验证, 这严重影响了机器人控制系统的实时性要求; 而 Lyapunov 直接法仍然没有系统的、普遍适用的构造 Lyapunov 函数的方法, 且收敛速度慢的缺陷。

本文采用反演 (Backstepping) 控制算法对轮式机器人轨迹跟踪控制系统进行优化设计, 建立了轮式机器人的运动学模型, 对该模型进行误差分析并引入分部虚拟控制量, 并利用 Lyapunov 收敛定理分析了系统的收敛性, 根据分析结果提出了一套算法简单的控制律。最后采用 Matlab/Simulink 对控制系统进行试验, 结果表明本文采取的控制策略提高了系统的实时性、收敛精度和速率。

1 轮式机器人运动学模型

本文的研究对象为同轴双电机差速转向的轮式机器人, 其位姿如图 1 所示。

图 1 中, 以机器人的两驱动轮轴线中点为参考点对机器人位姿变化进行研究, 其中 $p(x, y, \delta)$ 为机器人当前位姿, $p_d(x_d, y_d, \delta_d)$ 为期望位姿, (x, y) 为机器人的当前位置

收稿日期: 2017-03-19; 修回日期: 2017-04-23。

基金项目: 2016 年度省自然科学基金 B 类项目: 刀具热变形因素对切削系统稳定性的影响。

作者简介: 王 猛 (1992-), 男, 河南商丘人, 硕士研究生, 主要从事嵌入式智能系统方向的研究。

靳伍银 (1969-), 男, 甘肃秦安人, 博士, 研究员, 博导, 主要从事机器视觉与嵌入式系统方向的研究。

王 安 (1981-), 男, 甘肃靖远人, 博士研究生, 讲师, 主要从事非线性系统方向的研究。

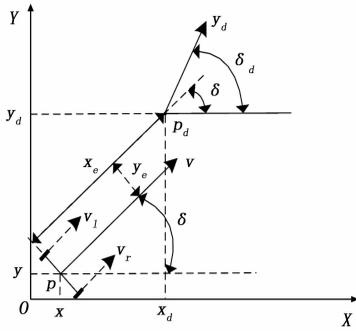


图 1 移动机器人位姿误差坐标图

坐标, δ 为机器人的当前行驶方向角, v_l 、 v_r 分别为机器人的左、右轮线速度, v 为机器人当前的速度, 三者之间的近似关系如式 (1) 所示:

$$v = \frac{v_l + v_r}{2} \quad (1)$$

机器人在 X、Y 方向的位移变化以及角度变化如式 (2) 所示:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\delta) \\ \dot{y} = v \sin(\delta) \\ \dot{\delta} = \omega \end{cases} \quad (2)$$

其中: ω 是机器人的角速度。

由式 (2) 可以看出, 机器人的位姿状态是由线速度 v 和角速度 ω 决定的。

通过对图 1 进行分析可得:

$$\begin{cases} x_e = (x_d - x) \cos(\delta) + (y_d - y) \sin(\delta) \\ y_e = (y_d - y) \cos(\delta) - (x_d - x) \sin(\delta) \\ \delta_e = \delta_d - \delta \end{cases} \quad (3)$$

联立式 (2)、(3) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= (\dot{x}_d - \dot{x}) \cos(\delta) - (x_d - x) \dot{\delta} \sin(\delta) + \\ & (\dot{y}_d - \dot{y}) \sin(\delta) + (y_d - y) \dot{\delta} \cos(\delta) = \\ & (v_d \cos(\delta_d) - v \cos(\delta)) \cos(\delta) - (x_d - x) \omega \sin(\delta) + \\ & (v_d \sin(\delta_d) - v \sin(\delta)) \sin(\delta) + (y_d - y) \omega \cos(\delta) = \\ & v_d \cos(\delta_d) \cos(\delta) + v_d \sin(\delta_d) \sin(\delta) - v \cos^2(\delta) - v \sin^2(\delta) + \\ & \omega((y_d - y) \cos(\delta) - (x_d - x) \sin(\delta)) = v_d \cos(\delta_d - \delta) - v + \\ & y_e \omega = v_d \cos(\delta_e) - v + y_e \omega \\ \dot{y}_e &= (\dot{y}_d - \dot{y}) \cos(\delta) - (y_d - y) \dot{\delta} \sin(\delta) - (\dot{x}_d - \dot{x}) \sin(\delta) - \\ & (x_d - x) \dot{\delta} \cos(\delta) = (v_d \sin(\delta_d) - v \sin(\delta)) \cos(\delta) - \\ & (y_d - y) \omega \sin(\delta) - (v_d \cos(\delta_d) - v \cos(\delta)) \sin(\delta) - \\ & (x_d - x) \omega \cos(\delta) = v_d \sin(\delta_d) \cos(\delta) - v_d \cos(\delta_d) \sin(\delta) - \\ & v \sin(\delta) \cos(\delta) + v \sin(\delta) \cos(\delta) - \omega((x_d - x) \cos(\delta) + \\ & (y_d - y) \sin(\delta)) = v_d \sin(\delta_d - \delta) - x_e \omega = v_d \sin(\delta_e) - x_e \omega \\ \dot{\delta}_e &= \dot{\delta}_d - \dot{\delta} = \omega_d - \omega \end{aligned}$$

即:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = v_d \cos(\delta_e) - v + y_e \omega \\ \dot{y}_e = v_d \sin(\delta_e) - x_e \omega \\ \dot{\delta}_e = \omega_d - \omega \end{cases} \quad (4)$$

由式 (4) 可知, 求解轮式机器人的寻迹问题就是设计适当的有界控制量 $q = (v \ \omega)^T$, 使得机器人在任意初始条件下

跟踪参考轨迹 $p_d = (x_d, y_d, \delta_d)$ 和参考控制量 $q_d = (v_d \ \omega_d)$, 使得 x_e, y_e, δ_e , 最终收敛于 0。

2 反演控制算法设计

反演 (Backstepping) 控制算法设计的基本思想是将复杂的非线性系统分解成不超过系统阶数的子系统, 然后为每个子系统分别设计 Lyapunov 函数和中间虚拟控制量, 一直“后退”到整个系统, 直到完成整个控制律的设计^[1,15-16]。Backstepping 控制算法具有以下几点优点: 一是反向递推设计, 使系统的 Lyapunov 函数和控制律设计具有了相对系统化和结构化的过程; 二是可以不受制于经典无源设计中相对阶只能为 1 的要求, 而对相对阶为 n 的非线性系统也适用^[17]。

2.1 反演控制算法设计

针对机器人位姿误差变化中 X 方向的误差分量构造虚拟控制量:

$$\tilde{x}_e = x_e - b_1 y_e \arctan(\omega) \quad (5)$$

其中: $b_1 > 0$, 由式 (5) 可知, 当 $\omega = 0$ 时, 则 $\tilde{x}_e = x_e$, 且 $b_1 y_e \arctan(\omega)$ 关于角速度 ω 的一阶导函数有界。于是当 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_e = b_1 y_e \arctan(\omega)$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta_e = 0$ 时, 可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y}_e = -b_1 y_e \omega \arctan(\omega) \quad (6)$$

2.2 控制律设计与 Lyapunov 稳定性分析

设计系统的部分 Lyapunov 函数为:

$$V_1 = \frac{1}{2} b_2 y_e^2 \quad (7)$$

$b_2 > 0$, 于是:

$$\dot{V}_1 = b_2 y_e \dot{y}_e = -\frac{b_1 b_2}{1 + \omega^2} y_e^2 \leq 0 \quad (8)$$

根据 Lyapunov 函数判定定理可知该函数收敛, 又因为 $\omega \arctan(\omega) \geq 0$, 于是由 Barblat 引理可得^[18]: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, y_e 收敛于 0, 于是 $x_e \rightarrow 0$ 。由上述分析可知 y_e 是间接受控量, 因此设计系统的控制器实质上就是设计控制律使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_e = b_1 y_e \arctan(\omega)$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta_e = 0$ 。

综合以上对系统的分析设计控制系统的 Lyapunov 函数为:

$$V = \frac{1}{2} h \tilde{x}_e^2 + \frac{1}{2} b_2 y_e^2 + \frac{1}{2} b_3 \delta_e^2 \quad (9)$$

于是得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= h \tilde{x}_e \dot{\tilde{x}}_e + b_2 y_e \dot{y}_e + b_3 \delta_e \dot{\delta}_e = \\ & h \tilde{x}_e [v_d \cos(\delta_e) - v - \frac{b_1 y_e}{1 + \omega^2} \dot{\omega} - \\ & b_1 v_d \sin(\delta_e) \arctan(\omega) + b_1 x_e \omega \arctan(\omega)] - \\ & \frac{b_1 b_2}{1 + \omega^2} y_e^2 + b_3 \delta_e (\omega_d - \omega) \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $h > 0, b_3 > 0$ 。

假设对 $\forall t \in [0, +\infty), v_d, \omega_d, \dot{\omega}, \dot{v}$ 有界, 根据李雅普诺夫收敛性质设计控制律为:

$$\begin{cases} v = v_d \cos(\delta_e) - \frac{b_1 y_e}{1 + \omega^2} \dot{\omega} - b_1 v_d \sin(\delta_e) \arctan(\omega) + \\ b_1 x_e \omega \arctan(\omega) + [x_e - b_1 y_e \arctan(\omega)] \\ \omega = \omega_d + \delta_e \end{cases} \quad (11)$$

将式 (11) 代入式 (10) 可得:

$$\dot{V} = -kx_e^2 - \frac{b_1 b_2}{1 + \omega^2} y_e^2 - b_3 \delta_e^2 \leq 0 \quad (12)$$

由于 $\forall t \in [0, +\infty), x_e, y_e, \delta_e$ 有界, 因此 V 函数是正定连续可微分的有界函数, 于是系统是渐进稳定的。

3 仿真试验与分析

利用 Matlab 软件的 Simulink 库对本文设计的轮式机器人轨迹跟踪控制系统进行仿真试验, 利用式 (2)、(4)、(6) 和 (12) 设计控制系统的 Matlab/Simulink 仿真系统, 如图 2 所示。设定 $x_d = \cos(\pi t), y_d = \sin(\pi t), v_d = 0.2 \text{ m/s}, \omega_d = 0.2 \text{ rad/s}$ 并取 $b_1 = 0.08$ 。即预定轨迹为一个单位圆。假设轮式机器人的初始位姿为 $(1.2 \quad -0.3 \quad 2\pi/3)$ 。

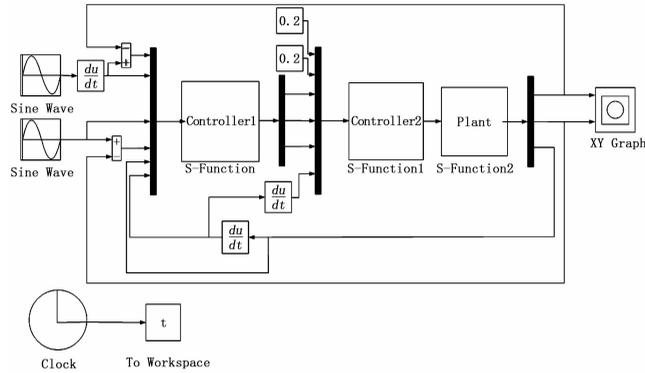


图 2 控制系统的 Matlab/Simulink 仿真结构图

控制系统的仿真结果如图 3 所示, 其中图 3 (a) 为本文设计的控制系统仿真结果, 图 3 (b) 为采用迭代学习算法设计轮式机器人轨迹跟踪系统在迭代学习 800 次仿真结果; 图 3 (c) 为基于 Lyapunov 直接法设计的控制系统仿真结果, 由图 3 (d) 可为采用迭代学习算法设计轮式机器人轨迹跟踪系统在迭代学习 1200 次的仿真结果。对比图 3 (a), (b) 和图 3 (c) 可知, 与基于 Lyapunov 直接法设计的控制系统和基于迭代学习算法设计的控制系统相比, 本文优化设计的轨迹跟

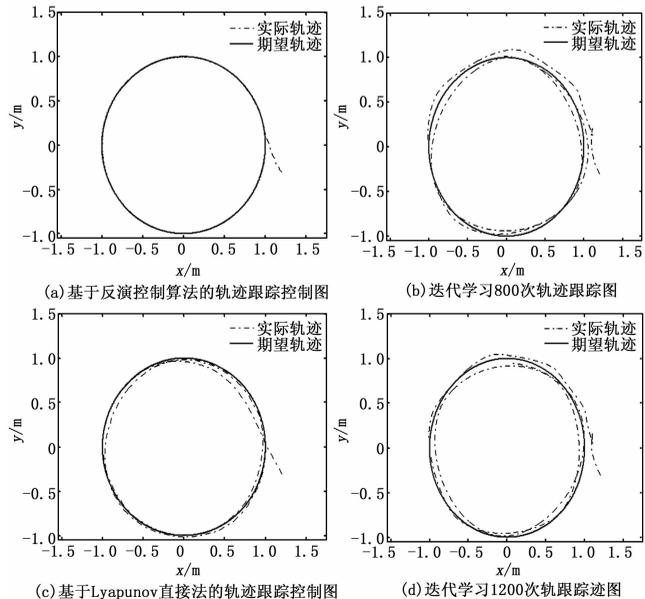


图 3 控制系统的仿真结果

踪控制系统具有更好的跟踪精度和收敛速率。对比图 3 (b) 和图 3 (d) 可知, 采用迭代学习算法设计的控制系统的跟踪精度与迭代的次数有关。对仿真试验的结果进行分析, 结果表明: 本文优化设计的轨迹跟踪控制系统跟踪预定轨迹的效率和精度要高于基于 Lyapunov 直接法和基于迭代学习控制算法设计的控制系统, 同时也证明了本文引入的虚拟控制量以及设计的控制律具有很好的收敛效果, 实现了轮式机器人轨迹跟踪控制的目标。

4 结论

本文基于反演算法对轮式机器人轨迹跟踪控制系统进行了优化设计, 建立了轮式机器人的运动学模型, 对模型进行位置偏差分析, 为了提高算法的效率, 在反演控制算法中引入了分部虚拟控制量, 利用分部虚拟控制量来分析和设计其他间接受控量, 采用李雅普诺夫收敛定理对系统的收敛性进行分析, 并根据分析的结果提出了算法更加简单的控制律。最后对优化设计的控制系统进行了仿真试验, 结果表明: 与采用李雅普诺夫直接法或者迭代学习算法设计的控制系统相比较, 本文优化设计的控制系统具有跟高的跟踪精度、更高的收敛速率, 更好的实时控制性能。

参考文献:

- [1] 宋永端. 移动机器人及其自主化技术 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2012.
- [2] 刘起兴, 吴钦木. 四轮移动机器人控制系统的设计 [J]. 东北师大学报 (自然科学), 2016 (3): 74-78.
- [3] Fauadi M H F B M, Jafar F A, Yee L O, et al. Modeling and path planning simulation of a robotic Arc welding system [J]. Lecture Notes in Electrical Engineering, 2014, 291: 327-334.
- [4] 任红格, 阮晓钢. 基于 Boltzmann 机的机器人自主学习算法 [J]. 北京工业大学学报, 2012 (1): 60-64.
- [5] Tao S, Hongge R, Rui Y, et al. Research on robust bionic learning algorithm in balance control for the robot [A]. The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC) [C]. IEEE, 2015: 4387-4390.
- [6] Sun W, Tang S, Gao H, et al. Two time-scale tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots [J]. IEEE transactions on control systems technology, 2016: 1-11.
- [7] Xia D, Kong L, Hu Y, et al. Silicon microgyroscope temperature prediction and control system based on BP neural network and Fuzzy-PID control method [J]. Measurement Science & Technology, 2015, 26 (2): 38-42.
- [8] Zhou M, Zhang Q. Hysteresis model of magnetically controlled shape memory alloy based on a PID neural network [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51 (11): 1-4.
- [9] Zhao J, Han L, Ren S. RBF neural network adaptive sliding mode control based on genetic algorithm optimization [A]. Chinese Control and Decision Conference [C]. 2016.
- [10] 曹玉丽, 史仪凯, 袁小庆, 等. 自平衡机器人变论域模糊 PID 控制研究 [J]. 计算机仿真, 2013, 30 (2): 347-350.
- [11] Wang W, Chen J, Mao L. Two-wheeled mobile robot tracking based on iterative learning control [A]. Advanced Materials Research. Trans Tech Publications [C]. 2012, 433: 5866-5870.

(下转第 107 页)

制系统、显示系统、通信系统、报警系统、广播影视娱乐系统及视频监控系统等。通过专利查询方法, 对近五年申请的相关专利进行了整理, 图 1 为列车控制技术的专利分布图。

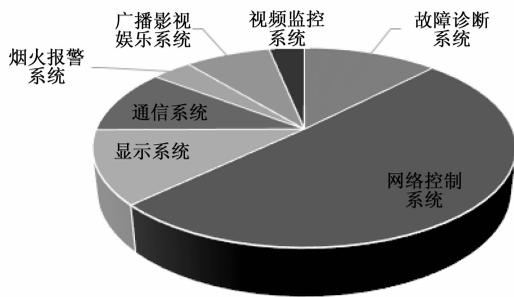


图 1 列车网络控制系统技术专利分布

在网络控制系统方面涉及的新技术有多网融合技术、列车冗余优化设计及列车自动驾驶技术。在通信系统领域, 无线通信也有相关新技术出现。

5.1 多网融合技术

多网融合技术可以实现各总线之间的互相通信功能, 使多网能兼容使用, 可靠性及稳定性高。

网络架构中以太网与 MVB、CAN、TCN 网关等多网融合通信是网络控制技术领域的重点。在列车控制领域, 网络控制技术领域近五年内在美国、德国、日本、韩国、中国、世界知识产权组织及欧洲专利局共查询到 89 件专利申请。这 89 件专利中的网络架构应用于多种控制子系统, 例如数字广播系统、视频监控、列车信息显示系统、通信系统等。

5.2 车辆冗余优化设计

当前列车网络控制系统在硬件设备、功能及通信上均存在冗余, 导致建设与运营维护成本高、维护难度大等问题。对车辆冗余进行优化设计可以降低设备安装、维护成本, 提高系统可靠性, 能够使列车网络更加经济、高效地运行, 有效节约成本, 减少不必要的浪费和冗余。

近五年各国在车辆冗余优化设计上着力研究, 在查询到的近五年公开的 50 件相关专利中, 涉及到硬件显示器、通信设备、广播设备、主机系统、主处理器, 以及通信系统、数据传输、网络拓扑结构等。

5.3 列车自动驾驶技术

目前列车网络控制系统主要采用超速防护功能, 列车自动驾驶技术还不成熟。列车自动驾驶技术可以提高运营效率、保证乘坐舒适, 替代司机驾驶等, 因此近五年各国都在大力研发列车自动驾驶技术。

列车自动驾驶技术涉及车一地通信方式下, 列车自动驾驶运行计划信息的获取方式与控制方法、列控系统车载设备工作模式的转换等。

5.4 无线通信新技术

目前的列车网络控制系统存在诸多独立的子系统, 例如信号子系统、无线数字集群子系统、乘客信息子系统 (PIS) 等, 各独立子系统分占无线网络资源的结构将导致各子系统间存在无线信号干扰, 影响列车网络控制系统的传输稳定性、网络传输速率等。

通过研究无线通信新技术, 可以整合各个独立的无线通信传输网络, 实现车载信息平台和地面信息平台的融合。车载信息平台包括列车的实时运行数据、故障数据、历史运行数据、旅客娱乐和通信需求等; 地面信息平台包括列车的基础数据、维护数据、检修数据等。通过信息交互可以实现车辆自动驾驶、在线评估车辆运行状态、紧急情况时可提前向行车指挥中心发出预警等功能, 必要时还可自动停车并通知附近车辆避让。

无线通信新技术主要从加大带宽、提高抗干扰能力、提升适应性和传输稳定性等方面研究。同时, 无线通信技术还应该满足列车在大空间范围内高速移动状况下的通信需要。

6 总结

动车组网络控制系统较为复杂, 系统涉及方面较多, 是列车技术中的研发热点和重点之一。通过对中车已有典型动车组产品的网络控制系统进行分析总结, 提取了动车组网络控制系统的共性, 并对其进行了简单介绍。同时, 分析了动车组网络控制系统发展的方向, 在多网融合技术、车辆冗余优化设计、列车自动驾驶技术、无线通信新技术等方面进行研究, 有助于提升当前网络控制系统的综合性能, 并可为其设计提供一定指导。

参考文献:

- [1] 倪文波, 王雪梅. 高速列车网络与控制技术 [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2010.
- [2] 常振臣, 李强. CRH380CL 高速列车网络控制系统 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2017, 40 (3): 1-5.
- [3] 沙森, 王伟, 徐建波. CRH5 型和 CRH3 型动车组列车网络控制系统的比较 [J]. 铁道车辆, 2012, 50 (1): 25.
- [4] 崔玉龙, 田鹏, 张永明. 某型城际动车组列车网络控制系统 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2017, 40 (2): 30.
- [5] 李方方, 赵娟, 冯伟. 高速动车组网络控制系统探究 [J]. 现代制造技术与装备, 2013 (2): 60.
- [6] 倪文波, 王雪梅. 高速列车网络与控制技术 [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2010.
- [7] 常振臣, 李强. CRH380CL 高速列车网络控制系统 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2017, 40 (3): 1-5.
- [8] 沙森, 王伟, 徐建波. CRH5 型和 CRH3 型动车组列车网络控制系统的比较 [J]. 铁道车辆, 2012, 50 (1): 25.
- [9] 崔玉龙, 田鹏, 张永明. 某型城际动车组列车网络控制系统 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2017, 40 (2): 30.
- [10] 李方方, 赵娟, 冯伟. 高速动车组网络控制系统探究 [J]. 现代制造技术与装备, 2013 (2): 60.
- [11] 倪文波, 王雪梅. 高速列车网络与控制技术 [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2010.
- [12] 常振臣, 李强. CRH380CL 高速列车网络控制系统 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2017, 40 (3): 1-5.
- [13] 沙森, 王伟, 徐建波. CRH5 型和 CRH3 型动车组列车网络控制系统的比较 [J]. 铁道车辆, 2012, 50 (1): 25.
- [14] 崔玉龙, 田鹏, 张永明. 某型城际动车组列车网络控制系统 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2017, 40 (2): 30.
- [15] 李方方, 赵娟, 冯伟. 高速动车组网络控制系统探究 [J]. 现代制造技术与装备, 2013 (2): 60.
- [16] Azimi M M, Koofgar H R. Adaptive fuzzy backstepping controller design for uncertain underactuated robotic systems [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 79 (2): 1457-1468.
- [17] 杨敏. 轮式移动机器人控制算法研究及其伺服系统设计 [D]. 南京航空航天大学, 2014.
- [18] 闵颖颖, 刘允刚. Barbalat 引理及其在系统稳定性分析中的应用 [J]. 山东大学学报: 工学版, 2007, 37 (1): 51-55.

(上接第 104 页)

- [12] 裴九芳, 王海, 许德章. 基于迭代学习控制的移动机器人轨迹跟踪控制 [J]. 计算机工程与应用, 2012, 48 (9): 222-225.
- [13] 陈梅, 陈艳燕. 两轮智能车跟踪控制系统的研究 [J]. 合肥工业大学学报自然科学版, 2015 (3): 319-324.
- [14] Kausar Z, Stol K, Patel N. Nonlinear control design using Lyapunov function for two-wheeled mobile robots [A]. Mechatronics and Machine Vision in Practice (M2VIP), 2012 19th International Conference [C]. IEEE, 2012: 123-128.
- [15] Furtat I B, Tupichin E A. Modified backstepping algorithm for