文章编号：1671－4598(2016)01－0249－03　DOI：10．16526/j．cnki．11－4762/tp．2016．01．069　中图分类号：TM934．3　文献标识码：A

chirp－z 重组算法及其在电力设备绝缘监测中的应用

高晋峰[1]，陈运蓬[2]，李尚柏[3]，钟　睿[3]

（1．国网山西省电力公司客户服务中心，太原　037001；2．国网山西省电力公司大同供电公司，山西 大同　037000；3．四川大学 原子核科学技术研究所 辐射物理及技术教育部重点实验室，成都　610064）

摘要：在电力系统中，在线带电监测电力设备的绝缘性能，实现电网故障的预测和诊断是智能电网对电气设备绝缘性能自动化测量的重要要求；其中，通过谐波分析结算介质损耗，是测量绝缘性能的一种重要方法；为了提高谐波结算的实时性，文章采用了线性调频Z变换（Chirp－Z）及其双实序列在线重组算法，对介质损耗测量中电流电压的谐波计算进行了优化，很好地解决了测量中谐波和间谐波干扰难题，实现了高精度局部解谱，而耗时不到常规Chirp－Z算法的一半；该方法在涉及谐波计算的有限资源无线分布测量系统中获得了很好的应用。

关键词：绝缘监测；谐波；快速傅立叶变换；线性调频Z变换；序列重组

Chirp－Z Recombination Algorithm and Its Application in Power Equipment Insulation Monitoring

Gao Jinfeng[1]，Chen Yunpeng[2]，Li Shangbai[3]，Zhong Rui[3]

（1．State grid Shanxi Electric Power Company Customer Service Center，Taiyuan　037001，China；2．State grid Shanxi Datong electric power company，Datong　037000，China；3．Ministerial Key Laboratory of Radiation Physics and technology，Institute of Nuclear Science and Technology，Sichuan University，Chengdu　610064，China）

Abstract：In power system，the online monitoring of electric power equipment insulation，and the prediction and diagnosis of power grid fault are important requirement for the automatic measurement of the insulation performance of the smart grid. And，it is an important method for the measurement of insulation performance by the calculation of the dielectric loss through harmonic analysis. In this paper，we discussed chirp－z and its dual sequence reorganization algorithm. We used this algorithm to achieve fast and high precision local solution spectra in the medium loss on－line measurement by optimized the harmonic calculation of current and voltage，and solved the problem of harmonic and inter harmonic interference in the measurement，and improved the accuracy of measurement. This algorithm was widely applied in the wireless distributed measurement system with limited resources.

KeyWords：insulation monitoring；harmonic；FFT；chirp－z；sequence reorganization

0　引言

在电力系统中，实时监测电力设备的绝缘性能，实现电网故障的预测和诊断是智能电网对电气设备绝缘性能自动化测量的要求。在各种绝缘特征参数中，介质损耗对设备绝缘缺陷的反应特别敏感，由于电气设备绝缘受潮、老化变质等原因引起的绝缘性能下降，直接反映为介质损耗的增大。因此通过测量介质损耗监视设备的绝缘性能，是电力设备绝缘性能在线检测的重要手段。

介质损耗测量主要分为基于硬件的方法和基于软件的方法，硬件方法主要有过零比较法、自由矢量法、电桥平衡法等。这类方法存在硬件环节多、抗干扰能力差、调整困难等缺陷；软件方法主要以傅里叶算法为基础，通过对被测信号的量化、干扰抑制、数值计算等步骤进行介质损耗的测量。该方法可避免硬件电路的复杂性，应用灵活，是当前介质损耗测量的主流方法。其中，谐波分析方法由于其良好的抗干扰能力得到了广泛的应用[1]。谐波分析发是指对监测采样数据进行频域变化，提取其基波分量，从而消除其它谐波分量对测量精度的误差。

谐波分析方法中，离散傅里叶变换（DFT）是一种重要手段，常用于提取基波矢量和谐波信息，作为DFT的快速计算方法FFT在这个领域得到了广泛的应用。但FFT算法要求计算序列的长度必须是基2的，这在实际应用中是很难满足的，因而在某些应用方面受到了限制。尽管可以采用在序列后补0的方法，使序列长度满足基2的要求。但序列长度的增加相应增加了计算时间，且有时会对信号谱产生较大的影响。

此外，采用FFT计算时，在整个频谱上的分辨率相同，而它不能在感兴趣的频段上得到高分辨率。即，FFT得到的谱线是均匀分布的，分辨率固定，不能对不同频段使用不同分辨率。

chirp－z变换，又称为线性调频z变换，简称CZT，是一种从时域到Z平面的复变换。相较FFT，CZT的优势在于，首先，CZT可以对任意长度的采样序列进行解谱，而FFT对采样序列有基2的限制；其次，CZT可以对用户所感兴趣的某段频谱进行高精度的解谱，而FFT只能实现整个频谱范围

收稿日期：2015－07－22；　**修回日期**：2015－09－06。

作者简介：高晋峰(1983－)，高级工程师，主要从事电力系统及其自动化方向的研究。

的平均分辨率解谱；另外，由于 CZT 可以只解析感兴趣的频谱部分，而 FFT 需要解出全谱，因此 CZT 可以节约计算时间。综上所述，CZT 比 FFT 有更广泛的适应性和更大的灵活性。

鉴于 chirp－z 变换的上述特性，本文将 CZT 的快速重组算法应用于介质损耗测量的计算中，很好地解决了测量中谐波和间歇波的干扰，提高了测量的准确性。

1 Chirp－z 算法及其性能分析

设有监测数据有限序列 $x(n)$，$0 \leqslant n \leqslant N-1$，则标准 DFT 为：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N{}^{nk} W_N=e^{-j\frac{2\pi}{N}} \tag{1}$$

其中：耗时最多的复数乘法运算量 Mc 为：

$$Mc=N^2 \tag{2}$$

利用 W 因子的周期性和对称性，可由由公式（2.1）推导 FFT。以基数为 2 的 FFT 计算为例，其复数乘法运算量 Mc 大大降低：

$$Mc=\frac{N\log_2 N}{2} \tag{3}$$

DFT 和 FFT 是最常见的变换方式，但其缺点也很明显。其中一个重要缺点表现在频谱分辨率方面。设 f_s 为采样频率，则 DFT 和 FFT 的频谱分辨率 Δf 定义为：

$$\Delta f=f_s/N \tag{4}$$

为了提高频谱分辨率，必须增大 N 值。由此带来的问题是，DDF 运算量将指数级增大，这显然不适合实时计算的要求[2]；FFT 运算量增加较少，但如需提高系统采样率，则对硬件性能要求更高，增加了系统成本。此外，标准 FFT 算法在整个频谱上的分辨率相同，不能在特定频率范围给出更高的分辨率。而且一次 FFT 计算将求的整个信号频谱，如果只需要计算某一段局部频谱则需要附加处理[3]。

实际应用中，有时并不需要了解整个频谱，而只是关心某一频段甚至个别频点的谱线，例如基波，CZT 变换非常适合这类需求。

设有序列 $x(n)$，$0 \leqslant n \leqslant N-1$，其 CZT 变换定义为：

$$X(z_k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) z_k{}^{-n} \tag{5}$$

$$z_k=AW^{-k}=A_0 e^{j\theta_0} W_0^{-k} e^{j\varphi_0 k} \tag{6}$$

应用于频谱分析，CZT 在 Z 平面的变换路径是单位圆上的一段圆弧。故 $A_0=W_0=1$。θ_0 表示起始频谱，φ_0 表示变换角度增量。设输出点数为 M，则 $k=0,1,\cdots\cdots M-1$。由公式 2.5 可知，标准 CZT 变化复数乘法的运算量为[4]：

$$Mc=N\times M \tag{7}$$

可见其运算量还是很大，因此，在 CZT 具体计算时还可以进行优化，具体方法是，利用 Bluestein 等式[5]：

$$X(z_k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nk}=$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{\frac{1}{2}[k^2+n^2-(k^2-n^2)]} \tag{8}$$

令：$g(n)=x(n)A^{-n}W^{\frac{n^2}{2}}$

$h(n)=W^{\frac{-n^2}{2}}$

则 CZT 可 $h(n)=W^{\frac{-n^2}{2}}$ 以表示为：

$$X(z_k)=W^{\frac{k^2}{2}}\sum_{n=0}^{N-1} g(n)h(k-n)=$$

$$W^{\frac{k^2}{2}}[g(k)*h(k)]=W^{\frac{k^2}{2}}y(k) \tag{9}$$

且有

$$y(k)=IFFT[FFT[g(k)].FFT[h(k)]] \tag{10}$$

设又最小整数 L，满足条件 $L \geqslant N+M-1$，同时满足 L 为 2 的整数次幂，则可以利用 FFT 实现 CZT。该算法流程如图 1 所示[6]：

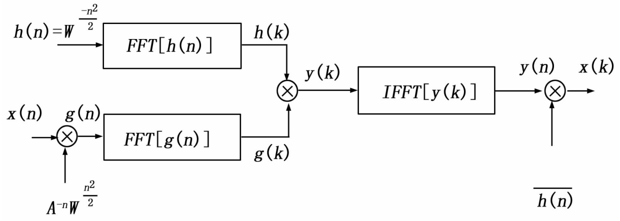

图 1 Use FFT Realize CZT

该算法复数乘法计算量 Mc 可以表示为：

$$Mc=\frac{3}{2}L\log_2 L+5N+L+M \tag{11}$$

对比公式（7）和（11），优化后的 CZT 计算量大幅减少。在 IT 公司 TMS320C54x DSP 器件上分别实现 FFT 和 CZT，其运行消耗的指令周期数如表 1 所示。

表 1 CZT,FFT 耗时比较

		FFT	CZT
$L=128$	$N=80, M=40$	3 800	14 230
	$N=100, M=20$		14 320
$L=256$	$N=150, M=100$	8 550	30 730
	$N=200, M=50$		31 530

仅以运算量而言，FFT 仍然优势明显，但 CZT 可以提供更高的频谱分辨率。设待分析的信号起始频率为 f_b，终止频率为 f_e，带宽 $f_{BW}=f_e-f_b$。则带宽内的频谱分辨率为 $f_r=f_{BW}/M$。对比公式 2.4，CZT 可以方便地计算局部频谱并获得高分辨率谱线。

设有一时域中的信号，包含 50 Hz，55 Hz，95 Hz，100 Hz 共 4 种不同频率成分。信号采样率为 $f_s=10\ 000$，采样点数为 $N=1\ 800$，CZT 频域采样点数 $M=200$，始频率 $f_b=0$ Hz，终止频率 $f_e=199$ Hz。图 2 显示了原始信号，FFT 谱，CZT 谱的情况如图 2 所示。

可以看到，CZT 提供了比 FFT 更高的谱线分辨率，4 种频率分量都被清晰识别。因此，DFT，FFT，CZT 本质上是一致的。从速度上讲，FFT 最快，CZT 次之，DFT 最慢；而从灵活性而言，又恰恰相反。如果只需要计算定频率谐波，可以采用 DFT；如果要快速计算全谱，则应采用 FFT；而如需部分解谱或者高分辨解谱，则应该采用 CZT。

2 谐波分析介质损耗的 CZT 重组算法

计算介质损耗角，本质是计算电流相量和电压相量夹角的余角。其中，采用谐波分析方法能有效克服测量中干扰带来的影响。例如，可以分别提取电流和电压的基波分量，再计算其

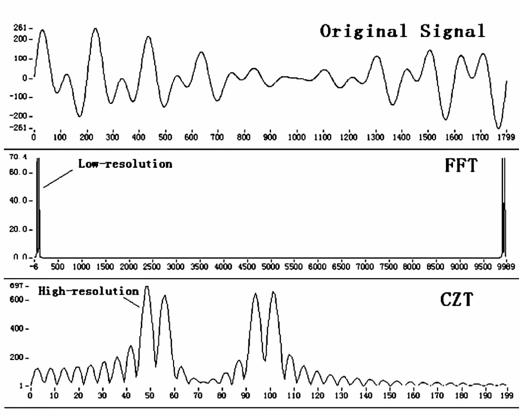

图 2　CZT 和 FFT 解谱对比

相角。

正如上文提到的，CZT 是一种复数计算。而计算介质损耗角的电压电流信号是实信号。因此，利用 CZT 进行解谱时，需要将电流电压采样信号序列的虚部全部设置为 0 再进行计算。而根据带电在线测量要求，介质损耗多采用分布终端进行测量，此类终端计算资源往往比较有限。虚部为 0 时，耗费了无谓的计算时间，影响了测量实时性。为了解决这一问题，本文采用了一种实序列重组算法，首先将电流和电压两组同步采样实信号序列组合成为复数序列，并通过 CZT 计算该序列的复频谱，再按照一定的关系，从复谱分解出电流和电压各自的复频谱。这种做法的优点在于，只需通过一次计算就可以解出电流电压各自的频谱，从而节省大量计算时间。具体推导如下。

设有电流和电压的采样序列分别 $i(n)$ 和 $u(n)$，采样频率为 f_s，序列长度为 N，根据公式（12）和（13）将其合成为两个复数序列 $x(n)$ 和 $y(n)$：

$$x(n) = i(n) + ju(n) \tag{12}$$

$$y(n) = i(n) - ju(n) = x^*(n) \tag{13}$$

求解（12）和（13），得到：

$$i(n) = \frac{x(n) + y(n)}{2} \tag{14}$$

$$u(n) = \frac{x(n) - y(n)}{2} \tag{15}$$

分别对（14）和（15）两侧同时进行 Z 变换，由于 Z 变换具有线性性质，可以得到：

$$I(k) = \frac{X(k) + Y(k)}{2} \tag{16}$$

$$U(k) = \frac{X(k) - Y(k)}{2} \tag{17}$$

$I(k)$ 和 $U(k)$ 分别为所需的电流和电压频谱。而这两个频谱可以通过计算复频谱 $X(k)$ 和 $Y(k)$ 获得。

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j(\theta+\varphi k)n} \tag{18}$$

可采用 Bluestein FFT 算法计算。而根据公式（13），$x(n)$ 和 $y(n)$ 为共轭关系，因此，$Y(k)$ 可用已经计算出的 $X(k)$，根据 Z 变换的共轭对称性和 z 域尺度变换性质求得：

$$Y(k) = \widetilde{X}^*(M-1-k) \tag{19}$$

式中，$\widetilde{X}^*(M-1-k)$ 为 $\widetilde{X}(k)$ 的共轭对称序列，是序列 $X(k)$ 沿 Chirp－Z 圆周旋转角度 $\Omega = \theta \frac{+\varphi M}{2}$ 的结果。因此，实际上，求解 $X(k)$ 和 $Y(k)$ 只进行了一次 CZT 变化计算。

3　结论

在测试中，设置分别有电流和电压采样序列 $i(n)$ 和 $u(n)$。其中，电流信号包含 2 次谐波和 1/4 次间谐波；电压信号包含 3 次和 4 次谐波。

采用 CZT 重组算法对上述两个采样序列解谱，计算时设置参数为 $f_s = 1$ kHz，$N = 1\,000$，$M = 200$，$L = 2\,048$，$f_r = 1$ Hz，得到如图 3 所示结果。

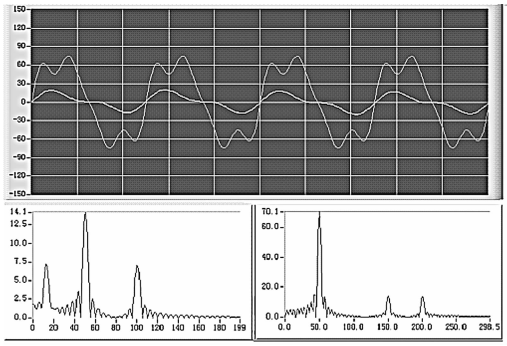

图 3　重组 CZT 计算 2 组实信号

图 3 上面部分为电流电压时域波形，下面部分左侧为电流频谱，右侧为电压频谱。而它们各自包含的无论是整数次谐波还是间谐波都清晰的被解谱出来。

实验表明，在同等条件下，CZT 重组算法有可能比普通快速 CZT 算法快近 2 倍，而具体情况由 N、M、L 值决定。

CZT 算法因不受基 2 长度限制，同时又具有高分辨率、计算灵活性以及较快的计算速度，在频谱计算、窄带分析、频率探测以及信号识别等方面获得广泛应用。我们在电力信号相关监测中，将 CZT 算法和 CZT 重组算法用来求解电力谐波谱，获得了很好的效果。

参考文献：

[1] 李永腾，基于准同步谐波分析方法的介质损耗测试系统［J］．上海电力学院学报，2012，28（31）：206－208.

[2] Yang Y X. Frequency Refining Technology of Low Frequency Electromagnetic Signals［J］. Electronic Science and Technology，2011，2（11）：9－12.

[3] R J Romero－Troncoso. Real－time high－Sresolution frequency estimation of electric signals in industrial applications［J］. Joural of Scientific & Industrial Research，2011，70（5）：327－331.

[4] Leng H J，Yu S. Frequency offset estimation for optical coherent M－QAM detection using chirp z－transform［J］. IEEE Photonics Technology Letters，2012，24（9）：787－789.

[5] Sachin K. Jain. Harmonics estimation in emerging power system：Key issues and challenges［J］. Electric Power Systems Resaerch，2011，81（9）：1754－1766.

[6] Tarasiuk，Tomasz. Estimator－analyzer of power quality：Part I－Methods and algorithms［J］. Measurement，2011，44（1）：238－247.