

## 基于四节点 RSSI 的三维空间定位算法

戴晨冲, 宋来亮, 晁代宏

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 针对提高室内三维空间的定位精度和速度的问题, 从减少节点数量、建立特定坐标系的角度提出了一种基于四节点和特定坐标系的三维空间定位算法; 该算法引入位置相对固定的 4 个节点, 提高解算速度; 充分考虑有效反射区对衰减指数影响, 根据布鲁斯特角将天线辐射场区分为叠加加强区和叠加减弱区, 建立三维坐标系进行定位, 结合信号强度指示 (received signal strength indicator, RSSI) 衰减模型, 在叠加减弱区定位, 把三维空间问题转化到二维空间, 降低定位算法的复杂度; 文中分别阐述方法的原理与验证, 结果表明, 四节点定位算法的解算速度比降低复杂度 (complexity-reduced trilateration approach, COLA) 定位算法有较大提高, 该算法平均定位误差小于 2 米。

**关键词:** 四节点; 三维空间定位; 接收信号强度指示; 信号衰减模型

## Approach for 3D Localization Based on RSSI of 4 Nodes

Dai Chenchong, Song Lailiang, Chao Daihong

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To improve the positioning accuracy and speed of the indoor three dimensional space. From the perspective of decrease the number of node and establish certain coordinate system, this paper puts forward an algorithm for 3D localization based on RSSI attenuation model of 4 Wi-Fi nodes. The algorithm is introduced into four nodes location relatively fixed to improve the decoding speed. Fully considering the effective reflection area affect attenuation index. According to the Brewster's Angle, antenna radiation area can be divided into strengthening area and superposition weakened zone. Construct a three dimensional coordinate system for positioning and combined with the RSSI model, to obtain the indoor three-dimensional coordinates in superposition of weakened zone. This algorithm converses a three-dimensional space problem to two-dimensional space. This paper introduces the principle and verification of the method respectively. The results show that the calculating speed of this algorithm than COLA is improved greatly. The average position error is less than 2 meters.

**Keywords:** 4 Wi-Fi nodes; 3D localization; RSSI; signal attenuation model

## 0 引言

伴随室内无线电定位技术的发展, 基于 Wi-Fi 的定位方案受到广泛关注。室内 Wi-Fi 定位分为两类: 一类是非测距算法<sup>[1]</sup>, 即采集室内多节点信号强度构建数据库, 通过比对数据库实现定位; 二是测距算法<sup>[2]</sup>, 根据模型解算距离实现定位<sup>[3]</sup> (如 TOA、TDOA、AOA、RSSI)。其中 RSSI 方法对硬件要求较低获得广泛应用。

目前 Wi-Fi 定位主要基于二维平面定位算法, 如三角测心算法、最小二乘算法等<sup>[2]</sup>。若二维空间定位算法直接引申到三维空间, 将引起定位时间复杂度增加 (2D 测量定位算法的运算时间约为  $3t$ , 3D 约为  $4(3t+w)$ ), 定位精度降低等问题<sup>[4]</sup>。文献 [4] 中提到了六节点 COLA 三维定位算法, 为提高定位精度将六节点信息均参与运算, 但六节点间信号相互影响使得定位精度产生劣化且计算量大幅上升。

由于四节点即可满足三维空间定位需求<sup>[5]</sup>, 为降低算法复杂度, 本文提出了基于四节点 RSSI 的三维空间定位算法, 通过接收 4 个相对位置已知的节点信号强度获取高度信息, 在

叠加加强区将三维空间问题转化到二维平面。并采用 CC3200 接收模块进行了大量实验, 通过对实验数据的分析验证了算法的可行性。

## 1 有效反射区

Wi-Fi 波段的信号传播方式为多为视距传播。对于这种传播方式, 既要考虑传播媒介影响也要考虑实验平台反射。如图 1 中 (a) 所示, 根据菲涅尔区域<sup>[6]</sup>确定实验桌面的有效反射区:

$$y = \frac{d}{2} \times \frac{\lambda d + 2H_1(H_1 + H_2)}{\lambda d + (H_1 + H_2)^2} \quad (1)$$

式中,  $H_1$  为发射天线架设高度,  $H_2$  为接收天线架设高度。 $d$  为两天线的距离。

根据公式 (1) 可以计算出距离  $y$ , 进而确定入射角度  $\tan\Delta = \frac{H_1}{y}$ 。

根据光滑平面判别标准:  $\Delta h < \frac{\lambda}{8\sin\Delta}$ , 对于 Wi-Fi 信号 (波长在 125 mm 左右) 当凹凸高度小于 15.625 mm 时, 可把实验桌面视为光滑平面。显然本文所用实验平台可视为光滑平面。对于光滑平面, 接收点场强应为直接波  $E_1$  与反射波  $E_2$  的叠加  $E = E_1 + E_2 = E_1(1 + \Gamma e^{-jk(r_2 - r_1)})$ , 其中  $\Gamma$  为实验桌面反射系数, 与电波的投射角度、电波的极化和波长以及实验桌面

收稿日期: 2015-07-15; 修回日期: 2015-09-11。

作者简介: 戴晨冲 (1992-), 男, 山东德州人, 硕士研究生, 主要从事光学惯性导航方向的研究。

的电参数有关, 一般表示为  $\Gamma = |\Gamma| e^{-j\varphi}$ 。对于垂直极化波, 反射系数为:

$$\Gamma_V = \frac{(\epsilon_r - j60\lambda\sigma)\sin\Delta - \sqrt{(\epsilon_r - j60\lambda\sigma) - \cos^2\Delta}}{(\epsilon_r - j60\lambda\sigma)\sin\Delta + \sqrt{(\epsilon_r - j60\lambda\sigma) - \cos^2\Delta}} \quad (2)$$

由公式 (2) 可知, 垂直极化波反射系数的模存在一个最小值, 对应此值的投射角称为伯鲁斯特角记为  $\Delta_B$ 。在  $\Delta_B$  的两侧反射系数的相角  $180^\circ$  突变, 大于伯鲁斯特角的区域为叠加加强区, 小于伯鲁斯特角的区域为叠加减弱区。

实验平台取  $\epsilon_r = 4, \sigma = 0.001 \text{ S/m}$ , Wi-Fi 发射节点波长取  $125 \text{ mm}^{[5]}$ 。如图 1 中 (b) 所示, 当投射角度小于  $20^\circ$  度、距离  $y$  大于  $1\ 718 \text{ mm}$  时叠加减弱区, 大于  $20^\circ$  度、距离  $y$  小于  $1\ 718 \text{ mm}$  时叠加加强区。这将直接影响衰减指数  $n$  的确定。

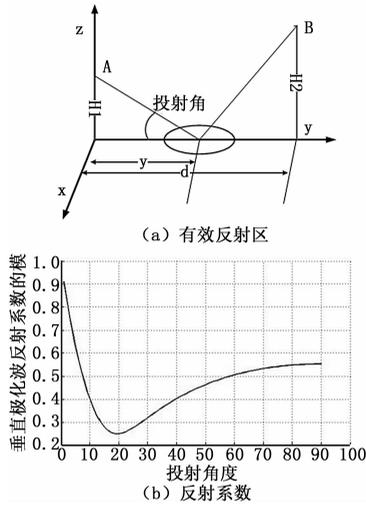


图 1 实验平台有效反射区和反射系数

温度和湿度条件变化对无线信号传输的影响是没有规律的, 但影响效果不明显, 可以采取均值或前后测量值加权等方法将其影响消除<sup>[7]</sup>; 有人在节点边移动时, RSSI 值变动较大, 但是 RSSI 整体均值改变较小。

因此, 对于室内传播的 Wi-Fi 信号来说, 反射波和入射波的叠加是主要的误差源, 室内温度、湿度以及人员走动的影响均可通过均值滤波滤除。

## 2 基于四节点 RSSI 的三维空间定位算法

### 2.1 确定信号衰减模型

对基于 RSSI 的三维空间定位算法来说, 确定信号衰减模型至关重要。信号衰减模型解算出的距离  $d_i$  精度将直接影响定位算法精度。

在自由空间中, 信号强度衰减与距离的平方成反比, 是一个对数衰减过程, 理论衰减模型<sup>[8]</sup>为:

$$P = P_0 + 10n\lg\left(\frac{d}{d_0}\right) + \xi \quad (3)$$

式中,  $d_0$  是参考距离;  $P_0$  是参考点的信号强度;  $P$  是距离  $d$  处的信号强度;  $n$  为衰减指数;  $\xi$  是衰减元素 (单位 dBm) 为零均值随机变量。

在实际应用中常使用如下模型:

$$RSSI = P_0 - 10n\lg\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (4)$$

式中, RSSI 为接收器接收到的信号强度;  $d_0$  是参考距离;  $P_0$  是参考点的信号强度。

RSSI 为特定频带内的功率, 包括了干扰信息, 是接收信号的强度指示。参考点位置选择不同  $P_0$  值不同, 同一参考点不同时间不同接收器接收到的  $P_0$  值也不同, 因而每次测距前都应进行系统初始化对参考位置进行强度确定。

信号衰减指数的确定至关重要, 文献 [9] 中提出的一种线性回归分析的方法确定衰减指数, 记  $\rho_i = -10\lg\left(\frac{d_i}{d_0}\right)$ , 则 RSSI 与  $\rho_i$  存在线性关系, 所以可以使用线性回归分析来估算衰减指数  $n$ , 公式如下:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^N (\rho_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho_i) (RSSI_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N RSSI_i)}{\sum_{i=1}^N (\rho_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho_i)^2} \quad (5)$$

实验设 1 倍波长 (约  $125 \text{ mm}$ ) 处为参考点, 按波长整数倍系数, 每个位置采集 20 个数据后求均值共采集 10 个位置, 计算得  $n \approx 0.6070$ 。通过公式 (4) 得到每处 RSSI 计算值并与实际测量值比较, 如图 2 所示。

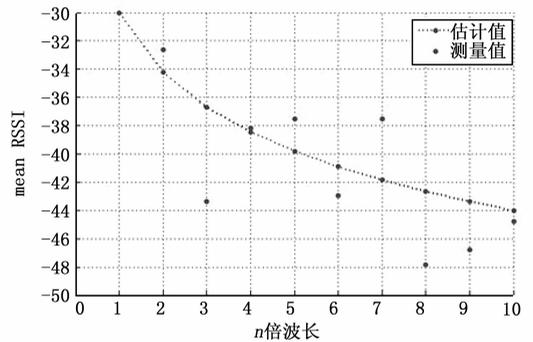


图 2 衰减指数优化后的估计曲线

从图 2 中可以看出, 衰减模型较好地拟合了测量值的分布, 但在实际解算位置时仍会出现较大误差, 原因在于距发射天线不同位置处, 直射波和反射波电场叠加加强或减弱情况不同, 因而简单的线性估计无法较好解算距离。根据文献 [10] 可知办公室内衰指数为  $1.4 \sim 2.5$ 。

为了研究衰减指数的影响, 按照图 3 所示固定 4 个节点。D1/D2/D3/D4 分别为 4 个单天线 (单极子天线) 路由器 (802.11g 协议), 信道分别设定为 1、6、6、11; 3 个信道 (1、6、11) 频率无重叠, 最小频率为  $2.4 \text{ GHz}$  最大频率为  $2.475 \text{ GHz}$ , 由此计算得最大波长为  $125 \text{ mm}$  最小波长为  $121.2121 \text{ mm}$ , 所以用  $125 \text{ mm}$  代表波长误差仅  $3.7878 \text{ mm}$ , 接收器采用 cc3200 无线收发模块。

接收到的 D1/D4 (D2/D3 于 D1 情况相同) 节点信息如下:

$$D_1: d_0 = -30.0370, n = 2; D_4: d_0 = -17.3704, n = 2。$$

从表 1 可知,  $D_1$  平均定位误差  $270.7625 \text{ mm}$ , 最大定位误差  $578.2875 \text{ mm}$ ;  $D_4$  平均定位误差  $234.5821 \text{ mm}$ , 最大定位误差  $364.975 \text{ mm}$ 。可看出  $D_4$  距离大于 6 倍波长后误差明显增加, 原因为反射系数  $\Gamma_V$  不同引起的直射电磁波与反射电磁波空间的叠加情况不同, 由于 D4 实验:  $H_1 = H_2 = 625 \text{ mm}$ ,

$d = n \times \lambda$ 。

表 1 D1、D4 直线距离误差(单位:1 倍波长(125mm))

真值	D1 计算	D1 误差	D4 计算	D4 误差
1	1	0	1	0
2	1.3516	0.6484	1.7280	0.2720
3	4.6464	1.6464	2.1361	0.8639
4	2.5497	1.4503	4.6218	0.6218
5	2.3613	2.6387	2.4484	2.5516
6	4.4289	1.5711	10.4668	4.4668
7	2.3737	4.6263	23.8581	16.8581
8	7.7727	0.2273	10.8026	2.8026
9	6.861	2.1390	19.3410	10.3410
10	5.4516	4.5484	24.0702	14.0702

从图 1 中 (b) 可知, 当投射角从接近  $90^\circ$  减小到  $\Delta_B$  时,  $\Gamma_V > 0$ , 并逐渐减小, 小于  $\Delta_B$  时,  $\Gamma_V < 0$ , 绝对值慢慢加大,  $6\lambda \sim 10\lambda$  处的投射角为  $59^\circ \sim 45^\circ$ , 反射系数的减小造成叠加场在  $6\lambda$  处减小较大, 因而, 从  $6\lambda$  处应对衰减指数  $n$  进行修正。

衰减指数修正为  $n = 2.5$ ;

表 2 修正后 D4 直线距离误差(单位:1 倍波长(125mm))

真值	计算值	误差
6	6.5441	0.5441
7	12.6505	5.6505
8	6.7321	1.2679
9	10.6951	1.6951
10	12.7404	2.7404

由表 2 可以看出, 修正后定位误差明显降低。

综上所述,  $RSSI = P_0 - 10n \lg(\frac{d}{d_0})$  的衰减模型是准确的

且衰减指数  $n$  取  $1.4 \sim 2.5$  之间可以用于距离解算,  $n$  取值要根据环境来确定, 根据线性回归确定的衰减指数并不准确, 由于受到有效反射区的干扰, 衰减指数应根据距离节点的距离进行调整。

### 2.2 建立四节点三维坐标系

根据有效反射区和信号衰减模型的分析, 可以得出距离计算公式:

$$d_i = 10^{\frac{P_0 - RSSI}{10n}} \quad (6)$$

基于该模型提出四节点 RSSI 三维空间定位算法。在空间放置 4 个 Wi-Fi 信号发射器, 位置如图 3 中绿色圆点所示, 这 4 个发射器的相对位置固定坐标定义为  $D_i = (x_i, y_i, z_i)$ 。以  $D_1 = (0, 0, 0)$  为坐标原点,  $D_1$  与  $D_4$  距离固定以波长 (125 mm) 的整数倍为间距; 红点为 Wi-Fi 信号接收模块 cc3200。

由图 3 可知:

$$\cos\theta = \frac{d-h}{d_4} \quad (7)$$

$$\Rightarrow h = d - d_4 \cos\theta \quad (8)$$

$$\begin{aligned} d_4^2 &= d_1^2 - h^2 + (d-h)^2 \\ \dots &= d_1^2 + d^2 - 2dh \\ \dots &= d_1^2 - d^2 + 2dd_4 \cos\theta \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{d_4^2 - d_1^2 + d^2}{2dd_4} \quad (10)$$

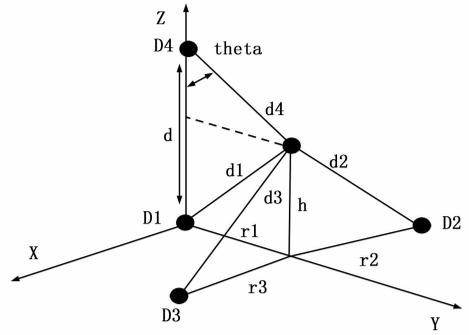


图 3 四节点三维空间定位

由公式 (10) 可求出接收位置的高度:

$$h = d - d_4 \cos\theta = d - \frac{d_4^2 - d_1^2 + d^2}{2d} \quad (11)$$

根据公式 (11) 将三维空间问题转化为二维平面问题:

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{d_1^2 - h^2} \\ r_2 = \sqrt{d_2^2 - h^2} \\ r_3 = \sqrt{d_3^2 - h^2} \end{cases} \quad (12)$$

最后应用三角质心法求解:

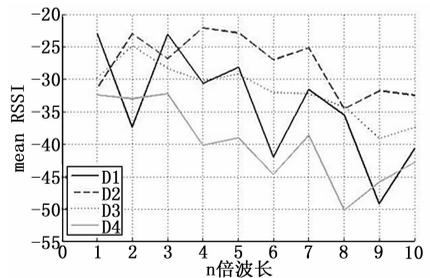
$$\begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = r_1^2 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 = r_2^2 \\ (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 = r_3^2 \end{cases} \quad (13)$$

在三角质心法<sup>[11]</sup>求解过程中会出现由于距离误差造成的三圆无法两两相交的情况。忽略虚数解仅以  $x \geq 0$  的实数解做为定位结果。

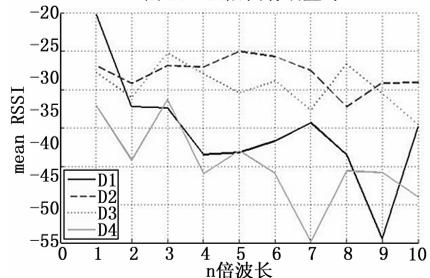
## 3 实验分析

### 3.1 实验环境

比较图 4 中 (a)、(b) 可知, 当 D1、D4 后有墙壁时墙壁的反射波与天线发射的电磁波在空间叠加对定位结果产生比较大的影响, 因此选取图 4 中 (b) 的位置验证本算法。



(a) D1、D4 后面有墙壁时



(b) D1、D4 后面无遮挡时

图 4 实验环境影响

选取  $1\lambda$  和  $5\lambda$  处的 RSSI 值进行比较, 如图 5 所示。

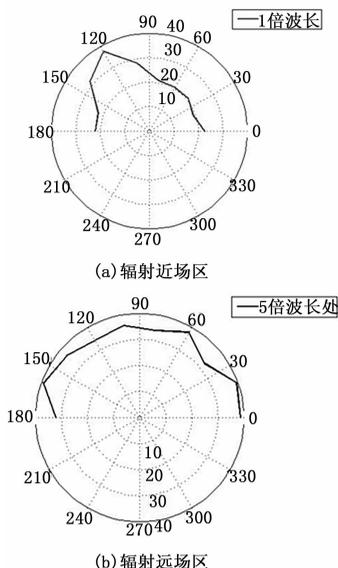


图 5 近场辐射区与远场辐射区比较

从上图可以看出天线的近场辐射方向图是很不规则的, 因此选择比较稳定的远场叠加减弱区  $5\lambda$  处作为参考点。

### 3.2 实验结果

对于三维空间定位解算精确度的检验, 依据  $d \geq \frac{2D^2}{\lambda}$  ( $d$  为发射天线和接收天线的间距,  $D$  为发射天线的口径) 选取了空间中的几个点, 该区域为辐射远场区亦称费朗荷费区, 在此区域内场的角分布与距离无关天线辐射功率密度与距离的平方成反比。cc3200 采集到的数据如表 3 所示。

表 3 测量值 (单位: dBm)

位置	D1	D2	D3	D4
1	-40.9616	-28.3846	-32.0000	-41.1200
2	-44.6034	-36.9200	-42.3200	-44.6154
3	-37.7813	-37.9063	-33.3438	-36.1875
4	-46.3200	-38.7200	-40.3600	-41.4800
5	-39.8462	-29.3846	-40.4615	-37.3846
6	-42.1000	-33.0500	-39.8500	-38.1342
7	-44.2857	-35.0714	-44.1429	-38.4286
8	-47.5000	-37.3333	-49.5555	-44.0555
9	-45.8400	-34.2800	-37.0000	-45.0800
10	-41.4615	-38.9231	-45.1154	-40.1923
11	-43.8462	-38.1923	-38.3462	-43.6154
12	-49.6000	39.7000	-46.2333	-46.5000

得到表 4 所示计算结果且位置误差<sup>[12]</sup>按如下公式定义:

$$E = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

其中:  $x, y, z$  为真实值,  $x', y', z'$  为计算值。

由表 4 中实验数据可得, 基于四节点的三维定位算法平均误差为 1 359 mm, 具有较高的定位精度。

## 4 结论

针对室内三维空间定位问题, 本文提出了一种基于四节点

表 4 三维空间位置

真实位置	计算位置	误差/mm
(1.5, 0, 0)	(1.5034, 0.1977, -0.2899)	219
(2.5, 0, 0)	(4.3015, 0.4387, -1.1843)	1375
(1.5, 0, 1)	(0.9052, -0.1892, 0.4172)	534
(2.5, 0, 1)	(1.4453, -0.7860, 2.1556)	1094
(2.5, -1, 1)	(1.7468, -0.4630, 0.5409)	645
(3.5, -1, 1)	(1.3157, -0.1547, 0.9560)	1464
(2.5, 1, 1)	(1.3776, -0.6568, 1.8005)	1347
(3.5, 1, 1)	(0.4992, 2.5783, 1.6589)	2158
(2.5, -1, 0)	(2.3506, 0.8528, -0.8383)	1274
(2.5, -1, 0)	(5.7191, -0.3033, 0.1986)	2062
(2.5, 1, 0)	(1.6778, -1.1247, -0.2826)	1434
(2.5, 1, 0)	(5.8612, -0.9524, 1.9038)	2705

RSSI 的三维空间定位算法, 使用基于 Wi-Fi 的 CC3200 模块在叠加减弱区对该算法进行了实验验证。实验证明: 在室内 Wi-Fi 信号多径干扰环境中该算法平均误差为 1 359 mm, 并且该算法在保证较高定位精度的同时大幅减小计算复杂度。

### 参考文献:

- [1] 高 鹏, 石为人. 基于测距定向的 WSNs 分步求精定位算法 [J]. 仪器仪表学报. 2012, 33 (5): 976-984.
- [2] 朱 剑, 赵 海, 孙佩刚, 等. 基于 RSSI 均值的等边三角形定位算法 [J]. 东北大学学报. 2007, 28 (8): 1095-1097.
- [3] 李 银, 汪 洋, 陈东明. 基于 RSSI 的无线传感器网络定位系统设计及实现 [J]. 计算机测量与控制, 2015, 23 (3): 1061-1064.
- [4] Yen Shih, Pedro J M. COLA: Complexity-Reduced Trilateration Approach for 3D Localization in Wireless Sensor Networks [A]. 2010 Fourth International Conference on Sensor and Applications [C]. 2010: 24-32.
- [5] 荆 昊, James PINCHIN, Chris HILL, 等. 采用无线信号测距加权的室内协同定位 [J]. 导航定位学报. 2014, 2 (2): 32-39.
- [6] 宋 铮, 张建华, 黄 冶. 天线于电波传播 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2011.
- [7] 方 震, 赵 湛, 郭 鹏, 等. 基于 RSSI 测距分析 [J]. 传感技术学报, 2007, 20 (11): 2527-2530.
- [8] Want R, Hopper A, Falcao V. The Active Badge Location System [J]. ACM Transactions on Office Information Systems, 1992, 2: 91-102.
- [9] Zhu M H, Zhang H Q. Research on Model of Indoor Distance Measurement Based on Receiving Signal Strength [A]. 2010 International Conference on Computer Design and Applications [C]. 2010, 5: 54-58.
- [10] Werb J, Lanzl C. Designing a Positioning System for Finding Things and People Indoors [J]. IEEE Spectrum, 1998, 9: 71-78.
- [11] 郝丽娜, 张秀均, 郁万里, 等. 基于 RSS 手指模的煤矿井下 WLAN 定位方法 [J]. 传感器与微系统. 2012, 31 (9): 46-49.
- [12] Li K, Zheng S J, Zheng Z H, et al. Research on Three-Dimensional Localization Algorithm in Wireless Sensor Network [A]. Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing [C]. 2008: 500-503.