

有理数域基于膜计算的算术运算设计与实现

晏 勇¹, 高晓琴²

(1. 阿坝师范高等专科学校 电子信息工程系, 四川 阿坝 623002;

2. 四川工商职业技术学院 信息工程系, 四川 都江堰 611830)

摘要: 为了生物计算机的实现, 算术运算是完成所有计算模型的最基本运算; 到目前为止, 对膜系统中算术运算的研究只是处于整数域内, 还没有实现有理数域内的算术运算; 为实现有理数域的乘除法运算, 基于生物类细胞模型, 介绍了膜计算的基本原理和特性, 然后构造基于规则优先级的算术 P 系统来实现有理数域内的乘法和除法, 并举出相应的例子进行详细的说明以及实验仿真; 实验仿真结果表明, 提出的构造分数 P 系统来实现有理数域内的乘除法的思想和设计的规则是正确的, 能够得到预期目标。

关键词: 算术运算; 计算模型; 膜系统; 算术 P 系统; 规则优先级

Arithmetic Operation Design and Implementation of Rational Number Domain Based on Membrane Computing

Yan Yong¹, Gao Xiaoqin²

(1. Department of Electronic and Information Engineering, Aba Teachers College, Aba 623002, China; 2. Department of Information Engineering, Sichuan Vocational College of Industry and Commerce, Dujiangyan 611830, China)

Abstract: In order to implement biological computer, arithmetic operations are the foundational in all of computing models. However, the research on arithmetic operations in membrane system is remained in integer field, and the research on it in rational field haven't implemented so far. The research propose of this paper is want to implement multiplication and division operations in rational field. Based on Biological cell-like model, this paper introduces the basic knowledge and principles of the membrane computing and presents fraction arithmetic P systems for performing multiplication and division respectively in rational field through designing the rules with priority, then gives corresponding instances to illustrate how to implement multiplication and division respectively in fraction arithmetic P systems; at the same time, we simulates multiplication and division respectively based on the the rules with priority designed. According to the experimental simulation results, it can obtained that the idea proposed that fraction arithmetic P systems for performing multiplication and division respectively in rational field and the rules designed are correct.

Key words: arithmetic operations; computing models; membrane structure; arithmetic P system; rules with priority

0 引言

膜计算又被称作 P 系统^[1], Gh. Păun 于 2000 年正式发表论文提出膜计算思想^[2], 标志着这一研究领域的诞生。膜计算的一个最大优点就是其能够以最大的并行度实现相应的计算^[3], 它的发展给生物计算引入了丰富的计算模型与框架。已经证明, 膜计算等价于图灵机^[4], 其强大的并行计算能力可以有效解决目前电子计算机所面临的瓶颈。目前膜系统主要有 3 种类型: 类细胞 (cell-like) P 系统^[2], 类组织 (tissue-like) P 系统^[5] 以及类神经 (neural-like) P 系统^[6]。膜计算已经成为了很多领域的科学家的研究热点。

目前, 有关算术 P 系统的研究非常较少。Adrian 根据设计的算术 P 系统实现了算术运算^[7], 但是其膜系统结构复杂, 并且没有利用膜计算的最大并行性^[8]。Ciobanu^[9] 设计了基于自然编码的算术批系统来实现算术运算, 大大地简化了膜系统结构。文献 [10] 设计了多层膜 P 系统用来实现带有符号数的算术运算。文献 [11] 设计了单层膜 P 系统实现整数域内的表达式求值。文献 [12] 设计了多层膜 P 系统用来实现算术表达

式运算。

现有基于算术运算的研究都只是在整数域内的, 并没有对有理数域内的算术运算的研究。鉴于有理数域内的所有数用对应的分数都可以表示, 因此, 本文采用分数运算来代替实数算术运算对有理数进行研究, 主要实现了运算数用分数表示的乘法和除法运算。

1 P 系统组成

本文基于类细胞 P 系统, 基础类细胞 P 系统的膜结构如图 1 所示。膜结构是由一些按层次结构排列的膜组成。这些膜将细胞内部划分为具有层次结构的多个区域, 每个区域的边界称之为膜。皮肤即为最外层的膜, 用于分隔外部环境和膜内部, 皮肤外的区域称为环境。基本膜即一个膜内部没有包含其他任何膜。

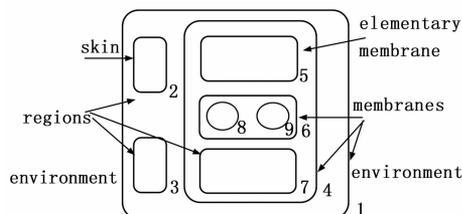


图 1 膜结构

收稿日期: 2014-03-16; 修回日期: 2014-04-27。

作者简介: 晏 勇 (1983-), 男, 四川郫县人, 硕士, 讲师, 主要从事嵌入式系统软硬件技术与理论方向的研究。

一个 P 系统具有如下形式:

$$\Pi = (O, \mu, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m, R_1, R_2, \dots, R_m, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m, i_0)$$

其中:

1) O 表示一个字母表。每个符号代表膜结构内的一个对象;

2) μ 表示的是由 m 个膜组成的膜结构, 每个膜对应的标号依次为 $1, 2, \dots, m$;

3) $\omega_i, 1 \leq i \leq m$, 表示在初始状态下存在于膜 $1, 2, \dots, m$ 中的字符串, 这些字符串表示字母 O 上的多重集。例如: 在膜 i 中有 5 个对象 a 的副本和 3 个对象 b 的副本, 则有 $\omega_i = a^5 b^3$ 。若 $\omega_i = \lambda$, 则表示膜 i 内没有任何对象;

4) $R_i (1 \leq i \leq m)$ 是字母表 O 上进化规则的有限集合; R_i 对应于 μ 中膜 i 的进化规则集合;

5) $\rho_i (1 \leq i \leq m)$, 代表了 R_i 上的偏序关系, 表示规则间的优先次序; 如果 $\rho_i = \{a \rightarrow b > c \rightarrow d\}$, 物质 a 和 b 同时可用, 根据定义的优先次序, 只有规则 $a \rightarrow b$ 能够被执行;

6) i_0 是一个输出膜的标记, 用于保存计算结果。

膜内的进化规则的形式为: $u \rightarrow v$, 其中 $u \in O^+, v = V'$ 或者 $v = V'\delta', V' \in (O \times Tar)^*, Tar = \{here, out, in_j \mid 1 \leq j \leq m\}$ 。here 表示对象 v 仍在使用该进化规则的区域; out 表示对象 v 移出当前区域; in_j 表示对象 v 将被移动到被膜 i 直接包含的膜 j 中。 δ 是一个特殊的字符, 用来定义膜的溶解。如有规则 $u \rightarrow v\delta$, 当使用这规则, 对象 u 所在的膜将被溶解, 当前存在膜内的所有对象都被释放到其外层膜, 并且被溶解的膜的所有规则都被去掉。此外, 还有一种进化规则形如: $u \rightarrow v \mid a$, 其中 a 是一个对象, 物质 a 是进化规则 $u \rightarrow v \mid a$ 反应的促进剂, 即只有物质 a 存在的时候, 进化规则 $u \rightarrow v \mid a$ 才能被执行。

在所有的膜结构中, 执行进化规则都要遵循以下两个原则。

1) 不确定性原则: P 系统在执行进化规则的时候要遵循不确定性原则, 也就是说当膜中有 n 条进化规则能够同时被执行的时候, P 系统随机执行其中的一条进化规则。

2) 最大并行性原则: 在 P 系统中, 每一步的计算都遵循最大并行性原则, 也就是说所有能够执行的规则必须同时执行。

为了描述方便, 在文中剩下的部分我们将类细胞 P 系统简称为 P 系统。

2 有理数域 P 系统设计与实现

算术运算是所有计算模型得完成的基本运算。在本节中, 我们将介绍分数 P 系统并设计分数乘法运算 P 系统和分数除法运算 P 系统。分数 P 系统的形式如下所示:

$$\Pi = (O, \mu, \omega, R, \rho, i_0) \tag{2}$$

其中:

1) O 表示一个字母表。每个符号代表膜结构内的一个对象;

2) μ 表示的是由 m 个膜组成的膜结构, 每个膜对应的标号依次为 $1, 2, \dots, m$;

3) 分数乘除法运算的规则集 $R = R^l \cup R^\times \cup R^+$, 其中 R^l 表示初始化规则集, R^\times 表示乘法运算规则集, R^+ 表示除法运算规则集;

4) ρ 表示所有规则之间的优先次序; 本论文区域内的进化规则表示为: $(u \rightarrow v, k)$, 其中: $u \rightarrow v$ 是进化规则; k 表示规则的优先次序, 在本文中定义 k 值越小, 规则的优先次序越高;

5) i_0 是一个输出膜的标记, 用于保存计算结果。

分数乘除法运算的格式如下:

$$\frac{(+/-)m_1}{m_2} \times / \div \frac{(+/-)n_1}{n_2}$$

其中: m_1, m_2, n_1, n_2 都是整数, 且都均大于 0。

2.1 初始化

初始化是为了将输入到 P 系统中的运算数转变成乘除法运算所需要的格式。

输入:

1) 如果第一运算数为正, 那么就输入 $+\xi_1 t_1^{m_1} \phi_1 t_2^{n_2}$; 如果第一运算数为负, 那么就输入 $-\xi_1 t_1^{m_1} \phi_1 t_2^{n_2}$ 。

2) 如果第二运算数为正, 那么就输入 $+\xi_2 t_1^{n_1} \phi_2 t_2^{m_2}$; 如果第二运算数为负, 那么就输入 $-\xi_2 t_1^{n_1} \phi_2 t_2^{m_2}$ 。

输出:

1) 如果第一运算数为正, 那么就输出 $\omega^{m_1} \alpha_1^{m_1} \alpha_2^{n_2} q_1^{m_2}$; 如果第一运算数为负, 那么就输出 $x^{m_1} \alpha_1^{m_1} \alpha_2^{n_2} q_1^{m_2}$ 。

2) 如果第二运算数为正, 那么就输出 $y^{n_1} b_1^{n_1} b_2^{m_2} q_2^{m_2}$; 如果第二运算数为负, 那么就输出 $z^{n_1} b_1^{n_1} b_2^{m_2} q_2^{m_2}$ 。

其中: 第一运算数分子记为 ξ_1 ; 第一运算数分母记为 ϕ_1 ; 第二运算数分子记为 ξ_2 ; ϕ_2 表示第二运算数的母; + 和 - 分别表示两个运算数的符号; t_1 的数量表示分子的值, t_2 的数量表示分母的值。 α_1 数量表示第一运算数分子的值; α_2 的数量表示第一运算数分母的值; b_1 的数量表示第二运算数分子的值; b_2 的数量表示第二运算数分母的值; ω 表示第一运算数是非负数; x 表示第一运算数是负数; y 表示第二运算数是非负数; z 表示第二运算数是负数; q_1 的数量表示第一运算数分母的值; q_2 的数量表示第二运算数分母的值。

设计的初始化规则集如下:

$$R^l = R_1^l \cup R_2^l \cup R_3^l \cup R_4^l \cup R_5^l \cup R_6^l \tag{3}$$

其中:

$$R_1^l = (\xi_1 t_1 \rightarrow \xi^2 +^2 (\omega \alpha_1, out), 0)$$

$$R_2^l = (\xi_1 t_1 \rightarrow \xi^2 -^2 (x \alpha_1, out), 0)$$

$$R_3^l = (\phi_1 t_2 \rightarrow \phi^2 +^2 (a_2 q_1, out), 0)$$

$$R_4^l = (\xi_2 t_1 \rightarrow \xi^2 +^2 (y b_1, out), 0)$$

$$R_5^l = (\xi_2 t_1 \rightarrow \xi^2 -^2 (z b_1, out), 0)$$

$$R_6^l = (\phi_2 t_2 \rightarrow \phi^2 +^2 (b_2 q_2, out), 0)$$

例如: 对于 $\frac{1}{3} \times / \div \frac{-1}{2}$, 这两运算数在计算前得先做初

始化操作。执行规则 R_1^l 和 R_3^l 来初始化 $\frac{1}{3}$ 中的分子和分母, 生成 $\omega^1 a_1^1$ 和 $a_2^3 q_1^3$, 并且生成的对象都被送到外层膜; 执行规则 R_5^l 和 R_6^l 来初始化 $\frac{-1}{2}$ 中的分子和分母, 生成 $z^1 b_1^1$ 和 $b_2^2 q_2^2$ 并且生成的对象都被送到外层膜。在结束初始化之后, 在膜 1 中将得到多重集 $\omega^1 a_1^1 a_2^3 q_1^3 z^1 b_1^1, b_2^2 q_2^2$ 。

2.2 乘法实现

分数乘法运算有如下的转化:

$$\frac{(+/-)m_1}{m_2} \times \frac{(+/-)n_1}{n_2} = \frac{(+/-)m_1 \times n_1}{m_2 \times n_2} \tag{4}$$

根据式 (4), 设计分数乘法 P 系统如图 2 所示。

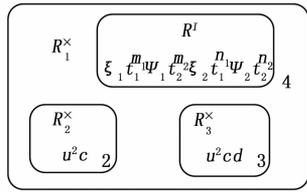


图 2 分数乘法 P 系统

乘法运算规则集设计如下:

$$R^x = R_1^x \cup R_2^x \cup R_3^x \quad (5)$$

规则集 R_1^x , R_2^x 和 R_3^x 中的规则如下:

$$R_1^x = \{ r_1 : (\omega y a_1 b_1 \rightarrow (a_1, in, M_2; b_1, in, M_2; \omega, in, M_2; y, in, M_2), 0), r_2 : (\omega z a_1 b_1 \rightarrow (a_1, in, M_2; b_1, in, M_2; \omega, in, M_2; z, in, M_2), 0), r_3 : (x y a_1 b_1 \rightarrow (a_1, in, M_2; b_1, in, M_2; x, in, M_2; y, in, M_2), 0), r_4 : (x z a_1 b_1 \rightarrow (a_1, in, M_2; b_1, in, M_2; x, in, M_2; z, in, M_2), 0), r_5 : (a_2 b_2 \rightarrow (a_2, in, M_3; b_2, in, M_3), 0), r_6 : (a_1 \rightarrow (a_1, in, M_2), 1), r_7 : (b_1 \rightarrow (b_1, in, M_2), 1), r_8 : (a_2 \rightarrow (a_2, in, M_3), 1), r_9 : (b_2 \rightarrow (b_2, in, M_3), 1) \}$$

$$R_2^x = \{ r_1 : (\omega y c \rightarrow d +, 0), r_2 : (\omega z c \rightarrow d -, 0), r_3 : (x y c \rightarrow d -, 0), r_4 : (x z c \rightarrow d +, 0), r_5 : (u^2 a_1 b_1 \rightarrow u^4 t_1 s, 1), r_6 : (u^2 a_1 d \rightarrow u^4 e, 2), r_7 : (u^2 b_1 d \rightarrow u^4 e, 2), r_8 : (u^2 d s \rightarrow u^4 e f, 3), r_9 : (u^2 s \rightarrow u^4 a_1 b_1, 4), r_{10} : (u^2 e \rightarrow u^4 d, 4), r_{11} : (u^2 f \rightarrow u^4 b_1, 4), r_{12} : (t_1 \rightarrow (t_1, out), 5), r_{13} : (+ \rightarrow (+, out), 5), r_{14} : (- \rightarrow (-, out), 5) \}$$

$$R_3^x = \{ r_1 : (u^2 a_2 b_2 \rightarrow u^4 t_2 s, 1), r_2 : (u^2 a_2 d \rightarrow u^4 e, 2), r_3 : (u^2 b_2 d \rightarrow u^4 e, 2), r_4 : (u^2 d s \rightarrow u^4 e f, 3), r_5 : (u^2 s \rightarrow u^4 a_2 b_2, 4), r_6 : (u^2 e \rightarrow u^4 d, 4), r_7 : (u^2 f \rightarrow u^4 b_2, 4), r_8 : (t_2 \rightarrow (t_2, out), 5) \}$$

运用 R^x 中规则的步骤描述如下:

- 1) 在膜 1 中, 通过执行 R_1^x 中的规则: 对象 a_1 和 b_1 被送到膜 2; 对象 a_2 和 b_2 被送到膜 3。
- 2) 在膜 2 中, 执行 R_1^x 中的规则来计算 $(+/-) m_1 \times n_1$, 并把计算结果送到膜 1 中。在膜 3 中, 执行 R_3^x 中的规则来计算 $m_2 \times n_2$, 并把计算结果送到膜 1 中。
- 3) 在膜 1 中, 根据膜 2 和膜 3 传来的物质, 得到最后的乘法运算结果。

结束乘法运算后, 膜 1 中 t_1 的数量表示运算结果分子的值, t_2 的数量表示运算结果分母的值。

例如: 对于 $\frac{1}{3} \times \frac{-1}{2}$ (见图 3, 图 4), 经过初始化得到 $\omega^1 a_1^3 a_2^3 q^3 z^1 b_1^2 b_2^2 q_2^2$ 。通过执行 R_1^x 中的规则: $\omega^1 a_1^3 z^1 b_1^2$ 被送到膜 2; $a_2^3 b_2^2$ 被送到膜 3。在膜 2 中, 通过执行 R_2^x 中的规则: $\omega^1 a_1^3 z^1 b_1^2$ 被消耗, 生成多重集 t_1^3 并送到膜 1。在膜 3 中, 通过执行 R_3^x 中的规则: $a_2^3 b_2^2$ 被消耗, 并生成多重集 t_2^2 并送到膜 1。在膜 1 中, 得到多重集 $-t_1^3 t_2^2$ 。故 $\frac{1}{3} \times \frac{-1}{2}$ 的运算结果为 $-\frac{1}{6}$ 。

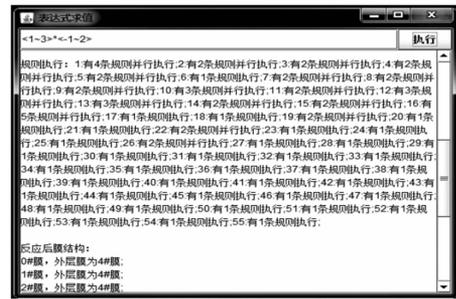


图 3 运行界面

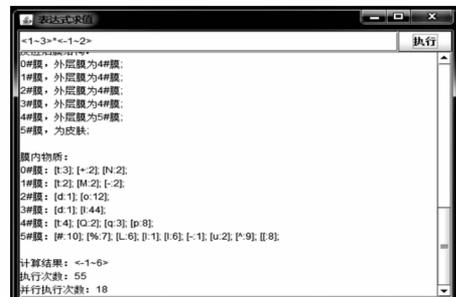


图 4 运行界面

在我们的实验仿真程序中, 定义运算数中分数的输入格式为 $\langle a \sim b \rangle$, 其中 a 表示分子, b 表示分母。图 3 显示了每一次运算过程中执行的规则数, 包括了一次运算过程中并行执行的规则数; 图 4 显示了运算后膜结构、膜内物质、运算结果以及并行执行的次数。由图 4 可知, 完成此次计算需要的膜结构为 5 个, 执行次数为 55, 其中包括并行执行 18 次, 充分利用了膜计算的最大并行性特点; 运算的结果为 $-\frac{1}{6}$, 运算结果正确。

2.3 除法实现

分数除法运算有如下的转化:

$$\frac{(+/-) m_1}{m_2} \div \frac{(+/-) n_1}{n_2} = \frac{(+/-) m_1 \times n_1}{(+/-) m_2 \times n_1} \quad (6)$$

与乘法类似, 我们设计分数除法 P 系统如图 5 所示。

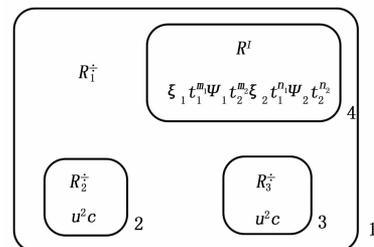


图 5 分数除法 P 系统

除法运算规则集设计如下:

$$R^x = R_1^x \cup R_2^x \cup R_3^x \quad (7)$$

规则集 R_1^x , R_2^x 和 R_3^x 中的规则如下:

$$R_1^x = \{ r_1 : (\omega a_1 b_1 \rightarrow (a_1, in, M_2; b_2, in, M_2; \omega, in, M_2), 0), r_2 : (x a_1 b_2 \rightarrow (a_1, in, M_2; b_1, in, M_2; x, in, M_2), 0), r_3 : (y a_2 b_1 \rightarrow (a_1, in, M_3; b_1, in, M_2; y, in, M_3), 0), \}$$

$$\begin{aligned}
& r_4 : (za_2b_1 \rightarrow (a_2, in, M_3; b_1, in, M_2; z, in, M_3), 0), \\
& r_5 : (a_1 \rightarrow (a_1, in, M_2), 1), r_6 : (b_2 \rightarrow (b_2, in, M_2), 1), \\
& r_7 : (a_2 \rightarrow (a_2, in, M_3), 1), r_8 : (b_1 \rightarrow (b_1, in, M_3), 1), \\
& r_9 : (+ \rightarrow -, 2), r_{10} : (+^2 \rightarrow +, 2), r_{11} : (-^2 \rightarrow +, 2) \} \\
& R_2^+ = \{ r_1 : (xc \rightarrow d +, 0), r_2 : (xc \rightarrow d -, 0), \\
& r_3 : (u^2 a_1 b_2 \rightarrow u^4 t_1 s, 1), r_4 : (u^2 a_1 d \rightarrow u^4 e, 2), \\
& r_5 : (u^2 b_2 d \rightarrow u^4 e, 2), r_6 : (u^2 ds \rightarrow u^4 ef, 3), \\
& r_7 : (u^2 s \rightarrow u^4 a_1 b_2, 4), r_8 : (u^2 e \rightarrow u^4 d, 4), \\
& r_9 : (u^2 f \rightarrow u^4 b_2, 4), r_{10} : (t_1 \rightarrow (t_1, out), 5), \\
& r_{11} : (+ \rightarrow (+, out), 5), r_{12} : (- \rightarrow (-, out), 5) \} \\
& R_3^+ = \{ r_1 : (yc \rightarrow d +, 0), r_2 : (zc \rightarrow d -, 0), \\
& r_3 : (u^2 a_2 b_1 \rightarrow u^4 t_2 s, 1), r_4 : (u^2 a_2 d \rightarrow u^4 e, 2), \\
& r_5 : (u^2 b_1 d \rightarrow u^4 e, 2), r_6 : (u^2 ds \rightarrow u^4 ef, 3), \\
& r_7 : (u^2 s \rightarrow u^4 a_2 b_1, 4), r_8 : (u^2 e \rightarrow u^4 d, 4), \\
& r_9 : (u^2 f \rightarrow u^4 b_1, 4), r_{10} : (t_2 \rightarrow (t_2, out), 5), \\
& r_{11} : (+ \rightarrow (+, out), 5), r_{12} : (- \rightarrow (-, out), 5) \}
\end{aligned}$$

运用 R^+ 中规则的步骤描述如下:

1) 在膜 1 中, 通过执行 R_1^+ 中的规则: 对象 a_1 和 b_2 被送到膜 2; 对象 a_2 和 b_1 被送到膜 3。

2) 在膜 2 中, 执行 R_2^+ 中的规则来计算 $(+/-) m_1 \times n_1$, 并把计算结果送到膜 1 中。在膜 3 中, 执行 R_3^+ 中的规则来计算 $m_2 \times n_1$, 并把计算结果送到膜 1 中。

3) 在膜 1 中, 根据膜 2 和膜 3 传来的物质, 得到最后的乘法运算结果。

结束除法运算后, 膜 1 中 t_1 的数量表示运算结果分子的值, t_2 的数量表示运算结果分母的值。

例如: 对于 $\frac{1}{3} \div \frac{-1}{2}$ (见图 6, 图 7), 经过初始化得到 $w^1 a_1^1 a_2^1 q_1^1 z^1 b_1^1 b_2^1 q_2^1$ 。通过执行 R_1^+ 中的规则: $w^1 a_1^1 z^1 b_2^1$ 被送到膜 2; $a_2^1 b_1^1$ 被送到膜 3。在膜 2 中, 通过执行 R_2^+ 中的规则: $w^1 a_1^1 z^1 b_1^1$ 被消耗, 生成多重集 t_1^1 一并送到膜 1。在膜 3 中, 通过执行 R_3^+ 中的规则: $a_2^1 b_1^1$ 被消耗, 并生成多重集 t_2^1 并送到膜 1。在膜 1 中, 得到多重集 $-t_1^1 t_2^1$ 。故 $\frac{1}{3} \div \frac{-1}{2}$ 的运算结果为 $-\frac{2}{3}$ 。

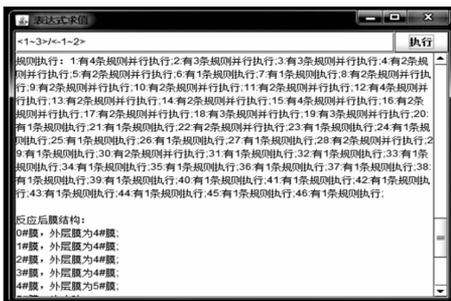


图 6 运行界面

图 6 显示了每一次运算过程中执行的规则数, 包括一次运算过程中并行执行的规则数; 图 7 显示了运算后膜结构、膜内物质、运算结果以及并行执行的次数。由图 7 可知, 完成此次计算需要的膜结构为 5 个, 执行次数为 46, 其中包括并行执行 20 次, 同时也是充分利用了膜计算的最大并行性特点; 运算的结果为 $-\frac{2}{3}$, 运算结果正确。

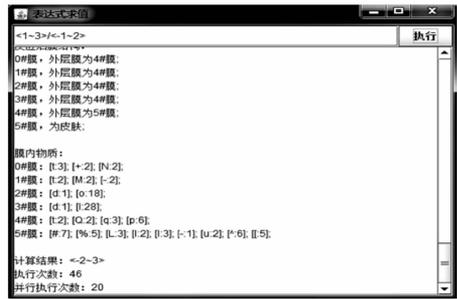


图 7 运行界面

3 结论

分数算术运算是所有计算模型得完成的基本运算。本文的主要成果是实现了有理数域中膜计算的分数算术运算, 为生物计算机的实际应用打下了良好的基础。本论文研究了如何通过构造分数 P 系统中实现分数乘法和除法运算。为了实现分数乘法和除法运算, 我们分别设计了分数乘法 P 系统和分数除法 P 系统, 并举出对应的例子和实验仿真进行详细的说明。后续的研究需要对乘法和除法的运算结果进行处理, 主要是分式约简, 以及使用分数表示运算数的表达式求值。

参考文献:

- [1] Păun Gh. Membrane computing, an introduction [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2002.
- [2] Păun Gh. Computing with membranes [J]. Journal of Computer and System Sciences, 2000, 61 (1): 108-143.
- [3] 高为民. 基于 NIDS 的并行体系结构及算法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2008, 16 (1): 112-113.
- [4] 宋今丹. 医学细胞分子生物学 [M]. 北京: 人民卫生出版社, 2003.
- [5] Freund R, Păun Gh, Pérez-Jiménez M J. Tissue P systems with channel states [J]. Theoretical Computer Science, 2012, 330 (1): 101-116.
- [6] Pan L, Păun Gh. Spiking neural P systems with anti-spikes [J]. International Journal of Computers, Communications & Control, 2011, 4 (3): 273-282.
- [7] Atanasiu A, Martin V C. Arithmetic with membranes [J]. 2013, (4): 5-20.
- [8] 黄亮. 膜计算优化方法研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2007.
- [9] Ciobanu G. A programming perspective of the membrane systems [J]. International Journal of Computers, Communications & Control, 2011, 1 (3): 13-24.
- [10] 朱明初, 刘松风, 贺喆, 等. 基于多信号模型的扩展 D-矩阵研究 [J]. 计算机测量与控制, 2010, 18 (4): 909-911.
- [11] 刘盛鹞. 基于类细胞模型的表达式求值 [D]. 重庆: 重庆大学, 2011.
- [12] 任立红, 等. DNA 计算研究的现状与展望 [J]. 信息与控制, 1999, 28 (4): 241-247.
- [13] Guo P, Chen H Z. Arithmetic expression evaluation by P systems [J]. Applied Mathematics & Information Sciences, 2013, 7 (2): 549-553.
- [14] Chen H Z, He Z S. Signed integer arithmetic operations in spiking neural P systems [J]. Journal of Computers Information System, 2012, 6 (3): 689-696.
- [15] Păun Gh, Rozenberg G, Salomaa A. The Oxford handbook of membrane computing [M]. Oxford University Press, 2010.