

# 基于鲁棒右互质分解的直流 伺服系统精确跟踪控制

王瑗晖, 郑敏, 廖伍代

(中原工学院 电子信息学院, 郑州 450007)

**摘要:** 对含有不确定性的直流伺服控制系统, 通过应用鲁棒右互质分解方法, 设计了一种基于鲁棒右互质分解的精确跟踪控制系统; 通常情况下, 直流伺服系统中存在诸如非线性特性及参数辨识引起的模型误差和外界扰动, 在设计的过程中, 未知模型误差和外界扰动对系统性能的影响都被看作直流伺服系统的不确定性; 在考虑到这些不确定性情况下, 设计了一种基于鲁棒右互质分解理论的精确跟踪控制; 首先在考虑未知的不确定模型影响系统性能指标的情况下, 设计了一种基于算子理论的反馈控制结构, 此结构可以消除不确定模型的影响, 在此基础上, 设计了基于鲁棒右互质分解的鲁棒精确跟踪控制系统, 得出精确跟踪条件; 仿真结果表明使用提出的方法可以有效地消除不确定性, 使得伺服系统具有很强的鲁棒性和精确跟踪能力。

**关键词:** 直流伺服系统; 不确定性; 鲁棒右互质分解; 精确跟踪控制

## Perfect Tracking of Direct Current Motor Servo System Based on Robust Right Coprime Factorization

Wang Aihui, Zheng Min, Liao Wudai

(Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China)

**Abstract:** An operator-based robust perfect tracking control for a direct current servo control system with uncertainties is proposed by using robust right coprime factorization approach. In general, there exist modelling errors in nonlinear characteristics and parameter identification of the direct current servo control system and external disturbances in real situations. In the present control system design, the effect of the modelling errors and external disturbances on system performance is considered to be uncertainties in the direct current servo control system. Considering the uncertainties, a robust perfect tracking control by using robust right coprime factorization is studied. That is, first, considering the unknown uncertain plant generates limitations in obtaining perfect tracking conditions, an operator-based feedback control scheme is designed, and the effect of uncertain plant is eliminated by the proposed control scheme. Based on the obtained conditions, a robust perfect tracking control system based on robust right coprime factorization is designed, and new perfect tracking condition is obtained. The result of the simulations indicates that the proposed method can eliminate uncertainties effectively and make the servo system have strong robustness and perfect tracking ability.

**Key words:** direct current servo system; uncertainties; robust right coprime factorization; perfect tracking control

## 0 引言

伺服控制系统是一种极其重要的控制系统, 广泛地应用于自动化控制的各个领域。为了改善系统鲁棒性和快速跟踪性能, 多种控制策略被相继提出, 如 PID 控制、滑膜控制<sup>[1-2]</sup>、自适应控制<sup>[3]</sup>和人工智能控制<sup>[4-6]</sup>。常规的 PID 控制算法对伺服控制对象本身的参数依赖性很大, 很难实现精确跟踪。在内部参数摄动和外部扰动的作用下, 运用离散滑膜控制算法容易使系统出现较大的“抖振”。自适应控制算法的计算量大、更新速度比较慢, 因此对外部扰动的抑制效果不理想。人工智能控制的算法复杂、计算量大等不足限制了这些方法在实际中的

应用。

众所周知, 基于算子理论的鲁棒右互质分解方法对于设计含有扰动和模型不确定性的系统稳定性是很有前途的方法<sup>[7-11]</sup>, 通过右互质算法和 Bezout 恒等式可以设计算子以保证系统稳定。尽管基于算子理论的鲁棒右互质分解方法长期以来被诸多学者研究, 但是很少能够实现精确跟踪。因此, 本文的目标是通过应用鲁棒右互质分解方法, 在考虑不确定因素的情况下, 实现对直流伺服电机的精确跟踪控制。

## 1 直流伺服系统模型

直流伺服系统主要由直流电机组成, 在其输出轴上施加转动惯量。电机和负载之间的轴承上存在摩擦, 用摩擦系数来表示。直流电机驱动电路如图 1 所示。 $U_a$  和  $U_f$  分别为电动机电枢电压和励磁电压。 $R_a$  和  $L_a$  分别是电枢电路的电阻和电感。 $R_f$  和  $L_f$  分别是励磁电路的电阻和电感。电机产生的转矩  $T_m$  与电枢电流  $I_a$  和励磁电流  $I_f$  的乘积成正比, 即

$$T_m = KI_f i_a \quad (1)$$

直流电机输出转速相对于输入电枢电压的传递函数模型<sup>[13]</sup>

收稿日期: 2013-10-12; 修回日期: 2013-12-28。

基金项目: 科技部国际科技合作与交流项目(2010DFA22770); 国家自然科学基金项目(610740220)。

作者简介: 王瑗晖(1978-), 男, 河南淮滨人, 博士, 副教授, 主要从事复杂系统非线性控制方向的研究。

廖伍代(1962-), 男, 湖北武汉人, 博士, 教授, 主要从事复杂系统非线性控制方向的研究。

$$P(s) = \frac{K_m/L_a J}{(s + R_a/L_a) + (s + c/J) + K_b K_m/L_a J} \quad (2)$$

其中

$$K_m = K I_f \quad (3)$$

$K$  是常量增益,  $I_f$  是励磁电流。  $R_a$  和  $L_a$  分别是电枢电路的电阻和电感,  $c$  是摩擦系数,  $J$  是电机轴上的转动惯量,  $K_b$  是反电动势相对于电机转速的比例系数。

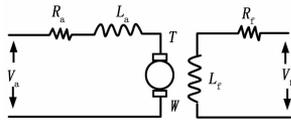


图 1 直流电机框图

由上述模型可知, 直流电机模型是一个二阶系统, 其中包括很大的惯性环节。当改变电枢电压时, 电机的转速必须迅速响应, 以满足跟踪特性。因此, 本文的目标是通过应用鲁棒右互质分解方法, 在考虑不确定因素的情况下, 对于直流伺服电机实现精确跟踪控制。但是, 在设计跟踪控制器之前, 我们必须保证系统的鲁棒稳定性。

## 2 右互质分解

互质分解包括左互质分解和右互质分解。由于右互质分解的方法对于分析系统输入输出的稳定性较为简便, 本文使用的是右互质分解。通过应用 Bezout 恒等式, 很容易用算子控制器来表达单输入单输出的控制系统。首先, 给出右互质分解的概念和定义。

对于给定的模型  $P$ , 如果在线性空间里, 存在两个稳定的算子  $N$  和  $D$ , 且  $D$  可逆, 那么它的右互质分解是存在的, 这里

$$P = ND^{-1} \quad (4)$$

基于算子理论的含有不确定性的反馈控制系统被提出的方法<sup>[11]</sup>, 在控制系统中, 假设  $U$  和  $Y$  分别表示给定模型  $P$  的输入和输出空间, 例如,  $P: U \rightarrow Y$ ,  $r$  和  $y$  分别是系统的参考输入和输出。定义模型和不确定模型分别是  $P$  和  $\Delta P$ , 相应地真实模型  $\tilde{P} = P + \Delta P$ 。定义模型  $P$  和真实模型  $\tilde{P}$  的右分解分别是  $P = ND^{-1}$  和  $\tilde{P} = P + \Delta P = (N + \Delta N) D^{-1}$ 。这里的  $N$ ,  $\Delta N$  和  $D$  都是稳定的算子,  $D$  是可逆的,  $\Delta N$  是未知的, 但其上下界已知。此外, 如果存在两个稳定的算子  $A: Y \rightarrow U$  和  $B: U \rightarrow U$  满足 Bezout 恒等式, 则这个分解是互质的, 或者说具有右互质分解。

$$AN + BD = M \quad (5)$$

这里  $B$  是可逆的, 且  $M \in u(M, U)$  是单模算子。在满足式 (5) 条件下, 如果

$$\begin{cases} A(N + \Delta N) + BN = \tilde{M} \in u(W, U) \\ \|A(N + \Delta N) - AN\| M^{-1} < 1 \end{cases} \quad (6)$$

则对于含有不确定性的反馈控制系统可以保证 BIBO 稳定性, 也就是说, 该系统具有鲁棒稳定, 这里  $\tilde{M} \in u(W, U)$  是单模算子。

对于直流伺服系统, 输出转速相对于输入电枢电压的传递函数模型为

$$P(s) = N(s)D^{-1}(s) =$$

$$\frac{K_m/L_a J}{(s + R_a/L_a) + (s + c/J) + K_b K_m/L_a J} \quad (7)$$

模型右互质分解的  $N$  和  $D$  为以下形式

$$N(s) = \frac{K_m/L_a J}{(0.02 + 0.2)/(0.02s + 0.025)} \quad (8)$$

$$D(s) = \frac{(s + R_a/L_a)(s + c/J) + K_m/L_a J}{(0.02 + 0.2)/(0.02s + 0.025)} \quad (9)$$

这里的算子  $N$  和  $D$  是稳定的, 且  $D$  是可逆的。右分解中的  $N$  和  $D$  的设计都是基于定义模型。

## 3 鲁棒精确跟踪控制

本文设计的控制系统, 模型误差和扰动对于系统性能的影响被认为是直流伺服系统的不确定性。考虑到其不确定性, 设计出直流伺服系统的鲁棒精确跟踪控制系统, 可以消除不确定模型的影响, 并且推导出来鲁棒稳定和精确跟踪的条件。

### 3.1 鲁棒精确跟踪控制框图

对于含有不确定性的直流伺服系统, 通过使用鲁棒右互质分解和前置算子方法, 提出鲁棒输出跟踪控制框图, 如图 2 所示。整体模型是  $\tilde{P}$ , 其中包括两个部分, 定义模型  $P$  及不确定模型  $\Delta P$ , 就是说  $\tilde{P} = P + \Delta P$ 。假设定义模型  $P$  和整体模型  $\tilde{P}$  都有右分解, 即  $P = ND^{-1}$  和  $\tilde{P} = P + \Delta P = (N + \Delta N) D^{-1}$ , 相应的,  $N$  和  $\Delta N$  和  $D$  是稳定的算子,  $D$  是可逆的,  $\Delta N$  是未知的, 但其上下界是已知的。 $r$  和  $y$  分别是参考输入和模型输出。控制器  $S$  和  $R$  被设计用来消除模型的不确定性,  $u^*$  是等价模型  $p^*$  的输入。 $B$  是稳定且可逆的控制器。下面将解释如何设计算子控制器  $B$  和  $R$  来消除模型误差的影响, 并且如何设计算子控制器  $B$  来保证鲁棒稳定跟踪。

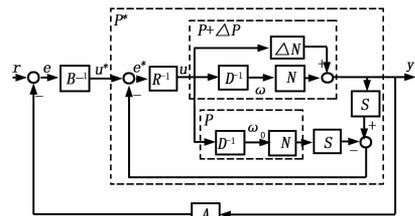


图 2 含有不确定性的反馈控制系统

### 3.2 消除模型的不确定性

由于不确定模型  $\Delta P$  的未知和外界扰动的影响, 很难设计控制器使系统获得理想性能。为了解决这一问题, 反馈控制框图, 也就是图中虚线内部分, 作为鲁棒输出跟踪控制系统的一部分被设计出来, 且满足

$$e^*(t) = u^*(t) - S(N + \Delta N)(\omega)(t) + SN(\omega_0)(t) = RD(\omega_0)(t) \quad (10)$$

即

$$u^*(t) - S(N + \Delta N)(\omega)(t) = (RD - SN)(\omega_0)(t) \quad (11)$$

因此, 虚线内的等效如图 3 所示。

基于算子的概念和压缩映射定理, 根据下面的条件设计算子控制器  $S$  和  $R$ , 可以消除不确定性的影响。

定理一: 提出的虚线内含有不确定性的控制结构, 如果

$$\begin{cases} SP = I \\ R = I \end{cases} \quad (12)$$

这个新的等价模型  $P^* = P$ , 不确定性的影响被消除, 这里的  $I$

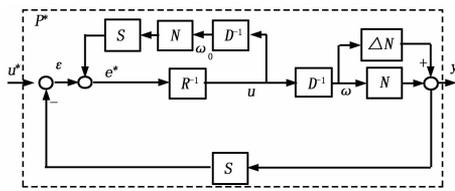


图 3 虚线内的等效框图

是恒等算子。

证明: 对于如图 3 所示的反馈系统, 如果可以满足式 (12) 中的条件, 可以推出

$$u^*(t) - S(y)(t) + SND^{-1}(u)(t) = R(u)(t) \quad (13)$$

这里,  $y(t) = P(u^*)(t)$  并且新的等价模型  $P^* = P$ , 不确定性的影响被消除, 证毕。

### 3.3 算子控制器的设计

根据 Bezout 恒等式  $AN + BD = I$ , 两个稳定的控制算子 A 和 B 如下

$$A(s) = 1 \quad (14)$$

$$B(s) = \frac{1 - N(s)}{D(s)} \quad (15)$$

这里的  $A(s)$  是设计的参数。

根据定理一, 设计算子控制器 S 和 R 如下

$$S(s) = \frac{1}{P} \quad (16)$$

$$R(s) = 1 \quad (17)$$

根据设计出的右分解算子  $N(s)$ ,  $D(s)$  和  $B^{-1}(s)$ , 下面的关系式成立,

$$M = AN + BD \quad (18)$$

M 是单模算子, 因此, 在条件  $NM^{-1} = 1$  满足的情况下, 输出 y 可以跟踪参考输入 r, 即所谓的通用条件。

由定理一可知, 通过设计基于算子理论的反馈控制系统中的控制算子 S 和 R 可以消除模型的不确定性的影响, 设计算子 A 和 B 可以保证鲁棒稳定, 即实现了被控系统的精确跟踪控制。

本文的主要贡献如下: (1) 我们进一步深入了文中的研究<sup>[12]</sup>, 即得到精确跟踪; (2) 在考虑不确定模型  $\Delta P$  未知的情况下, 推导出来所谓的通用条件, 即在满足  $NM^{-1} = I$  情况下, 输出 y 可以跟踪参考输入 r。在本文中, 通过设计框图和满足条件式 (12), 不确定模型被消除, 得到新的精确跟踪条件。

表 1 直流电机的参数

0.005 $K_m$ (Nm/A)	
J	0.01 (Nm/rad/s <sup>2</sup> )
R <sub>a</sub>	0.2 ( $\Omega$ )
L <sub>a</sub>	0.005 (H)
R <sub>b</sub>	0.2 (V/rad/s)
c	0.001 (Nm/rad/s <sup>2</sup> )

## 4 仿真

为了验证上述方法的有效性, 以直流伺服系统为模型<sup>[13]</sup>, 对其控制进行仿真。直流伺服系统的物理参数显示在表 1 中。

被控系统的模型为

$$P(s) = \frac{0.005}{(0.01s + 0.2)(0.005s + 0.001) + 0.001} \quad (19)$$

对模型进行右互质分解, N 和 D 为以下形式

$$N(s) = \frac{0.2}{(0.02s + 0.2)(0.02s + 0.0251)} \quad (20)$$

$$D(s) = \frac{(0.01s + 0.2)(0.005s + 0.001) + 0.001}{(0.02s + 0.2)(0.02s + 0.0251)} \quad (21)$$

根据 Bezou 恒等式  $AN + BD = I$ , 稳定算子控制器如下

$$A(s) = 1 \quad (22)$$

$$B(s) = \frac{(0.012s + 0.2)(0.02s + 0.0251) - 0.005}{(0.01s + 0.2)(0.005s + 0.001) + 0.001} \quad (23)$$

设计算子控制器 S 和 R 如下

$$S(s) = \frac{(0.012s + 0.2)(0.005s + 0.001) + 0.001}{0.005} \quad (24)$$

$$R(s) = 1 \quad (25)$$

仿真过程中, 给定的电机参考转速为  $r = 500\sin\pi t$ , 不确定性和扰动的影响当作阶跃响应  $\Delta N(s) = 10/s$ 。在考虑到不确定性的前提下, 图 4 显示的是使用应用最广泛的 PID 控制得到的速度跟踪结果; 图 5 显示的是使用本文提出的控制方法得到的速度跟踪结果。

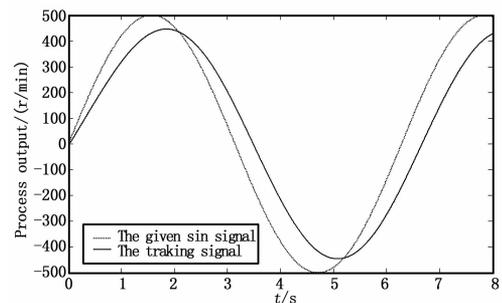


图 4 使用 PID 控制的输出结果

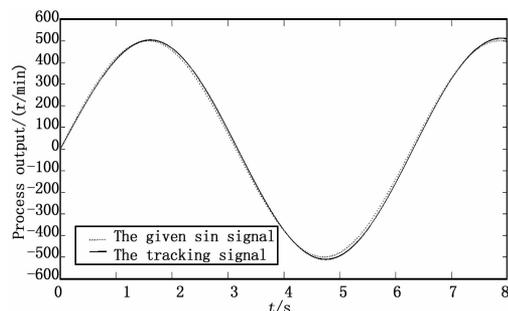


图 5 使用提出方法控制的输出结果

轮线径  $R1$  从初始值  $0.09\text{ m}$  开始, 以光纤外径  $125\ \mu\text{m}$  呈现阶梯式减小; 收线轮线径  $R2$  从初始值  $0.04\text{ m}$  开始, 以光纤外径  $125\ \mu\text{m}$  呈现阶梯式增加。研究中假设经过  $0.5\text{ s}$ , 放线轮线径  $R1$  减小  $125\ \mu\text{m}$ ; 经过  $0.5\text{ s}$  收线轮线径  $R2$  增大  $125\ \mu\text{m}$ 。

系统初始设定的恒定张力控制值为  $30\text{ g}$ , 张力控制效果随时间的变化规律如图 5 所示。张力控制过程曲线上升时间约为  $100\text{ ms}$ , 调节时间约为  $0.5\text{ s}$ , 超调量为  $(32.6 - 30) / 30 = 8.6\%$ , 达到系统要求的控制目标, 系统最后处于恒张力状态, 稳态误差为  $(30.5 - 30) / 30 = 1.67\%$ 。在  $0.5\text{ s}$  间隔收、放线轮卷径突变的情况下, 系统恢复到设定张力并达到稳定状态的调节时间约为  $5\text{ ms}$ , 张力控制精度在  $\pm 0.5\text{ g}$ , 满足系统设计的要求。

## 5 结束语

本文提出一种基于线速度差张力产生原理、交流伺服电机和微特力矩直流电机为施力机构的复合张力控制系统总体方案, 采用模糊控制策略实现光纤环缠过程中张力的精密控制。通过仿真分析证实了计算模型参数正确、合理, 能较好地反映生产线实际工作状况。结果表明复合张力控制系统的控制

效果良好, 可为系统的设计和调试提供理论参考。

## 参考文献:

- [1] Lefevre H C. 光纤陀螺仪 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [2] Sanders S J, Strandjord L K, Mead D. Fiber Optic Gyro Technology Trends—A Honeywell Perspective [A]. Optical Fiber Sensors Conference Technical Digest [C]. 2002, 1 (15): 5–8.
- [3] Kessler G, Brandenburg G, Schlosser W, et al. Structure and control of systems with continuous moving elastic webs and multi-motor drives [J]. Regelungstechnik RT, 1984, 32 (8): 251–266.
- [4] 李广伟, 张鑫波. 免疫 PID 控制器在 H 型钢张力控制中的应用 [J]. 计算机仿真, 2006, 23 (12): 302–305.
- [5] 陆士林, 丁永生. 免疫 PID 算法在张力控制系统中的应用 [J]. 测控技术, 2005, 24 (2): 26–28.
- [6] Yeung M F, Falkner A H, Sgergely. the control of tension in textile filament winding [J]. Mechatronics, 1995, 5 (2): 117–131.
- [7] Jung J Y, Im Y T. Fuzzy control algorithm for the prediction of tension variations in hot rolling [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1999, (96): 163–172.

(上接第 1765 页)

通过比较图 4 和图 5, 可以发现使用本文的控制方法, 伺服系统可以快速、准确地跟踪给定信号, 并对参数扰动和外部干扰具有很强的鲁棒性, 最终达到精确跟踪的控制目的。因此, 本文提出方法的有效性由仿真结果验证。

## 5 结论

通过运用鲁棒右互质分解方法, 本文设计一种含有不确定性的直流伺服系统的鲁棒精确跟踪控制系统。通过设计算子反馈控制系统, 未知的不确定模型被消除。为了提高直流伺服系统的快速响应能力, 推出了新的跟踪条件, 即所谓的通用条件。最后, 仿真结果验证了设计系统的有效性。

## 参考文献:

- [1] 李红江, 徐国顺. 直流伺服系统离散变结构控制设计 [J]. 中小型电机, 2005, 32 (4): 35–39.
- [2] 李晓秀, 章 兢. 滑模变结构控制及其在直流伺服系统中的应用 [J]. 湖南工程学院学报 (自然科学版), 2004, 3: 002.
- [3] 邵 晶, 王忠庆. 基于直流伺服系统的模糊自适应控制应用 [J]. 电子测试, 2010, 1: 008.
- [4] 董立红. 基于遗传算法的直流伺服系统参数辨识及摩擦补偿控制 [J]. 计算机工程与科学, 2011, 33 (12): 174.
- [5] 李木国, 刘于之, 张 群, 等. 电机伺服系统中的数字控制技术研究与应用 [J]. 计算机测量与控制, 2010, 18 (5): 1082–1084.
- [6] 焦竹青, 屈百达, 徐保国. 遗传算法在直流伺服系统摩擦补偿中的应用 [J]. 西安交通大学学报, 2007, 41 (8): 944–948.

- [7] Deng M, Inoue A, Edahiro K. Fault detection in a thermal process control system with input constraints using robust right coprime factorization approach [J]. Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2007, 221 (6): 819–831.
- [8] Deng M, Bi S. Operator-based robust nonlinear control system design for MIMO nonlinear plants with unknown coupling effects [J]. International Journal of Control, 2010, 83 (9): 1939–1946.
- [9] Deng M, Inoue A, Yanou A. Stable robust feedback control system design for unstable plants with input constraints using robust right coprime factorization [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17 (18): 1716–1733.
- [10] Chen G, Han Z. Robust right coprime factorization and robust stabilization of nonlinear feedback control systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43 (10): 1505–1509.
- [11] Deng M, Inoue A, Ishikawa K. Operator-based nonlinear feedback control design using robust right coprime factorization [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51 (4): 645–648.
- [12] Wang A, Deng M. Robust nonlinear control design to a manipulator based on operator based approach [J]. ICIC Express Letters, 2012, 6: 617–623.
- [13] Chen Y, Wang D, Wang P. Reference model output following control design for a direct current servo control system [A]. 2011 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICA-MechS) [C]. IEEE, 2011: 134–138.